МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ И ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОЙ МОДЕЛИ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 412 группы
направления 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета
Ефремова Владислава Вадимовича

Научный руководитель
доцент, к. ф.-м. н. ______________ Н. Ю. Агафонова

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., доцент ______________ С. П. Сидоров

Саратов 2019

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. В условиях постоянно нарастающих объемов информации и повышения сложности технических, социальных, экономических и прочих систем, становится все труднее оценить всю поступающую информацию, а также оценить влияние множества различных факторов на поведение системы. Детально и качественно анализируя предметную область, системы поддержки принятия решений должны оперативно предоставлять пользователю полную и объективную информацию о наблюдаемой или управляемой системе, спрогнозированные показатели, варианты оптимальных или необходимых решений для разных условий.

Одной из наиболее распространенных задач применения систем поддержки принятия решений является прогнозирование. В условии сложных систем невозможно обнаружить точное решение или найти точные значения параметров системы в будущем. Во многих таких ситуациях бывает полезно иметь приблизительную оценку ключевых показателей систем, основанную на анализе состояния системы в прошлом и настоящем. Большинство систем находится в постоянном развитии - их последующее состояние зависит от ряда предыдущих состояний и от последовательности их прохождения. В системах могут наблюдаться тенденции к периодическим изменениям и цикличности. Информацию о состоянии системы в прошлом и настоящем можно рассматривать как наборы временных рядов.

Целью бакалаворской работы является создание программного кода, выполняющий анализ временного ряда на модельных данных. В частности: моделирование случайных величин, используемых в процессе построении модели, также исследование ее качества для модельных данных и анализ различных численных экспериментов.

Предметом исследования является модель авторегрессии AR(p) и ее частный случай AR(1). При решении поставленной задачи использовались следующие научные направления: регрессионный анализ, аппарат математической статистики, анализ временных рядов. Инструментальная поддержка заключается в использовании программной среды Python.

Практическая значимость заключается в том, что содержащиеся в работе положения и выводы могут быть использованы при дальнейшем более глубоком исследовании статистической методологии. Теоретические и методологические положения, представленные в работы, значительно повышают возможности и качество анализа и прогнозирования временных рядов, уточняют особенности применения методов.

Структура и содержание бакалаврской работы. Работа состоит из введения, 3 разделов, заключения, списка использованных источников и трех приложений. Общий объем работы составляет 44 страницы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введение обосновывается актуальность темы работы, формулируется цель работы и решаемые задачи, отмечается практическая значимость полученных результатов.

В **первом** разделе вводятся основные определения, связанные с стохастическим анализом, регрессионным анализом и анализом временных рядов.

Случайная величина X – это числовая функция, заданная на некотором вероятностном пространстве $(\Omega, \mathbb{P})$: $X = X(\omega), \omega \in \Omega$.

Функцией распределения случайной величины X называется числовая функция числового аргумента, определяемая равенством $\mathbb{F}(x) = \mathbb{P}(X \leq x$, $x \in R$ (R — множество действительных чисел).

Математическое ожидание (среднее значение) дискретной случайной величины X, имеющей распределение $p_k = \mathbb{P}(X = x_k)$ есть по определению ряд $M(x) = \sum\limits_k x_k p_k$ при условии его абсолютной сходимости. Для непрерывной случайно величины X с плотностью распределения $p(x)$ математическое ожидание — это интеграл $M(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx$ так же при условии, что он абсолютно сходится.

Другой важнейшей числовой характеристикой случайной величины X является дисперсия, отражающая степень «разброса» случайной величины относительно среднего значения. Она определятся равенством:

$$V(x) = M(X - MX)^2.$$

Величину $\sigma = \sqrt{V(x)}$ называют стандартным отклонением случайной величины X.

Отображение $\xi(\omega,t) : \Omega \times T \to R$ называется случайным процессом, если $\forall t_0 \in T \xi(\omega,t_0)$ удовлетворяет определению случайной величины. Если $T \in R$ - измеримо. Если T счетно, то случайный процесс называют случайной последовательностью. Если T более чем счетно, то получаем случайную функцию. Если заменить R на R^n, то получаем случайное поле.

