

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра динамического моделирования и биомедицинской инженерии
наименование кафедры

ДИНАМИКА МОДЕЛИ ГЕНЕРАТОРА С ИСКУССТВЕННОЙ ЛИНИЕЙ

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 2 курса 206 группы

направления 12.04.04 «Биотехнические системы и технологии»
код и наименование направления

факультета nano- и биомедицинских технологий
наименование факультета

Баатырова Рахима Таалайбековича
фамилия, имя, отчество

Научный руководитель
д.ф.-м.н., доцент
должность, уч. степень, уч. звание

дата, подпись

Е.П. Селезнев
инициалы, фамилия

Зав. кафедрой:
д.ф.-м.н., доцент
должность, уч. степень, уч. звание

дата, подпись

Е.П. Селезнев
инициалы, фамилия

Саратов 2016 г.

ВВЕДЕНИЕ

Системы с задержкой широко распространены в природе и обществе. Уравнения с запаздыванием представляют особый интерес как для математиков, так и для специалистов самых разнообразных специальностей. В частности, динамика изменения состава крови, электрические сигналы мозга, колебания в радиофизических и оптических системах и другие явления могут быть описаны с использованием уравнений с задержкой. Это во многом объясняет высокую популярность уравнений с задержкой у исследователей, занимающихся проблемами нелинейной динамики. Значительная часть их относится к автоколебательным системам (генераторы с запаздывающей обратной связью). Такие генераторы исследуются уже давно, и первые работы по исследованию генераторов с запаздыванием появились еще в 30-е годы XX века, а в 50-е годы эти схемы исследовались с учетом дисперсионных свойств системы запаздывания. В классических учебниках отмечается, что генератор с запаздывающей обратной связью обладает высокой стабильностью, что делает его привлекательным при изготовлении высокостабильных таймеров. В последнее время интерес к генераторам с запаздыванием еще более усилился, в первую очередь потому, что при соответствующем выборе параметров схемы и вида нелинейной функции в генераторе с запаздывающей обратной связью можно наблюдать переход к хаосу и эволюцию различных хаотических режимов, а также мультистабильность и другие эффекты, к которым проявляет интерес нелинейная динамика.

Обобщенная схема генератора с запаздывающей обратной связью может быть представлена в виде линии задержки, усилителя и инерционного элемента, замкнутых в кольцо, причем в реальной системе все три элемента схемы могут быть выполнены при помощи одного устройства. К таким устройствам можно отнести усилители с обратной связью, обладающие одновременно запаздывающими, инерционными и усилительными свойствами. Обычно система

может быть названа генератором с запаздывающей обратной связью в случае, если время задержки намного превышает время инерционности в системе. В достаточно общем случае системы с запаздывающей обратной связью могут содержать не одну, а несколько задержек, нелинейных элементов, фильтров и описываются уравнением следующего вида

$$\varepsilon_n x^{(n)}(t) + \varepsilon_{n-1} x^{(n-1)}(t) + \dots + \varepsilon_1 \dot{x}(t) = F(x(t), x(t - \tau_1), \dots, x(t - \tau_k)), \quad (1.1)$$

где $x(t)$ — состояние системы в момент времени t , $x^{(n)}(t)$ — производная по времени порядка n , τ_1, \dots, τ_k — времена запаздывания $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ — параметры, характеризующие инерционные свойства системы.

В простейшем случае инерционный элемент описывается уравнением первого порядка, время задержки только одно, и уравнение системы имеет вид:

$$\varepsilon_0 \dot{x}(t) = -x(t) + f(x(t - \tau_0)). \quad (1.2)$$

Тем не менее, даже такие простые системы интересны для изучения и могут служить адекватными моделями для различных реальных систем.

