

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математики и методики её преподавания

**Учебно-исследовательская деятельность учащихся при изучении темы  
«Возвратные последовательности» в школьном курсе математики**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 4 курса 461 группы

направления 44.03.01 Педагогическое образование (профиль – математическое  
образование) механико-математического факультета

Журкиной Марии Ивановны

Научный руководитель

к.п.н., доцент

\_\_\_\_\_

подпись, дата

О.М. Кулибаба

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент

\_\_\_\_\_

подпись, дата

И.К. Кондаурова

Саратов 2019

**Введение.** В настоящее время учебно-исследовательская деятельность учащихся является приоритетным, социально и личностно значимым видом активной самостоятельной познавательной деятельности, который позволяет реализовать в школьной практике различные направления модернизации образования и способствует достижению личностных, метапредметных, предметных результатов обучения, определяемых Федеральными государственными стандартами общего образования. Однако реализация учебно-исследовательской деятельности в школе, в частности, при изучении математики в силу специфики самой деятельности, особенностей предметного содержания, различных способностей учащихся, отсутствия соответствующего методического обеспечения является сложной, не до конца решенной проблемой. В связи с этим возникает необходимость разработки комплексной современной методики формирования учебно-исследовательской деятельности учащихся при изучении математики.

Проблеме организации учебно-исследовательской деятельности учащихся в школьной практике при изучении математики посвящены работы И.В. Клещевой, В.А. Далингера, Э.Г. Гельфмана, А.Г. Подстригич, Е.А. Марковой, М.В. Степановой и других. Кроме того, необходимо отметить работы, в которых представлен опыт организации учебно-исследовательской деятельности учащихся (А.В. Леонтович, А.С. Саввичев, Н.И. Дереклеева и др.).

Понятие последовательности относится к числу основных понятий математики, имеет широкие связи с другими ее разделами, а также с рядом учебных предметов, что позволяет расширить школьные «линии» алгебры последовательностей, представить изучаемые понятия в нетрадиционной для существующих учебников форме, рассмотреть темы и вопросы, которые не включены в программы обучения по математике. Именно поэтому изучение темы «Возвратные последовательности» призвано послужить основой совместного творчества и предметом исследования в процессе учебно-

исследовательской деятельности.

Цель работы: теоретическое обоснование и практическая разработка методического обеспечения учебно-исследовательской деятельности учащихся при изучении темы «Возвратные последовательности» в школьном курсе математики.

Задачи работы:

1) уточнить определение учебно-исследовательской деятельности учащихся, выявить структуру и специфику учебно-исследовательской деятельности, рассмотреть классификации видов и форм организации учебно-исследовательской деятельности;

2) охарактеризовать средства организации учебно-исследовательской деятельности учащихся: учебно-исследовательские задачи и учебные исследования;

3) разработать средства организации учебно-исследовательской деятельности учащихся 9 класса по теме «Возвратные последовательности».

Методы исследования: анализ психолого-педагогической, методико-математической литературы; анализ нормативных документов; обобщение опыта работы действующих учителей; разработка методических материалов.

Структура работы: титульный лист; введение; две главы; заключение; список использованных источников; приложения.

**Основное содержание работы.** В первой главе «Теоретические аспекты учебно-исследовательской деятельности учащихся» решались первая и вторая задачи бакалаврской работы.

В Федеральных государственных стандартах общего образования подчеркивается, что современная школа должна давать не только информацию, но и способы работы с ней. Школьники должны научиться учиться, самостоятельно приобретать новые знания и применять их на практике. Необходимо отметить, что актуальным в настоящее время является смещение образовательных акцентов с получения школьниками готовых знаний на

формирование личностных образований учащихся, сопряженных с приобретением ими новых знаний, в частности, развитие их исследовательского потенциала. Под исследовательским потенциалом будем понимать комплекс личностных качеств учащегося, обеспечивающих его интеллектуальную и психологическую готовность, предрасположенность к учебно-исследовательской деятельности в целом или ее отдельным этапам.

Тема «Последовательности» в школьном курсе математики призвана вызвать интеллектуальную инициативу учащегося и педагога, создать среду, необходимые условия, стимулирующие творческие способности участников совместной деятельности. В процессе изучения последовательностей учащиеся осознают значение, взаимное положение и взаимосвязь таких центральных понятий и разделов математики, как функциональная зависимость и математическая индукция, теория множеств и теория пределов последовательностей и функций и др.

