

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математической
кибернетики и компьютерных наук

**КЛАССИФИКАЦИЯ ФРАКТАЛОВ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В РАЗНЫХ
ОТРАСЛЯХ НАУКИ**

АВТОРЕФЕРАТ ДИПЛОМНОЙ РАБОТЫ

студента 6 курса 611 группы
специальности 010501 — Прикладная математика и информатика
факультета КНиИТ
Анучкина Дениса Владимировича

Заведующий кафедрой,
к.ф.-м.н.

С.В. Миронов

Научный руководитель
доцент, к.ф.-м.н.

А.С. Иванова

Саратов 2016

ВВЕДЕНИЕ. Данная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованных источников и приложения.

- Во введении кратко сформулированы актуальность и цель работы.
- В первой главе описано про основные свойства фракталов и их классификации, а так же подробно рассказывается про рекурсивную процедуру для построения фрактальных кривых и L-системы.
- Во второй главе описано о том как применяются фракталы в разных отраслях науки.
- Третья глава описывает разработанное приложения, которое выполняет построение различных фрактальных изображений а так же сжимает изображения с помощью метода фрактального сжатия.
- В заключении сделаны основные выводы.
- В приложении приведен код разработанного приложения.

Целью работы является изучение основных свойств фракталов и их классификация. В связи с поставленной целью в работе решаются следующие задачи:

- 1) Исследовать основные свойства фракталов.
- 2) Рассмотреть различные классификации фракталов, исследовать рекурсивную процедуру построения фрактальных кривых.
- 3) Рассмотреть применение фракталов в разных отраслях науки.
- 4) Реализовать программу на языке C++ для построения фрактальных изображений с использованием метода сжатия изображений.

1 Понятия и основные свойства фракталов. Понятия фрактал и фрактальная геометрия, появившиеся в конце 70–х, с середины 80–х прочно вошли в обиход математиков и программистов. Слово фрактал образовано от латинского fractus и в переводе означает состоящий из фрагментов. Оно было предложено Бенуа Мандельбротом [11] в 1975 году для обозначения нерегулярных, но самоподобных структур, которыми он занимался. Рождение фрактальной геометрии принято связывать с выходом в 1977 году книги Мандельброта «The Fractal Geometry of Nature» [7].

Фракталы известны уже почти век, хорошо изучены и имеют многочисленные приложения в жизни. В основе этого явления лежит очень простая идея: бесконечное по красоте и разнообразию множество фигур можно получить из относительно простых конструкций при помощи всего двух операций—копирования и масштабирования. У этого понятия нет строгого определения. Поэтому слово «фрактал» не является математическим термином. Обычно так называют геометрическую фигуру, которая удовлетворяет одному или нескольким из следующих свойств:

- Имеет тонкую структуру, то есть содержит произвольно малые масштабы.
- Слишком нерегулярен, чтобы быть описанными на традиционном геометрическом языке.
- Имеет некоторую форму самоподобия (по крайней мере, приближённую или стохастическую).
- Имеет дробную «фрактальную» размерность, называемую также размерностью Минковского, которая больше, чем его топологическая размерность (несмотря на то, что это условие не выполняется в случае кривых Пеано).
- Имеет простое и рекурсивное определение.

1.2 Классификация фракталов. Одним из основных свойств фракталов является самоподобие. В самом простом случае небольшая часть фрактала содержит информацию обо всем фрактале. На сегодняшний день существует много различных математических моделей фракталов (треугольник Серпинского, снежинка Коха, кривая Пеано, множество Мандельброта и т.д.). Отличительная особенность каждой из них является то, что в их основе лежит какая-либо рекурсивная функция, например: $x_i = f(x_{i-1})$. С применением ЭВМ у исследователей появилась возможность получать графические изображения фракталов. Простейшие модели не требуют больших вычислений, тогда как иные модели настолько требовательны к мощности компьютера, что их реализация осуществляется с применением супер ЭВМ [3].

Для того чтобы представить все многообразие фракталов удобно прибегнуть к их общепринятой классификации. Существует три класса фракталов: геометрические, алгебраические и стохастические.

1.3 Рекурсивная процедура получения фрактальных кривых. Существует простая рекурсивная процедура получения фрактальных кривых на плоскости. Задается произвольная ломаная с конечным числом звеньев, называемая генератором. Далее, заменяется в ней каждый отрезок генератором (точнее, ломаная, подобная генератору). В получившейся ломаной вновь заменяется каждый отрезок генератором. Продолжая до бесконечности, в пределе получается фрактальная кривая [5].

