

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Влияние мемристивного характера связи на эффект синхронизации
взаимодействующих генераторов**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 2 курса 241 группы
направления 03.04.03 «Радиофизика»
физического факультета
Шабалиной Ольги Геннадьевны

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Вадивасова Т.Е.

Зав. кафедрой
д.ф.-м.н., профессор _____ Анищенко В.С.

Саратов 2019

Актуальность темы исследования

Последние годы большое внимание уделялось исследователями так называемым мемристивным элементам и системам содержащим мемристивные элементы. Новый радиотехнический элемент, названный мемристором, был теоретически предложен Л. Чуа еще в 1971 г.¹, а значительно позднее, в 2008 г., появилось реальное полупроводниковое устройство, обладающее свойствами мемристора². Мемристор представляет собой пассивный двухполюсник, обладающий памятью. Если предположить, что магнитный поток ϕ (*flux*) в двухполюснике нелинейно связан с переносимым зарядом q и воспользоваться соотношениями $d\phi = udt$, $dq = idt$, то можно получить вольт-амперную характеристику двухполюсника в виде

$$u = R_M(q)i, R_M(q) = \frac{d\phi}{dq} = \phi' \left(\int_{\infty}^t i(t)dt \right).$$

Таким образом, сопротивление (мемристанс) $R_M(q)$ управляется зарядом и связано со значениями тока, протекавшего через двухполюсник в предыдущие моменты времени.

Аналогично можно записать:

$$i = G_M(\phi)u, G_M(\phi) = \frac{dq}{d\phi} = q' \left(\int_{\infty}^t u(t)dt \right).$$

Проводимость $G_M(\phi)$ управляется магнитным потоком и зависит от предшествующих значений напряжения.

На сегодняшний день имеется уже много публикаций, посвященных экспериментальным исследованиям и численному моделированию свойств полупроводниковых мемристоров, полимерных мемристоров и мемристоров иной природы. Планируется использование мемристоров в электронике и

¹L.O.Chua, IEEE Trans. Circuit Theory. **1**, 507 (1971)

²D. B. Strukov et al., Nature. **453**, 80 (2008)

компьютерной технике, в частности для создания элементов памяти. Однако исследование поведения различных радиотехнических цепей и систем, содержащих элементы такого рода, пока еще только начинается. Не всегда ясно, к какому типу динамики, и каким новым эффектам может привести замена обычного резистора с постоянным сопротивлением на мемристор.

В научной литературе, в последнее время, часто используется более общее понятие мемристивного элемента ³, как двухполюсника с характеристикой следующего типа:

$$i = G_M(u, z, t)u, \quad \frac{dz}{dt} = f(u, z, t). \quad (1)$$

Здесь z некоторая управляющая переменная, предшествующие состояния которой определяют значение проводимости G_M в текущий момент времени. Примером мемристивного элемента может служить термистор, вольт-амперная характеристика которого имеет вид (1), а роль управляющей переменной z играет температура. Концепция мемристивных элементов близка к концепции инерционной нелинейности, предложенной в свое время в работах, посвященных радиоэлектронным цепям ^{4 5}. Примерами автоколебательных систем с инерционной нелинейностью могут служить квазигармонический генератор с термистором и генератор с модифицированной инерционной нелинейностью Анищенко-Астахова. В последнем случае инерционная нелинейность приводит к возникновению в системе с размерностью фазового пространства $N = 3$ сложной хаотической динамики, хорошо воспроизводимой в физических экспериментах. По сути дела цепочка инерционной нелинейности представляет собой мемристивный элемент в обобщенном смысле.

³Ch.K. Volos et al., J. of Engineering Sci and Thech. Rev. 2015. 8(2), 44 (2015)

⁴П.С. Ланда, Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы, М.: Наука, 1980.

⁵В.С. Анищенко, Сложные колебания в простых системах, М.: Наука, 1990.

Модель мемристора, предложенная в Л. Чуа, имеет существенное отличие от обобщенных представлений о мемристивных элементах и цепочках инерционной нелинейности. Для "истинного" мемристора управляющая переменная (например, магнитный поток) в момент времени t определяется предыдущими значениями тока, но не зависит от своих собственных предшествующих значений. В математических моделях, описывающих схемы, содержащие такой мемристор, это может приводить к возникновению в фазовом пространстве линии равновесий^{6 7 8 9} или, напротив, к отсутствию точек равновесия в фазовом пространстве.

Особенностью математических моделей систем, включающих мемристор в качестве элемента, является возможность существования так называемых линий равновесий, т.е. некоторых линий в фазовом пространстве системы, все точки которых являются точками равновесия. Содержащие мемристор автоколебательные системы с линией равновесий исследовались в ряде работ¹⁰ Динамика таких систем носит особый характер. При определенном выборе параметров в зависимости от начальных условий, можно наблюдать как множество устойчивых точек равновесия, так и множество неизолированных замкнутых кривых различного размера. Всё множество этих траекторий образует аттрактор системы, который состоит из некоторой двумерной поверхности и устойчивых участков линии равновесий.