Термин «учебно-исследовательская деятельность», несмотря на широкое распространение в современной отечественной педагогике, не имеет однозначного толкования. В работе рассмотрены различные определения понятия «учебно-исследовательская деятельность», сформулированные Т.И. Чернецкой, Е.А. Марковой, В.И. Андреевым и К.А. Халатян.

Под учебно-исследовательской деятельностью учащихся понимается учебная деятельность учащихся по приобретению практических и теоретических знаний с преимущественно самостоятельным применением научных методов познания, что представляет собой условие и средство развития у учащихся творческих исследовательских умений.

К основным дидактическим функциям учебно-исследовательской деятельности относят следующие:

- 1) функцию открытия новых (неизвестных учащемуся) знаний;
- 2) функцию углубления изучаемых знаний;
- 3) функцию систематизации изученных знаний;

4) функцию развития учащегося, формирование у него самостоятельности к самоуправлению;

5) функцию обучения учащихся способам деятельности.

К компонентам, составляющим структуру учебно-исследовательской деятельности учащихся, относятся: мотивы, цели, действия, результат (продукт) деятельности.

Содержанием учебно-исследовательской деятельности являются общие способы учебных и исследовательских действий, направленные на решение конкретно-практических и теоретических задач.

Учебно-исследовательская деятельность учащихся состоит из следующих основных этапов: ориентирование, проблематизация, планирование, определение средств, сбор материалов или проведение эксперимента, анализ и рефлексия.

В качестве средств организации учебно-исследовательской деятельности учащихся целесообразно использовать учебно-исследовательские задачи и учебные исследования.

Под учебно-исследовательской задачей понимается математическая задача, процесс решения которой предполагает осуществление учащимся учебно-исследовательской деятельности в полном объеме или отдельных ее этапов.

По содержанию выделяют следующие типы учебно-исследовательских задач: информационные, проблемные, экспериментальные.

Под учебным исследованием будем понимать такой вид познавательной деятельности учащихся, который способствует формированию следующих умений: добывать новые предметные знания, приемы и способы действий; самостоятельно организовывать поиск; достигать поставленных целей обучения; формировать мыслительные операции, такие как аналогия, классификация, обобщение и т.п.

Учебные исследования как средство организации учебно-

исследовательской деятельности учащихся могут реализовываться в форме мастерских и исследовательских проектов.

В работе рассмотрены классификации видов учебно-исследовательской деятельности по разным основаниям:

1) по содержанию – монопредметное, межпредметное, надпредметное исследование;

2) по продолжительности выполнения – экспресс-исследования, мини-исследования, исследования средней продолжительности и долгосрочные исследования;

3) по количеству участников – групповые, бинарные, индивидуальные исследования;

4) по степени координации – с явной, открытой координацией, со скрытой координацией.

В работе рассмотрены различные формы организации учебно-исследовательской деятельности учащихся как на уроке (урок-исследование, урок-лаборатория, урок открытых мыслей, урок-творческий отчет, учебный эксперимент, мастерская), так и во внеурочное время (домашние задания исследовательского характера, научное общество учащихся, научные конференции, исследовательская практика, исследовательские игры, исследовательский проект).

Участие учащихся в учебно-исследовательской деятельности, особенно по математике (в силу специфики математической учебно-исследовательской деятельности) требует от учащихся определенной интеллектуальной и психологической подготовки, поэтому многие разработанные в настоящее время методики адресованы более подготовленным учащимся классов и школ с углубленным изучением математики, при этом перенос таких методик в обычный класс весьма затруднителен.

Необходимо отметить, что для эффективной организации учебно-исследовательской деятельности необходимо учитывать исходный

исследовательский потенциал учащихся, стимулировать положительную мотивацию учащихся на участие в учебно-исследовательской деятельности, формировать недостаточно развитые умения посредством организации соответствующих этапов учебно-исследовательской деятельности.

Во второй главе «Методические аспекты учебно-исследовательской деятельности учащихся при изучении темы «Возвратные последовательности» в школьном курсе математики» решалась третья задача бакалаврской работы. Нами были разработаны: сборник учебно-исследовательских задач по теме «Возвратные последовательности»; занятие в форме мастерской и сценарий научно-практической конференции по теме «Возвратные последовательности».

В работе представлен сборник учебно-исследовательских задач по теме «Возвратные последовательности», который состоит из четырех разделов: рекуррентные последовательности, числа Фибоначчи, арифметическая прогрессия и геометрическая прогрессия. В данном сборнике задачи разделены на три типа: информационные, проблемные, экспериментальные. Кроме того, в сборнике предложены подробные решения и указания к каждой учебно-исследовательской задаче.