1.4 L – системы. Понятие L–систем, тесно связанное с самоподобными фракталами, появилось только в 1968 году благодаря Аристиду Линденмайеру. Изначально L–системы были введены при изучении формальных языков, а также использовались в биологических моделях селекции. С их помощью можно строить многие известные самоподобные фракталы, включая снежинку Коха и ковер Серпинского. Некоторые другие

классические построения, например кривые Пеано (работы Гильберта, Серпинского), также укладываются в эту схему. И конечно, L–системы открывают путь к бесконечному разнообразию новых фракталов, что и послужило причиной их широкого применения в компьютерной графике для построения фрактальных деревьев и растений. Рассмотренные в данной работе L–системы ограничиваются случаем детерминированных L–систем и графикой на плоскости [9].

Для графической реализации L–систем в качестве подсистемы вывода используется так называемая тертл–графика (turtle– черепаха). При этом точка (черепашка) движется по экрану дискретными шагами, как правило прочерчивая свой след, но при необходимости может перемещаться без рисования. В нашем распоряжении имеются три параметра (x, y, a) , где (x, y) – координаты черепашки, a – направление, в котором она смотрит. Черепашка обучена интерпретировать и выполнять последовательность команд, задаваемых кодовым словом, буквы которого читаются слева направо. Кодовое слово представляет собой результат работы L–системы и может включать следующие буквы:

- F– переместиться вперед на один шаг, прорисовывая след;
- b–переместиться вперед на один шаг, не прорисовывая след;
- [– открыть ветвь;
-]–закрыть ветвь;
- +– увеличить угол a на величину q ;
- –– уменьшить угол a на величину q ;

Размер шага и величина приращения по углу q задаются заранее и остаются неизменными для всех перемещений черепашки. Если начальное направление движения a (угол, отсчитываемый от положительного направления оси X) не указано, то полагаем a – равным нулю.

Несколько примеров иллюстрируют применение команд ветвления (обозначаются],[) и вспомогательных переменных (обозначаются X, Y, и

т.д.). Команды ветвления используются для построения деревьев растений, а вспомогательные переменные заметно облегчают построение некоторых L-систем.

Формально, детерминированная L-система состоит из алфавита, слова инициализации, называемого аксиомой или инициатором, и набора порождающих правил, указывающих, как следует преобразовывать слово при переходе от уровня к уровню (от итерации к итерации). К примеру, можно заменять букву F при помощи порождающего правила $newf = F - F ++ F - F$, что соответствует L-системе для снежинки Коха, рассматриваемой ниже. Символы +, -,], [не обновляются, а просто остаются на тех местах, где они встретились. Обновление букв в данном слове предполагается одновременным, то есть буквы слова одного уровня обновляются раньше любой буквы следующего уровня [9].

2 Разработка приложения для работы с фракталами. В практической части была разработана программа на языке программирования C++, в среде разработки C++ Builder 6, реализующая построение различных фракталов, также в проекте есть функция «Фрактальное сжатие», с помощью которой можно будет сжимать изображения. Программа реализует построение таких фракталов как «Треугольник Серпинского, Ковер Серпинского, Кривая Коха, Снежинка Коха, Дерево Пифагора, Кривая дракона». Данное разработанное приложение имеет визуальный интерфейс Windows Form приложения. В приложении есть несколько вариантов построения фракталов, причем можно приводить каждую итерацию в отдельности и наблюдать что будет происходить при каждой итерации, а так же можно отматывать итерации назад, то есть имеется возможность задавать количество шагов построения. Для начала работы приложения необходимо выбрать название фрактала, который желаете построить. Если ничего не выбрать, то появится сообщение об ошибке "Вы не выбрали фрактал для построения". Далее выбирается максимальное количество итераций и

нажимается кнопка «Построить». В зависимости от выбранного названия фрактала, вызываются соответствующие функции. При нажатии на кнопки «Предыдущая итерация» или «Следующая итерация» количество итераций либо уменьшается, либо увеличивается на единицу. Построенное изображение очищается и перестраивается, если уже построено максимальное (минимальное) количество итераций для данного фрактала, выводится сообщение об ошибке "Вы достигли предельного уровня построения".