В рамках данной проблемы можно выделить исследование особенностей взаимодействия автоколебательных систем через мемристивный элемент. Данная задача на сегодняшний день еще недостаточно изучена. Можно

⁶V. Semenov et al., The European Physical Journal Special Topics. **224**(8), 1553 (2015).

⁷R. Rianza, SIAM J. Appl. Math. **72**(3), 877 (2012).

⁸I.A. Korneev, T.E. Vadivasova, V.V. Semenov, Nonlinear Dyn. **89**(4), 2829 (2017).

⁹I.A. Korneev, V.V. Semenov, Chaos. **27**(8), 081104 (2017).

¹⁰V. Semenov et al., The European Physical Journal Special Topics. **224**(8), 1553 (2015).

отметить лишь несколько работ. Так в ряде работ ¹¹ исследовался эффект полной синхронизации двух идентичных хаотических генераторов Чуа, связанных через мемристор или адаптивное устройство на основе двух антипараллельных мемристоров и был установлен факт синхронизации хаоса. Отмечается эффект зависимости достижения полной хаотической синхронизации от начальных условий и параметров мемристора. В работе ¹² экспериментально исследовалась частотная синхронизация двух генераторов Ван дер Поля, взаимодействующих через мемристивное устройство. На основании представленных данных можно говорить о наличии эффекта частотного захвата, но невозможно сделать выводов об особенностях данного эффекта по сравнению с классическим случаем взаимной синхронизации при связи через обычное сопротивление. Кроме того, не вполне ясна математическая модель мемристивного устройства, примененного в экспериментах.

Характер функции связи играет существенную роль при моделировании нейронных ансамблей. Предполагается, что синаптические связи нейронов могут носить мемристивный характер. ^{13 14 15} Таким образом, анализ явлений, связанных с мемристивным характером взаимодействия осцилляторов и автогенераторов является актуальной и далекой до полного решения научной задачей.

В связи с вышесказанным в рамках настоящей выпускной квалификационной работы было проведено исследование поведения двух периодических автогенераторов Ван дер Поля, взаимодействующих через мемристор.

¹¹Ch.K. Volos et al., *Advances and Applications in Nonlinear Control Systems / Series Studies in Computational Intelligence*. **635**, 317 (2016).

¹²M. Ignatov et al., *Appl. Phys. Lett.* **108**(8),84 (2016).

¹³S.H. Jo et al., *Nano Lett.* **10**, 1297 (2010).

¹⁴Y. Xu et al., *Chaos, Solitons and Fractals*. **104**, 435 (2017).

¹⁵F. Xu et al., *Nonlin Dyn.* **94**(2), 775 (2018).

Цель и задачи исследования

Цель исследования, проводимого в рамках выпускной квалификационной работы, состоит в ответе на вопрос: возможна ли синхронизация автоколебаний двух генераторов Ван дер Поля в случае связи через мемристоривный элемент и к каким особенностям поведения взаимодействующих систем может привести такая связь. В соответствии с поставленной целью проводится численное моделирование систем с различными мемристоривными устройствами и строятся границы областей синхронизации.

Краткое содержание работы

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, трех глав, выводов и списка литературы.

Во Введении обсуждается актуальность проблематики исследования, дается краткий обзор научной литературы по теме ВКР, формулируется цель и задачи проводимых исследований.

В первой главе описывается исследуемая система, представляющая собой два генератора Ван дер Поля, связанных через мемристоривную проводимость и приводятся результаты численного моделирования для этой системы. Обобщенная схема исследуемой радиотехнической цепи приведена на рис.1,а. Каждый парциальный автогенератор состоит из параллельно соединенных емкости C_j , индуктивности L_j , постоянной проводимости g_j и нелинейной отрицательной проводимости N_j , где $j = 1, 2$ - номер парциального генератора. $G_M(\varphi)$ – характеристика мемристоривного элемента, представляющая собой зависимость проводимости двухполюсника от магнитного потока φ . Обозначения размерных динамических переменных (токов и напряжений) приведены на схеме.