Сборник рассчитан в первую очередь на учащихся 9-11 классов. Он может быть использован учителями математики при организации учебно-исследовательской деятельности учащихся по теме «Возвратные последовательности» как на уроках, так и во внеурочное время, а также будущими бакалаврами педагогического образования (профиль – математическое образование).

Спектр трудности предложенных учебно-исследовательских задач весьма широк: от простых до таких, которые могут заставить задуматься.

Рассмотрим некоторые учебно-исследовательские задачи из данного сборника.

### *1. Рекуррентные последовательности*

#### *Информационная учебно-исследовательская задача:*

Задача 1. Числовая последовательность задана формулой  $n$ -го члена:

а)  $a_n = 5n$ ;

б)  $b_n = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$ .

Задайте последовательность рекуррентным способом.

Решение. а) Подставляя в формулу  $a_n = 5n$  вместо  $n$  числа 1, 2, 3, 4, ..., получим члены последовательности: 5, 10, 15, 20, ... . Так как каждый следующий член последовательности можно получить из предыдущего прибавлением числа 5, то последовательность можно задать рекуррентным способом:  $a_1 = 5$ ,  $a_{n+1} = a_n + 5$ .

б) Подставляя в формулу  $b_n = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$  вместо  $n$  числа 1, 2, 3, 4, ..., получим члены последовательности: 9, 3, 1,  $\frac{1}{3}$ , ... . Так как каждый следующий член последовательности можно получить из предыдущего умножением на  $\frac{1}{3}$ , то последовательность можно задать рекуррентным способом:  $b_1 = 9$ ,  $b_{n+1} = b_n \cdot \frac{1}{3}$ .

## 2. Числа Фибоначчи

*Проблемная учебно-исследовательская задача:*

Задача 2. Докажите, что два соседних числа Фибоначчи  $u_n$  и  $u_{n+1}$  ( $n \geq 1$ ) взаимно просты.

Решение. Доказательство «от противного»: пусть  $u_n$  и  $u_{n+1}$  имеют некоторый общий делитель  $d > 1$ . Тогда и их разность  $u_{n+1} - u_n$  будет делиться на  $d$ . Так как  $u_{n+1} - u_n = u_{n-1}$ , на  $d$  должно делиться и  $u_{n-1}$ . Аналогично получаем, что на  $d$  будут делиться и  $u_{n-2}$ , и  $u_{n-3}$ , и т.д. и,  $u_1$ . Но  $u_1 = 1$ , и поэтому на  $d > 1$  делиться не может. Полученное противоречие доказывает, что



два соседних числа Фибоначчи взаимно просты.

### 3. Арифметическая прогрессия

*Проблемная учебно-исследовательская задача:*

Задача 3. Пусть  $a, b, c$  – различные простые числа. Докажите, что числа  $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$  не могут быть членами одной арифметической прогрессии.

Решение. Если числа  $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$  являются членами одной арифметической прогрессии, то для некоторых целых  $p$  и  $q$  будет выполняться равенство:  $q(\sqrt{b}-\sqrt{a})=p(\sqrt{c}-\sqrt{b})$  или  $\sqrt{b}(p+q)=p\sqrt{c}+q\sqrt{a}$ . После возведения последнего равенства в квадрат получаем, что  $\sqrt{ac}$  – рациональное число. Но это невозможно, так как  $a$  и  $c$  – различные простые числа.

### 4. Геометрическая прогрессия

*Экспериментальная учебно-исследовательская задача:*

Задача 4. Рассмотрите геометрическую прогрессию  $3; 6; 12; 24; 48; \dots$ .

Возьмите любой член этой прогрессии и убедитесь в том, что он равен среднему геометрическому двух соседних членов. (Напомним, что среднее геометрическое двух положительных чисел  $a$  и  $b$  равно  $\sqrt{ab}$ .)

Решение. Так как  $b_2=6$ , то  $\sqrt{b_1 \cdot b_3}=\sqrt{3 \cdot 12}=\sqrt{36}=6$ . Следовательно,  $b_2=\sqrt{b_1 \cdot b_3}$ . Если  $b_3=12$ , то  $\sqrt{b_2 \cdot b_4}=\sqrt{6 \cdot 24}=12$ , поэтому  $b_3=\sqrt{b_2 \cdot b_4}$ , то есть получено требуемое.

В работе представлена разработка занятия в форме мастерской для обучающихся в возрасте 15 лет (9 класс) по теме «Возвратные последовательности», которое является заключительным при изучении данной темы.

Работа на занятии осуществляется в группах и координируется с помощью специального путеводаителя – маршрутного листа, в котором представлены задания в определенной последовательности с указаниями по их выполнению (таблица 1).