Экспериментальные исследования

Исследуемый автогенератор на рисунке 1 включает в себя линию задержки в виде искусственной линии, включающей двадцать четыре RLC звена, соединенные последовательно. После линии задержки включен развязывающий усилитель на операционном усилителе и регулируемый RC фильтр нижних частот. Сигнал с выхода RC фильтра поступает на усилитель с регулируемым коэффициентом усиления, а затем на нелинейный элемент, так называемый лямбда диод, собранный на основе двух полевых транзисторов с управляющим $p-n$ переходом. Вольтамперная характеристика нелинейного элемента представлена на рисунке 2, она имеет максимум и по своей форме напоминает греческую букву лямбду, откуда и пошло название элемента. Затем сигнал усиливается и поступает на вход искусственной линии, в итоге образуется кольцевая система, включающая последовательно соединенные линейный усилитель, линию задержки в виде искусственной линии, фильтр нижних частот и нелинейный элемент.

Возбуждение автоколебаний происходит при условии, когда общий коэффициент передачи по кольцу превышает единицу. Данная система является многомодовой, и в ней могут возбуждаться различные собственные моды. Моды отличаются распределением напряжения по элементам искусственной линии. Наиболее легко возбуждается однородная мода, при этом напряжения на конденсаторах RLC одинаковы, или говорят, распределены однородно. В целом в данном генераторе возможно возбуждение восьми собственных мод, распределение напряжения которых кратно 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 и 24. Однородная мода является наиболее низкочастотной, с увеличением порядка моды частота соответствующих автоколебаний увеличивается. Возможность возбуждения той или иной моды зависит от настройки RC фильтра нижних частот. Если для постоянной времени RC фильтра справедливо соотношение $f_1 < 1/\tau < f_2$, то

возбуждается только первая однородная мода, с увеличением частоты среза фильтра появляется возможность возбуждения других мод автогенератора.

При больших значениях параметра $\tau_0 > 2$ в системе реализуется одномодовая или однородная динамика, когда распределение напряжения по элементам искусственной линии одинаково. Высшие моды колебаний подавляются RC фильтром (цепь R_5C_1 на схеме рисунке 1). Для этих значений $\tau_0 > 2$ реализуется классический сценарий перехода к хаосу через последовательность удвоений периода колебаний. Исследования проводились в зависимости от коэффициента усиления усилителя K и постоянной цепи RC фильтра τ . На рисунке 4 представлена структура плоскости параметров (τ, K) для больших значений τ . При выбранных значениях τ в динамике экспериментальной систем наблюдаются: положение равновесия (область существования отмечена серым цветом), предельный цикл (область существования отмечена темно красным цветом), удвоенный цикл (область существования отмечена красным цветом) и хаотические автоколебания (область существования отмечена оранжевым цветом). В области, отмеченной желтым цветом, генератор уходит на предельное постоянное напряжение (для численной модели эта ситуация соответствует убеганию на бесконечность. Фазовые портреты соответствующих режимов колебаний представлены в выделенных фрагментах.

Более сложная динамика реализуется при $\tau_0 < 2$. На рисунке 5 представлена структура плоскости параметров (τ, K) для малых значений τ . При выбранных значениях τ в динамике экспериментальной систем наблюдаются: положение равновесия (область существования отмечена серым цветом), предельный цикл (область существования отмечена темно красным цветом), хаос (область существования отмечена красным цветом), предельный цикл, хаотические автоколебания (область существования отмечена оранжевым цветом). В области, отмеченной желтым цветом, генератор уходит на предельное постоянное

напряжение (для численной модели эта ситуация соответствует убеганию на бесконечность. Фазовые портреты соответствующих режимов колебаний представлены в выделенных фрагментах.