Далее перейдем к методу сжатия изображений и его параметрам сжатия. Если в окне программы нажать на кнопку «Фрактальное сжатие» откроется диалоговое окно этой функции, в нем можно выбрать произвольное растровое изображение (размерами не более чем 512×512 пикселей) для дальнейшей компрессии изображения. Далее можно выставить значения параметров сжатия, по умолчанию выставляется «Смещение домена:1» и «Размер региона:10». Принцип сжатия построен таким образом, что сначала картинка разбивается на количество регионов, а потом регионы разбиваются уже на домены. Смещение домена влияет на количество доменов (участков сжатия). Также можно посмотреть полный размер файла в байтах, нажав на кнопку «Размер файла», еще можно посмотреть загруженное изображение в полном размере, нажав на кнопку «Полностью». После установки параметров сжатия нужно нажать кнопку «Запустить», и тогда начнется процесс фрактального сжатия изображения. Время сжатия зависит от размера изображения и выбранных заранее параметров сжатия. Если вдруг выставлены неподходящие параметры сжатия и уже процесс сжатия запущен, то его можно отменить, нажав на кнопку «Прервать» и потом выставить значение по-новому. После того как время компрессии вышло и выбранное изображение было полностью сжато по определенным параметрам, можно нажать на кнопку «Просмотреть результат» и в отдельном окне будет показано это изображение, после чего по желанию его

будет можно сохранить, нажав на кнопку «Сохранить» и так же потом загрузить, нажав на кнопку «Загрузить».

Ниже будет представлена таблица, на которой представлены результаты фрактального сжатия 6 различных по параметрам растровых изображений.

Таблица 1 - Таблица результатов фрактального сжатия изображения

	1	2	3	4	5	6
Формат файла	.bmp	.bmp	.bmp	.bmp	.bmp	.bmp
Размер изображения (пиксели)	97 × 250	200 × 200	256 × 192	225 × 225	256 × 256	245 × 341
Размер (байт)	26 078	41 078	147 510	152154	196662	253 758
Размер после сжатия (байт)	1358	2408	2858	2912	3758	7568
Процент сжатия	94.79%	94.13%	98.06%	98.09%	98.09%	97.01%
Время сжатия (сек)	30	90	130	135	220	380

Как видно из таблицы 1 алгоритм фрактального сжатия позволяет уменьшать размер изображения более чем на 90%, причем, чем больше размер файла, тем более сжатое (в процентном соотношении) получается изображение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. В ходе работы были рассмотрены различные типы фрактальных изображений и применение фракталов в различных отраслях науки. Были перечислены и подробно изучены классификации фракталов, такие как: алгебраические фракталы, геометрические фракталы и стохастические фракталы. Так же были рассмотрены и изучены основные свойства и понятия фракталов, построение фрактальных изображений с помощью L–системы, рекурсивная процедура для получения фрактальных кривых.

Были приведены некоторые примеры различных видов фрактальных изображений:

- Ковер Серпинского
- Фрактал Мендельброта
- Кривая дракона
- Снежинка Коха
- Кривая Коха
- Кривая Леви
- Кривая Пеано

и т. д.

В практической части работы была рассмотрена и описана программа, созданная на языке программирования C++ в среде разработки C++ Builder 6, реализующая построение фрактальных изображений с методом сжатия изображений.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Мандельброт Б. Фракталы и хаос. Множество Мандельброта и другие чудеса . –Ижевск,: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. – 392 с.
2. Федер Е. Фракталы.: –М.: Мир, 1991. – 254 с.
3. Пайтген Х. –О., Рихтер П. Х. Красота фракталов. –М.: «Мир», 1993.- 176 с.
4. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: «Институт компьютерных исследований», 2002 г., 203 с.
5. А. Кириллов Повесть о двух фракталах. – Летняя школа «Современная математика». –Дубна, 2007 г., 158 с.
6. Фракталы и мир вокруг нас [Электронный ресурс] –URL: <http://www.ghcube.com/fractals/general.html> (Дата обращения 20.01.2016) Загл. с экрана. –Яз.рус.
7. Понятие фрактал [Электронный ресурс] –URL: <http://fractbifur.narod.ru/html/index1.html> (Дата обращения 22.01.2016) Загл. с экрана. – Яз.рус.
8. Фракталы, синтез изображения [Электронный ресурс] –URL: <http://www.visti.net/skl/articles/fractals/sunduchkov.html> (Дата обращения 22.01.2016) Загл. с экрана. –Яз.рус.
9. L-Системы[Электронный ресурс] –URL: <http://mech.math.msu.su/~shvetz/54/inf/perl-problems/chLSystems.xhtml> (Дата обращения 23.01.2016) Загл. с экрана. –Яз.рус.
10. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории хаоса в инвестициях и экономике. – М.: Интернет-трейдинг, 2004. –304 с.
11. Разновидности Фракталов [Электронный ресурс] –URL: <http://nibler.ru/cognitive/8442-fraktaly.html> (Дата обращения 29.01.2016) Загл. с экрана. – Яз.рус.