Траекторией(реализацией) случайного процесса $\xi(\omega,t)$ называется любая функция вида $x(t) = \xi(\omega_0,t)$, где $\omega_0 \in \Omega$.

Корреляционной функцией случайного процесса $\xi(\omega,t)$ называется функция:

$K_\xi(t_1,t_2) = cov(\xi(\omega,t_1),\xi(\omega,t_2)) = M(\xi(\omega,t_1) - M\xi(\omega,t_1))(\xi(\omega,t_2) - M_\xi(\omega,t_2))$, $t_1,t_2 \in T$.

Случайный процесс $\xi(\omega,t)$ называется стационарным в узком смысле, если $\forall n, \forall t_1,...,t_n \in T, h > 0$ распределения векторов $(\xi(\omega,t_1),...,\xi(\omega,n))$ и $(\xi(\omega,t_1+h),...,\xi(\omega,t_n+h))$ совпадают. Таким образом, распределение процесса не зависит от сдвига по времени.

Случайный процесс $\xi(\omega,t)$ называется стационарным в широком смысле, если $M\xi(\omega,t) = const$ и $K_\xi(t_1,t_2) = f(t_2-t_1)$. Здесь $f(t)$ - векторная вещественная функция.

Временной ряд - совокупность наблюдений экономической величины в различные моменты времени.

Частная автокорреляционная функция — это последовательность частных коэффициентов корреляции, т. е. коэффициентов, учитывающих корреляцию между уровнями ряда, отличающимися лагом k, при исключении влияния промежуточных уровней.

Во **втором** разделе описываются основные понятия анализа временных рядов, сопутствующие определения, определение основных моделей временных рядов, в частности их свойства и параметры.

Анализ временных рядов — одна из составных частей прикладной статистики. Под временным рядом понимается последовательность значений некоторого протекающего во времени процесса. Уровни временного ряда получают в результате непосредственного измерения ординат исследуемого процесса через определенные промежутки времени, или в процессе осреднения за определенный период времени. Если измерения производятся непрерывно, то говорят о временных рядах с непрерывным временем — случайных процессах. Если текущая переменная имеет не временной характер, то говорят о случайных функциях. Случайные функции нескольких переменных — случайные поля. При одновременной регистрации нескольких характеристик исследуемого процесса рассматривают многомерные временные ряды.

По результатам наблюдения уровней временного ряда, в процессе анализа выявляются свойства ряда и вероятностный механизм, порождающий его значения. Основные цели анализа временного ряда можно сформулировать следующим образом: описание характерных особенностей ряда, выяснение механизма, порождающего временной ряд, подбор статистической модели, описывающей временной ряд, прогноз будущих значений ряда на основе прошлых наблюдений, управление процессом, порождающим временной ряд.

В анализе временных рядов используются две формы декомпозиции временного ряда:

1) аддитивная модель : $X_t = d_t + \varepsilon_t$, $t = 1, 2, ..., n$;

2) мультипликативная модель: $X_t = d_t \times \varepsilon_t$, $t = 1, 2, ..., n$, где n — число наблюдений.

Структура систематической составляющей d определяется исходя из содержательных соображений моделируемого процесса. В экономических исследованиях, обычно, она включает следующие элементы: $d_t = T_t + s_t + c_t$, $t = 1, 2, ..., n$, где T_t, $t = 1, 2, ..., n$ - тренд, плавно меняющаяся с течением времени составляющая (возрастающая или убывающая, но не повторяющаяся регулярным образом), описывающая чистое влияние долговременных факторов, эффект которых сказывается постепенно:

1) s_t, $t = 1, 2, ..., n$ - сезонная составляющая, предназначенная для описания регулярно изменяющегося в течение заданного периода поведения;

2) c_t, $t = 1, 2, ..., n$ - циклическая составляющая, описывающая длительные периоды относительного подъема и спада. Она состоит из циклов, которые меняются по амплитуде и протяженности.

Спецификация модели временного ряда, как правило, включает: систематическую составляющую — детерминированную последовательность d_t, элементы которой являются функцией времени; случайную (иррегулярную) составляющую ε_t.

Модели тренда.