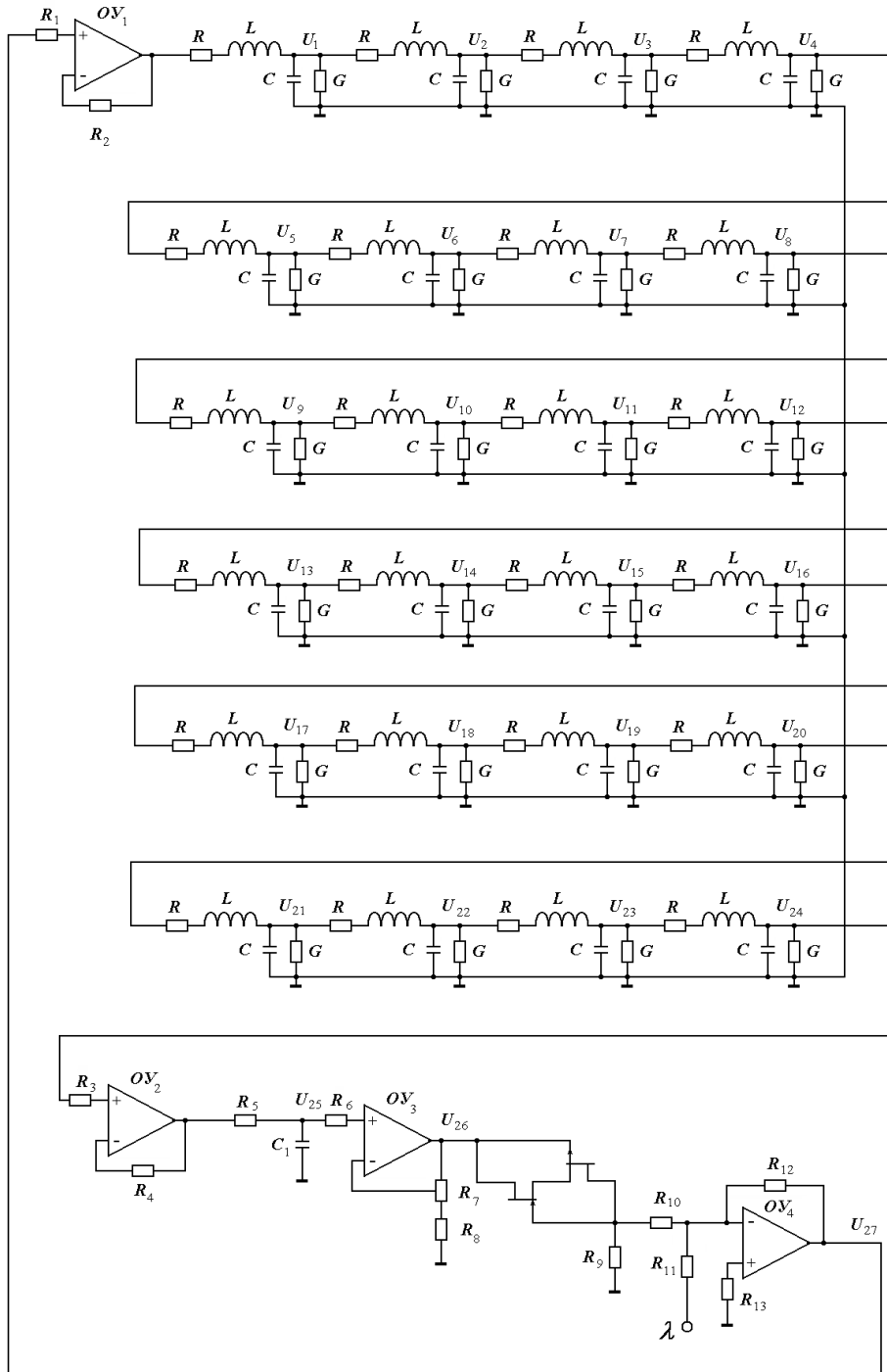


Рисунок 1 - Принципиальная схема автогенератора с искусственной линией.

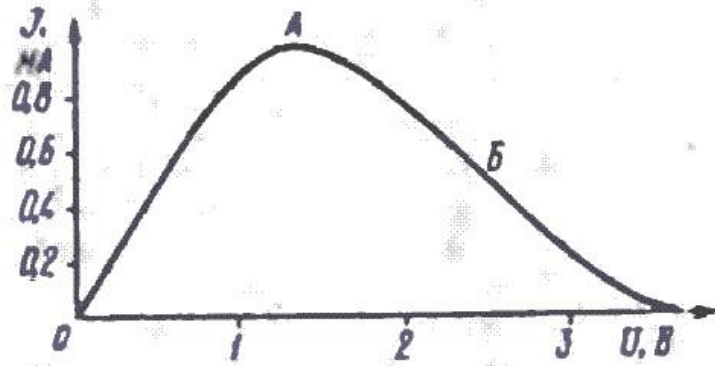


Рисунок 2 - ВАХ нелинейного элемента.