**Задание 1. Правильно выполнив задание и заполнив таблицу, вы сможете прочитать имя математика:**

**Задача 1.1.** Даны три последовательных члена геометрической прогрессии:

**М)**  $7; x; 63$ . Найдите  $x$ , если  $x > 0$ .

**П)**  $2; x; 18$ . Найдите  $x$ , если  $x < 0$ .

**Задача 1.2. А)** Напишите первые десять членов последовательности  $\{a_n\}, n \in \mathbb{N}$ , заданной рекуррентным соотношением

$$a_{n+2} = \frac{a_{n+1}}{a_n}, a_1 = 1, a_2 = 2. \text{ В ответе запишите сумму этих членов.}$$

**Задача 1.3. Р)** В арифметической прогрессии второй член равен 4, а сумма 20 первых членов равна 1780. Найдите сумму первого члена и разности этой прогрессии.

**Задача 1.4. В)** Для арифметической прогрессии  $\{a_n\}$  вычислите  $S_{2001}$ , если  $a_{1001} = 2000$ .

**Задача 1.5. У)** Сумма пятнадцатого и двадцать седьмого членов арифметической прогрессии  $\{a_n\}$  равна 2008. Найдите двадцать первый член этой прогрессии.

**Ф)** Произведение шестого и двадцатого членов геометрической прогрессии  $\{b_n\}$  равно 25. Найдите тринадцатый член этой прогрессии.

<b>21</b>	<b>1004</b>	<b>13</b>	<b>4 002 000</b>	<b>4</b>

**Задание 2. Решите следующие задачи:**

**Задача 2.1.** Задача о прыгуне

Прыгун может прыгать в одном направлении вдоль разделенной на клетки полосы, перемещаясь при каждом прыжке либо в соседнюю клетку, либо через клетку. Сколькими способами может он сдвинуться на  $(n-1)$  клетку и, в частности, переместиться из первой клетки в  $n$ -ю? (Способы прыгания считаются одинаковыми, если в ходе каждого из них прыгун побывает в одних и тех же клетках.)

**Задача 2.2.** Задача о доказательстве свойства последовательности чисел Фибоначчи

Последовательность чисел Фибоначчи  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ , определяется рекуррентной формулой:  $a_0 = 1, a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ . Докажите, что  $a_n^2 - a_{n-1} \cdot a_{n+1} = (-1)^n$  при любом натуральном  $n$ .

**Задача 2.3.** Задача о вычислении суммы  $n$  первых членов натурального ряда. Найдите сумму  $n$  первых членов натурального ряда.

**Задача 2.4.** Задача о нахождении членов геометрической прогрессии  
Между числами 9 и  $-27\sqrt{3}$  необходимо вставить два числа так, чтобы все  
четыре числа составили геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

После выполнения всех заданий путеводаителя каждая группа разрабатывает свою полосу в математической стенгазете «Возвратные последовательности».

В работе представлена разработка сценария научно-практической конференции школьников «Возвратные последовательности», которая позволит обучающимся не только систематизировать имеющиеся теоретические и практические знания о возвратных последовательностях, но и будет способствовать расширению и углублению знаний обучающихся о возвратных последовательностях.

Данная научно-практическая конференция имеет теоретическую и практическую направленность и затрагивает проблемы, связанные с возвратными последовательностями: арифметические и геометрические прогрессии, последовательность чисел Фибоначчи и т.п. Вместе с тем, учащиеся смогут продемонстрировать разработанные исследовательские проекты.

**Заключение.** Основные результаты бакалаврской работы.

1. На основе теоретического анализа психолого-педагогической, математической, учебно-методической литературы в работе: уточнено определение учебно-исследовательской деятельности учащихся, выявлены структура и специфика учебно-исследовательской деятельности, рассмотрены классификации видов и форм организации учебно-исследовательской деятельности учащихся.

2. Охарактеризованы средства организации учебно-исследовательской деятельности учащихся: учебно-исследовательские задачи и учебные исследования.

3. Разработаны средства организации учебно-исследовательской

деятельности учащихся 9 класса по теме «Возвратные последовательности». Разработан сборник учебно-исследовательских задач по данной теме. Представлены разработка занятия в форме мастерской и разработка сценария научно-практической конференции по теме «Возвратные последовательности».

По результатам исследования опубликовано две статьи: «Различные подходы к определению понятия «учебно-исследовательская деятельность учащихся»» и «Методическая разработка сценария научно-практической конференции школьников по теме «Возвратные последовательности»».