Сглаживание (выравнивание) уровней временного ряда выполняется при помощи специально подобранных функций - тренда, описывающих закономерности развития во времени исследуемых экономических явлений. Основным инструментом, позволяющим отдать предпочтение той или иной модели, являются приросты уровней ряда, а также некоторые их преобразования. В качестве простейших моделей тренда в анализе временных рядов используются полиномы, экспоненты и логистические кривые.

Полиномиальный тренд имеет вид: $Y_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + ... + b_n t^n$, где Т — независимая переменная (время), b_i, $i = 1, ..., n$ — параметры модели, которым, при небольших значениях i, можно дать конкретную интерпретацию. Тренд, описываемый полиномом первой степени, имеет вид: $Y_t = b_0 + b_1 t$

Характерной особенностью данного тренда является то, что приросты ординат (разности первого порядка) остаются постоянными, поэтому данная модель может быть использована для описания тенденции временного ряда, в котором уровни со временем или равномерно возрастают, или равномерно убывают. Полином второй степени определяется выражением:

$$Y_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2.$$

Общая стохастическая линейная модель (ОЛМ).

Стационарные временные ряды используются при построении моделей, которые применяются для описания поведения случайных возмущений (остатков), т. е. того, что остается после исключения из временного ряда его неслучайной составляющей. В отличие от прогнозов классической регрессионной модели (когда в качестве прогнозов используется значение функции регрессии при заданных значениях регрессоров и игнорируются значения случайных остатков), при прогнозировании временных рядов существенно используются взаимозависимость самих случайных остатков. В качестве основы для построения большинства моделей стационарных временных рядов используются общие линейные модели (ОЛМ). В ОЛМ предполагается, что белый шум ε_t, можно трансформировать в динамический ряд X_t, при помощи линейного фильтра (некоторого линейного преобразования).

Операция линейной фильтрации состоит в вычислении взвешенной суммы предыдущих значений импульсов (возмущений, белого шума):

$$X_t = \mu + \varepsilon_t + \psi_1\varepsilon_{t-1} + \psi_2\varepsilon_{t-2} + ... + ... = \mu + \psi(B)\varepsilon_t,$$

где $\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + ... = \sum_{j=0}^{\infty}\psi_j B^j$ $(\psi_0 = 1)$ - линейный оператор, преобразующий белый шум ε_t в динамический ряд X_t, $t \geq 1$; B — оператор сдвига назад: $B\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1}, B^m\varepsilon_t = \varepsilon_{t-m}$.

Параметр μ можно интерпретировать как среднее значение временного ряда, вокруг которого варьируют отдельные реализации.

Представим $X_t = \mu + \varepsilon_t + \psi_1\varepsilon_{t-1} + \psi_2\varepsilon_{t-2} + ... + ... = \mu + \psi(B)\varepsilon_t$ в центрированном виде:

$$\varepsilon_t = X_t - \mu = \varepsilon_t + \psi_1\varepsilon_{t-1} + \psi_2\varepsilon_{t-2} + ... + ... = \sum_{j=0}^{\infty}\psi_j\varepsilon_{t-j} = \psi(B)\varepsilon_t,$$

данное выражение является первой (прямой) формой ОЛМ, которая позволяет выразить значения динамического ряда X_t, через взвешенную сумму настоящего и прошлых значений белого шума ε_t.

Основными инструментами идентификации моделей временных рядов являются основные характеристики исследуемого случайного процесса: автоковариационная функция, автокорреляционная функция, функция частных корреляций, дисперсия процесса.

Второй формой ОЛМ, в которой текущее значение белого шума выражено в виде линейной комбинации настоящего и прошлых значений временного ряда $\{\varepsilon_t\}_{t\geq 0}$ является спецификация вида:

$$\varepsilon_t = \psi^{-1}(B)\varepsilon_t = \pi(B)\varepsilon_t = (1 - \sum_{j=1}^{\infty}\pi_j B^j)\varepsilon_t.$$

Если выполнена оценка параметров ОЛМ для обратимого ряда, то из спецификации второй формой ОЛМ можно выразить текущее значение уровня ряда через сумму его прошлых значений (т. е. в форме регрессии текущего значения на прошлые значения ряда) и текущего значения белого шума. Таким образом, общая линейная модель может быть использована для прогнозирования будущих значений временного ряда, если известны все прошлые значения.