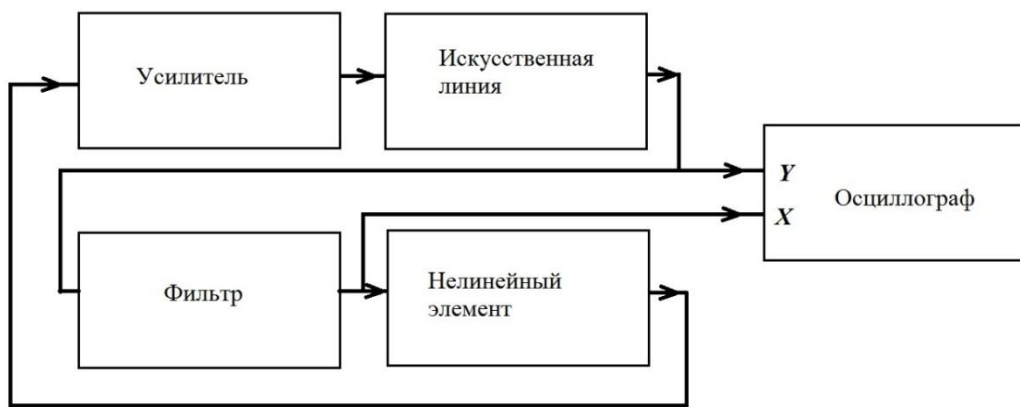


Рисунок 3 - Блок-схема установки.

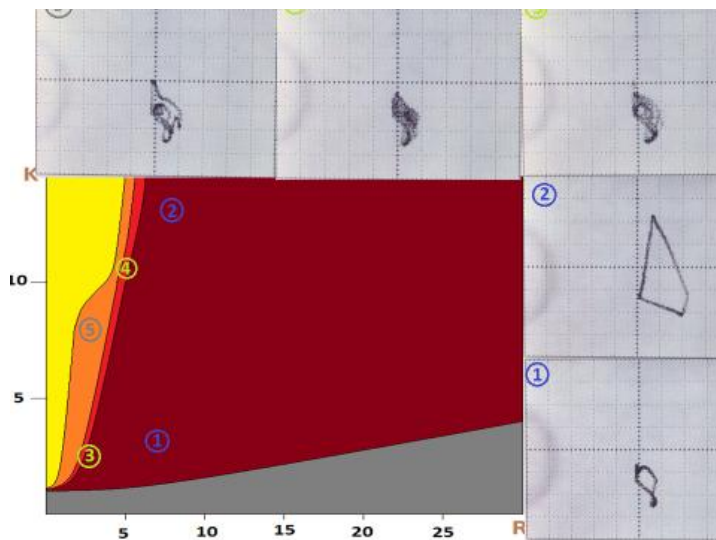


Рисунок 4 - Структура плоскости параметров и фазовые портреты режимов колебаний для больших тау.

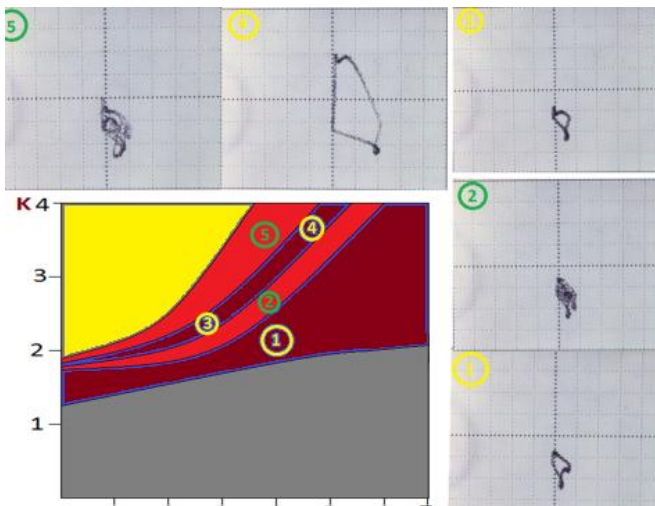


Рисунок 5 - Структура плоскости параметров и фазовые портреты режимов колебаний для малых тау.