Исследуемая система описывается следующими дифференциальными

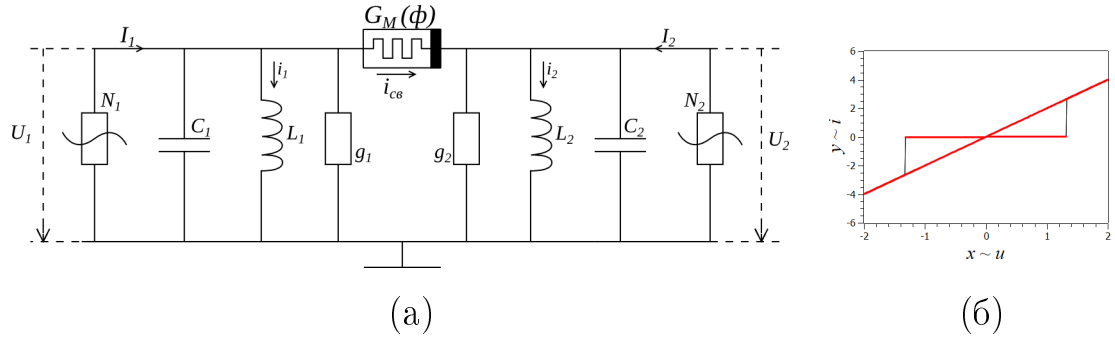


Рис. 1: Эквивалентная схема взаимодействующих радиотехнических генераторов (а) и динамическая вольт-амперная характеристика мемристора Чуа при воздействии напряжения $x = 2\sin t$ (б)

уравнениями в безразмерных переменных:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 + y_1 - (\gamma - x_1^2)x_1 + kM(z)(x_1 - x_2) &= 0, \\
 \dot{x}_2 + py_2 - (\gamma - x_2^2)x_2 - kM(z)(x_1 - x_2) &= 0, \\
 \dot{y}_1 &= x_1, \\
 \dot{y}_2 &= x_2, \\
 \dot{z} &= x_1 - x_2.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Характеристика мемристора в отнормированном виде задается как

$$M(z) = a \quad z < 1, \quad b \quad z \geq 1, \tag{3}$$

где a и b – некоторые безразмерные параметры.

При проведении исследований строились зависимости разности фаз генераторов и частоты биений от начального значения z_0 и от расстройки в системе при различных начальных условиях и различных значениях параметров. На основании анализа зависимостей частоты биений от частотной расстройки для разных значений коэффициента связи k , были построены границы областей синхронизации для разных значений начальных условий (рис. 2).

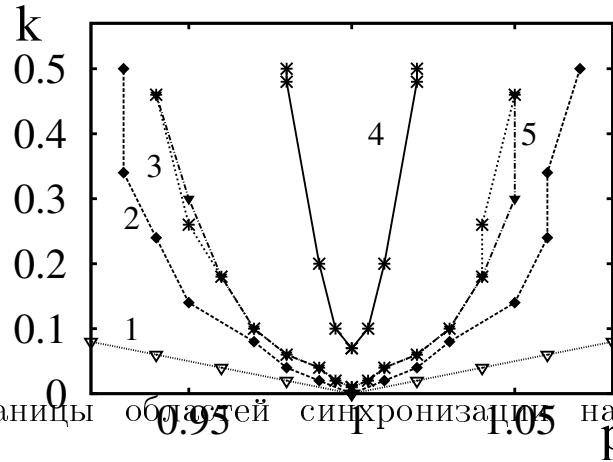


Рис. 2: Границы областей синхронизации на плоскости параметров "расстройка-коэффициент связи" для различных наборов начальных условий

Материал первой главы опубликован в рецензируемом научном журнале ¹⁶.

Во второй главе рассматривались особенности синхронизации генераторов, взаимодействующих через мемристивную проводимость с гладкой характеристикой. Рассматривалась та же самая система, но в качестве мемристивной проводимости рассматривался идеализированный мемристор с гладкой характеристикой:

$$G_M(\Phi) = A + B\Phi^2. \tag{4}$$

Были выведены укороченные уравнения, которые имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 &= \frac{\gamma}{2}A_1 - \frac{3}{8}A_1^3 + \frac{k}{2} \left[a + b \left(C_0^2 + \frac{A_1^2 + A_2^2}{4} - \frac{A_1A_2}{2} \cos \theta \right) \right] (A_2 \cos \theta - A_1), \\ \dot{A}_2 &= \frac{\gamma}{2}A_2 - \frac{3}{8}A_2^3 + \frac{k}{2} \left[a + b \left(C_0^2 + \frac{A_1^2 + A_2^2}{4} - \frac{A_1A_2}{2} \cos \theta \right) \right] (A_1 \cos \theta - A_2), \\ \dot{\theta}_2 &= \Delta - \frac{k}{2} \left[a + b \left(C_0^2 + \frac{A_1^2 + A_2^2}{4} - \frac{A_1A_2}{2} \cos \theta \right) \right] \left(\frac{A_1}{A_2} + \frac{A_2}{A_1} \right) \sin \theta, \end{aligned} \tag{5}$$

¹⁶И. А. Корнеев, О. Г. Шабалина, В. В. Семенов, Т. Е. Вадивасова, Изв. вузов «ПНД». **26**(2) 24 (2018)

где введено обозначение для частотной расстройки $\Delta = \frac{p-1}{2}$. Был проведен анализ границ области синхронизации в фазовом приближении и показана их зависимость от начальных условий.