Модель авторегрессии AR(p) (AR(p) Auto-Regressive model).

Пусть в спецификации $\varepsilon_t = \psi^{-1}(B)\varepsilon_t = \pi(B)\varepsilon_t = (1 - \sum\limits_{j=1}^{\infty} \pi_j B^j)\varepsilon_t$, представляющей процесс $\{\varepsilon_t\}_{t \geq 0}$ в форме регрессии текущего значения на прошлые значения процесса и значения импульса υ_t:

$$\varepsilon_t = \pi(B)\varepsilon_t = (1 - \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j B^j)\varepsilon_t = \varepsilon_t - \pi_1 \varepsilon_{t-1} - \pi_2 \varepsilon_{t-2} - ...,$$

только первые p параметров не равны нулю. Обозначим конечный вектор параметров через $\Phi = (\Phi_1, \Phi_2, ..., \Phi_p)^T$, тогда спецификация модели примет вид:

$$\varepsilon_t = \Phi_1 \varepsilon_{t-1} + \Phi_2 \varepsilon_{t-2} + ... + \Phi_p \varepsilon_{t-p} + \varepsilon_t.$$

Поскольку в данном выражении текущее значение процесса определяется линейной комбинацией его предыдущих значений с максимальным лагом p и текущим возмущением, т. е. представляет собой регрессию на прошлые значения, модель получила название авторегрессионной. Операторная форма модели имеет вид: $\Phi(B)\varepsilon_t = \varepsilon_t$, где оператор авторегрессии

$$\Phi(B) = 1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - ... - \Phi_p B^p.$$

Для определения текущего значения процесса ε_t, по значениям белого шума необходимо обратить уравнение $\Phi(B)\varepsilon_t = \upsilon_t$; $\varepsilon_t = \Phi^{-1}(B)\varepsilon_t = \psi(B)\varepsilon_t$.

Для того чтобы процесс авторегрессии AR(p) порядка p был стационарным, необходимо наложить определенные ограничения на параметры модели, которая его описывает. В соответствии с теорией ОЛМ корни характеристического уравнения $\Phi(B) = 0$ должны быть по модулю больше 1 (лежать вне единичного круга).

Основная характеристика процесса - автоковариационная функция.

1) $\Phi(B)M\{\varepsilon_t \varepsilon_{t-k}\} = 0$, при $k > 0$;

2) $\Phi(B)M\{\varepsilon_t \varepsilon_{t-k}\} = \sigma_\varepsilon^2$, при $k = 0$.

Рекуррентное соотношение для автокорреляции процесса: $\Phi(B)\rho_k = 0$, при $k > 0$; $\Phi(B)\rho_k = \sigma_\varepsilon^2$, при $k = 0$.

Выражение для дисперсии процесса:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\Phi(B)\rho_k} = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \Phi_1\rho_1 - \Phi_2\rho_2 - ... - \Phi_p\rho_p}.$$

Прогнозирование в модели AR(p).

Оптимальный предиктор представляет собой условное математическое ожидание. Поэтому, если известны $n \geq p$ предшествующих значений процесса, то формула оптимального предиктора на один шаг вперед имеет вид:

$$\dot{\varepsilon}_{t-1}(1) = M\{\varepsilon_t | \varepsilon_\tau, \tau \leq t-1\} = \Phi_1 \varepsilon_{t-1} + \Phi_2 \varepsilon_{t-2} + ... + \Phi_p \varepsilon_{t-p}.$$

Декомпозиция или теорема Вольда (Wold decomposition).

Чисто недетерминированный стационарный в широком смысле случайный процесс может быть представлен в следующем виде: $X_t - \mu_t = \sum\limits_{\tau=0}^{\infty} \psi_\tau v_{t-\tau}$, где μ_t - математическое ожидание этого процесса, а $\varepsilon_{t-\tau}$ белый шум с конечными математическим ожиданием и дисперсией. То есть всякий слабо стационарный процесс представляется в виде линейной комбинации белых шумов, с разными весовыми коэффициентами. Так же имеется обязательное условие сходимости по вероятности: $\sum\limits_{i=0}^{\infty} |\psi_i| < \infty$.