Численные исследования

Пользуясь законами Кирхгофа построим математическую модель автогенератора в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Для первого звена искусственной линии уравнения будут иметь вид

$$\begin{cases} U_{L_1} + U_{R_0} + U_1 = U_0 \\ I_1 = I_{C_1} + I_{G_1} + I_2 \end{cases}$$

где U_0 – напряжение на выходе усилителя ОУ1. Для второго звена уравнения будут иметь вид

$$\begin{cases} U_{L_2} + U_{R_2} + U_2 = U_1 \\ I_2 = I_{C_2} + I_{G_2} + I_3 \end{cases}$$

Для третьего звена

$$\begin{cases} U_{L_3} + U_{R_3} + U_3 = U_2 \\ I_3 = I_{C_3} + I_{G_3} + I_4 \end{cases}$$

Для предпоследнего звена уравнения будут иметь вид

$$\begin{cases} U_{L_{23}} + U_{R_{23}} + U_{23} = U_{22} \\ I_{23} = I_{C_{23}} + I_{G_{23}} + I_{24} \end{cases}$$

А для последнего звена искусственной линии уравнения будут иметь вид

$$\begin{cases} U_{L_{24}} + U_{R_{24}} + U_{24} = U_{23} \\ I_{24} = I_{C_{24}} + I_{G_0} \end{cases}$$

Приведем эти уравнения к дифференциальной форме

$$\begin{cases} \frac{dI_1}{d\tau} = \frac{1}{\omega_0 L} U_0 - \frac{R_1}{\omega_0 L} I_1 - \frac{1}{\omega_0 L} U_1 \\ \frac{dU_1}{d\tau} = \frac{1}{\omega_0 C} I_1 - \frac{G}{\omega_0 C} U_1 - \frac{1}{\omega_0 C} I_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dI_2}{d\tau} = \frac{1}{\omega_0 L} U_1 - \frac{R}{\omega_0 L} I_2 - \frac{1}{\omega_0 L} U_2 \\ \frac{dU_2}{d\tau} = \frac{1}{\omega_0 C} I_2 - \frac{G}{\omega_0 C} U_2 - \frac{1}{\omega_0 C} I_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dI_3}{d\tau} = \frac{1}{\omega_0 L} U_2 - \frac{R}{\omega_0 L} I_3 - \frac{1}{\omega_0 L} U_3 \\ \frac{dU_3}{d\tau} = \frac{1}{\omega_0 C} I_3 - \frac{G}{\omega_0 C} U_3 - \frac{1}{\omega_0 C} I_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dI_{23}}{d\tau} = \frac{1}{\omega_0 L} U_{22} - \frac{R}{\omega_0 L} I_{23} - \frac{1}{\omega_0 L} U_{23} \\ \frac{dU_{23}}{d\tau} = \frac{1}{\omega_0 C} I_{23} - \frac{G}{\omega_0 C} U_{23} - \frac{1}{\omega_0 C} I_{24} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dI_{24}}{d\tau} = \frac{1}{\omega_0 L} U_{23} - \frac{R}{\omega_0 L} I_{24} - \frac{1}{\omega_0 L} U_{24} \\ \frac{dU_{24}}{d\tau} = \frac{1}{\omega_0 C} I_{24} - \frac{G_{24}}{\omega_0 C} U_{24} \\ \frac{dU_{25}}{d\tau} = \frac{1}{\omega_0 \tau_0} (U_{24} - U_{25}) \\ U_0 = \lambda - (kU_{25})^2 \end{cases}$$

Отметим, что $\omega_0 L = \rho$, а $\omega_0 C = 1/\rho$, $\tau_0 = R_5 C_1$

В итоге математическая модель генератора представляет собой систему сорока девяти дифференциальных уравнений первого порядка, из которых 48 описывают искусственную линию, а сорок девятое – фильтр первого порядка. В численном эксперименте исследована динамика системы в зависимости от двух управляющих параметров (параметр нелинейности λ и время инерционности фильтра τ_0 при постоянном эффективном времени запаздывания искусственной линии).