В третьей главе исследовалась синхронизация генераторов, взаимодействующих через термистор. Математическая модель системы описывалась уравнениями в безразмерных переменных:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 + y_1 - (\gamma - x_1^2)x_1 + kG(z)(x_1 - x_2) &= 0, \\
 \dot{x}_2 + py_2 - (\gamma - x_2^2)x_2 + kG(z)(x_2 - x_1) &= 0, \\
 \dot{y}_1 &= x_1, \\
 \dot{y}_2 &= x_2, \\
 \dot{z} &= -\delta z + mG(z)(x_1 - x_2)^2,
 \end{aligned} \tag{6}$$

где $G(z) = \frac{1}{a+bz}$. По аналогии с Главой 1 в качестве управляющих параметров рассматривались расстройка частот p и коэффициент связи k .

Исследовалось взаимодействие двух неидентичных (с различной частотой собственных колебаний) осцилляторов Ван дер Поля. Было установлено, что различия начальных состояний термистора, а именно, различные начальные значения переменной z , не влияют на границы областей синхронизации. Таким образом, было показано, что связь через термистор не вносит в эффект синхронизации качественных особенностей, которые характерны для связи через «идеальный» мемристор. Были построены границы областей синхронизации на плоскости параметров k и p , которые приведены на рисунке 3. При параметре связи, большем, чем $k = 0.11$, изменяется механизм синхронизации с захвата фазы на подавление автоколебаний одного из парциальных генераторов, поэтому для определения границ областей синхронизации использовались фазовые портреты. Также было установлено, что при увеличении значения параметра b границы

областей синхронизации сужаются.

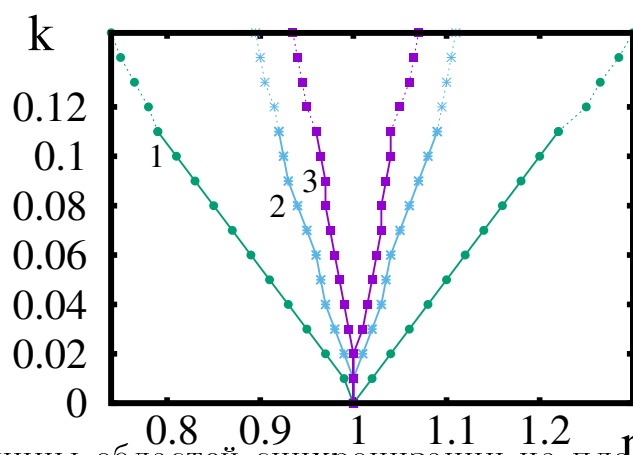


Рис. 3: Границы областей синхронизации на плоскости параметров p и k при разных значениях параметра b : $b = 0$ (кривая 1), $b = 0.1$ (кривая 2), $b = 0.5$ (кривая 3)

В разделе Заключение были сформулированы основные результаты и выводы проведенного исследования:

1. При связи автогенераторов через мемристор Чуа в случае взаимодействия двух полностью идентичных генераторов установившийся режим соответствует синфазным колебаниям в парциальных системах, однако мемристивный характер взаимодействия приводит к длительному процессу установления разности фаз, зависящему от начальных условий. При введении частотной расстройки генераторов была обнаружена зависимость границ области синхронизации от начальных условий. В зависимости от начальных значений динамических переменных ширина области частотно-фазового захвата меняется в широких пределах.
2. При взаимодействии автогенераторов, связанных как через мемристор Чуа с кусочно-гладкой характеристикой, так и через мемристор с гладкой характеристикой, наблюдались качественно одни и те же эффекты

синхронизации.

3. Было показано, что малое возмущение уравнений модели, приводящее к исчезновению линии равновесий, устраняет зависимость эффекта синхронизации от начального состояния системы.
4. При рассмотрении генераторов, связанных через термистор, не было установлено, качественных отличий в эффектах синхронизации, по сравнению со случаем связи через обычную проводимость. Влияние термистора сводится лишь к количественным изменениям, выражающимся в изменении ширины областей синхронизации. Хотя термистор в определенном смысле можно отнести к мемристивным элементам, связь автогенераторов через термистор не приводит к возникновению в системе оси равновесий, существование которой обеспечивает особую чувствительность системы к начальному состоянию, и, соответственно особенности синхронизации, отмеченные выше.

Список литературы включает 51 ссылку на научные публикации по теме ВКР.