Поскольку реализации белого шума не наблюдаемы, весовые коэффициенты определены с точностью до множителя. Поэтому принято, что $\psi_0 = 1$.

Чем больше весовой коэффициент ψ_τ, тем больше влияние случайного возмущения в момент $t - \tau$ на текущий момент t.

Спецификация модели AR(1) имеет вид: $X_t = \alpha X_{t-1} + \varepsilon_t$.

Процесс случайного блуждания (Random walk). Иногда его называют броуновским движением. Это процесс, который задается следующим образом: $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$, где ε_t - белый шум. Этот процесс можно рассматривать, как авторегрессию с коэффициентом 1.

Процессы скользящего среднего (MA).

Стохастический процесс называется процессом скользящего среднего порядка q, если в разложении Вольда присутствуют только q слагаемых. То есть: $MA(q) : x_t = \sum\limits_{\tau=0}^{q} \psi_t \varepsilon_{t-\tau}$, где $x_t = X_t - \mu_t$.

Эквивалентно этот ряд можно представить в виде:

$$x_t = \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1} + ... + \psi_q \varepsilon_{t-q}.$$

Название «скользящее среднее» объясняется тем, что текущее значение случайного процесса определяется взвешенным средним q предыдущих значений белого шума. Процедуру скользящего среднего часто используют для того, чтобы сгладить данные, которые сильно колеблются.

Данный процесс стационарен просто потому, что он есть частный случай разложения Вольда. Математическое ожидание: $M(x_t) = 0$, дисперсия: $Var(x_t) = \sigma^2 \sum\limits_{i=1}^{q} \psi_i^2$. Математическое ожидание и дисперсия не зависят от времени.

Частная автокорреляционная функция, указывает на точный порядок p авторегрессионного уравнения и имеет вид:

$$\rho(\tau) = \tfrac{1}{Var(X_t)} M\{(X_t - \mu)(X_{t-\tau} - \mu)\}.$$

В определение автокорреляционной функции входит ковариация между значениями процесса, отстоящими на τ шагов по времени друг от друга. Коэффициент корреляции при элиминировании промежуточных значений называется частным коэффициентом корреляции.

В **третьем** разделе построена математическая модель временного ряда $AR(1)$, а также исследовано качество модели для искусственных данных.

Построим математическую модель временного ряда $AR(1)$, а также исследуем ее качество для искусственных данных. Для этого напишем программу на языке Python, которая вычисляет характеристики, необходимые для оценки качества построенной модели.

Входными данными программы являются:

1) Сгенерированный набор чисел, распределенных по нормальному закону $n = 50$;

2) в первом случае коэффициент авторегрессии $\varphi = 0.8$;

3) во втором случае коэффициент авторегрессии $\varphi = -0.8$.

Выходными данными программы являются следующие: автокорреляционная функция (АКФ) 1-го и 2-го порядков, частная автокорреляционная функция (ЧАКФ) 1-го и 2-го порядков, посчитанный коэффициент авторегрессии b, значение Q-статистики Бокса-Пирса.

Перейдем к реализации модели $AR(1)$ Для этого сгенерируем набор нормальных величин на отрезке $[0, 1]$ методом, основанным на центральной предельной теореме. Согласно данной теореме, при сложении достаточно большого количества независимых случайных величин с произвольным законом распределения получится случайная величина, распределенная по нормальному закону.

Рассмотрим метод аппроксимации нормально распределенной случайной величины, основанный на использовании двенадцати равномерно распределенных случайных величин. Пусть y_i, $i = 1, \dots, 12.$ - независимые случайные величины, равномерно распределенные на отрезке $[0, 1]$. Для того чтобы определить значение нормально распределенной случайной величины с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией, равной единице, необходимо сложить равномерно распределенные случайные величины y_i, а из суммы вычесть 6, т.е.: $\xi = \sum\limits_{i=1}^{12} y_i - 6$.