В численном эксперименте исследована динамика системы в зависимости от двух управляющих параметров (параметр нелинейности λ и время инерционности фильтра τ_0 при постоянном эффективном времени запаздывания искусственной линии). На рисунке 6 представлена структура плоскости управляющих параметров (τ_0, λ) для больших тау. При больших значениях параметра $\tau_0 > 2$ в системе реализуется одномодовая или однородная динамика, когда распределение напряжения по элементам искусственной линии одинаково. Высшие моды колебаний подавляются **RC** фильтром (цепь $R_5 C_1$ на схеме рисунка 2). Для этих значений $\tau_0 > 2$ реализуется классический сценарий перехода к хаосу

через последовательность удвоений периода колебаний. Более сложная динамика реализуется при $\tau_0 < 2$.

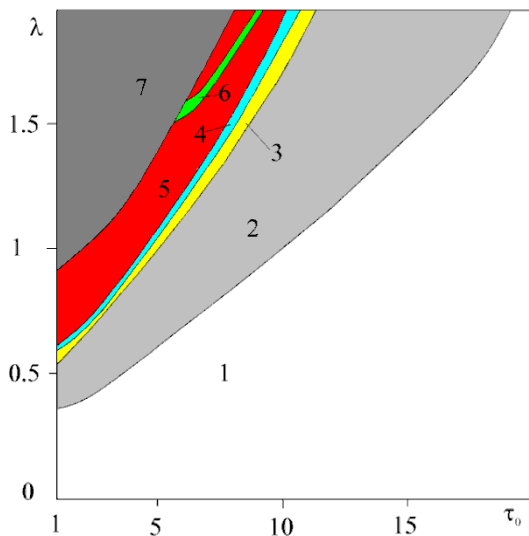


Рисунок 6 - Области колебательных режимов на плоскости управляющих параметров (τ_0, λ) : 1-положение равновесия, 2-предельный цикл, 3-удвоенный цикл, 4-цикл периода 4, 5-хаос, 6-цикл периода 3, 7-убегание на бесконечность.

На рисунке 7 представлена структура плоскости управляющих параметров (τ_0, λ) для малых τ_0 . Для малых значений τ_0 в динамике исследуемой модели наблюдаются как однородные режимы колебаний, так и высшие моды, для которых распределение напряжения по элементам линии задержки не является постоянным а изменяется от элемента к элементу.

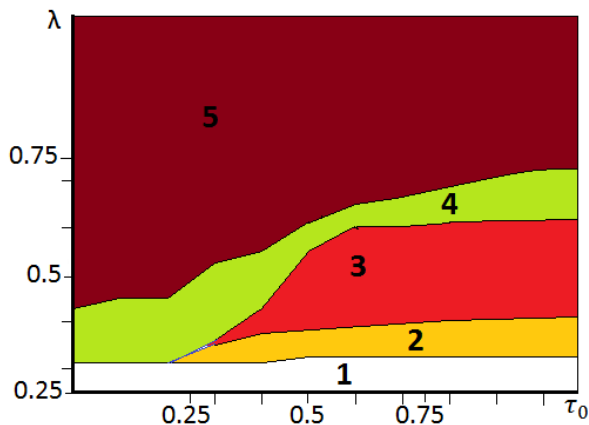


Рисунок 7 – Области колебательных режимов на плоскости управляющих параметров (τ_0, λ) для малых τ : 1-положение равновесия, 2-предельный цикл, 3-удвоенный цикл, 4-цикл периода 4, 5-хаос.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом проведены численные и экспериментальные исследования автогенератора с запаздывающей обратной связью. Показано, что результаты численных исследований качественно соответствуют экспериментальным, что выражается в конфигурации областей существования различных режимов колебаний на плоскости управляющих параметров (τ_0, λ) .

Положение, выносимое на защиту.

Показано, что при постоянной времени RC фильтра $\tau > 2$ в автогенераторе возбуждаются только однородные режимы колебаний, а при $\tau < 2$ в динамике автогенератора появляются колебательные режимы с неоднородным распределением напряжения по элементам искусственной линии.