Применяя данный алгоритм, мы получим массив нормально распределенных случайных величин: $\xi \sim N(0, 1)$. Рассмотрим выборку из $n = 50$ чисел, распределенных по нормальному закону. По формуле: $y_t = \varphi y_{t-1} + \varepsilon_t$.

Построим две модели $AR(1)$ с заданным коэффициентом $b = 0,8$ и $b = -0,8$. Полученные временные ряды проверим на стационарность методом средних уровней, описанным выше. Если ряд стационарный, считаем его выборочные автокорреляционную функцию (АКФ) и частную автокорреляционную функцию (ЧАКФ) 1-го и 2-го порядков по следующим формулам:

АКФ: $r = \frac{\sum\limits_{i=2}^{n} (y_t - \overline{y_1})(y_{t-1} - \overline{y_2})}{\sqrt{\sum\limits_{i=2}^{n} (y_t - \overline{y_1})^2 \sum\limits_{i=2}^{n} (y_{t-1} - \overline{y_2})^2}}$

ЧАКФ: $R_1 = r_1$; $R_2 = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$

Исследуем качество модели. Q-статистика Бокса-Пирса проверяет гипотезу равенства нулю сразу K первых значений АКФ остатков: $Q = n \sum\limits_{k=1}^{K} r_k^2$. При нулевой гипотезе отсутствия автокорреляции Q имеет распределение $\chi^2(K - p)$, где $K = 3, p = 1$. Нулевая гипотеза отвергается, если полученное значение Q больше соответствующего критического значения (в нашем случае, если $Q > 6$). Для $AR(1)$ значение АКФ первого порядка равно коэффициенту авторегрессии. Если исходный временной ряд оказался нестационарным, то переходим к составлению его первых разностей. Стационарность ряда означает, что исследуемый процесс является интегрированным рядом 1-го порядка. Если же ряд первых разностей нестационарен, то процесс соответствует модели МА.

Результаты программы для двух моделей $AR(1)$ с заданным коэффициентом для первого случая $b = 0,8$ и для второго случая $b = -0,8$ приведены ниже в таблицах 1 и 2 соответственно.

Таблица 1:Результаты программы и ее характеристики для первого случая, где $\varphi = 0.8$.

Хар-ки	Результаты работы программы
Кол-во сгенерированных чисел n	50
Коэффициент авторегрессии φ	0.8
Мат.ожидание	-0.71969
Дисперсия	1.06462
Среднеквадратичное отклонение	1.0318
Гипотеза о стационарности ряда	верна
r_1	0.28168
r_2	0.52802
R_1	0.28168
R_2	0.48734

Таблица 2:Результаты программы и ее характеристики для первого случая, где $\varphi = -0.8$.

Хар-ки	Результаты работы программы
Кол-во сгенерированных чисел n	50
Коэффициент авторегрессии φ	-0.8
Мат.ожидание	-0.03519
Дисперсия	1.90794
Среднеквадратичное отклонение	1.38128
Гипотеза о стационарности ряда	верна
r_1	0.57438
r_2	-0.76799
R_1	0.57438
R_2	-1.63842

По результатам двух рассмотренных случаев можно сделать выводы, что:

1) В обоих случаях полученные временные ряды являются стационарными процессами $AR(1)$ с коэффициентом, приблизительно равным заданному;

2) Подсчитанные основные характеристики ряда приблизительно равны исходным.

Отсюда можно следует, что программа работает верно, выполняет идентификацию и построение модели AR(1).

Основные результаты

1) Определены основные понятия анализа временных рядов, в частности определены необходимые понятия для построения модели авторегрессии AR(1).

2) Изучены различные модели временных рядов, а именно: модели тренда, общая стохастическая линейная модель (ОЛМ), модель авторегрессии AR(p) и ее частные случаи AR(1) и AR(2).

3) Построена математическая модель временного ряда $AR(1)$, а также исследовалось ее качество для искусственных данных. Была реализована программа на языке Python, которая вычисляет характеристики, необходимые для оценки качества построенной модели, описан подробный алгоритм данной программы, и все необходимые сведения о моделировании случайных величин, используемых в процессе построении модели. Был проведен анализ различных численных экспериментов.