МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики её преподавания

Разработка модуля и тестовой системы по теме «Формы записи комплексного числа» для студентов геологического факультета

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 3 курса 323 группы

направление 44.04.01 Педагогическое образование

механико-математического факультета

Прониной Анастасии Сергеевны

Научный руководитель

старший преподаватель ____________________ И. Г. Брагина

подпись, дата

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент ____________________ И. К. Кондаурова

подпись, дата

Саратов 2018

Введение. К появлению комплексных чисел привели вполне реальные задачи, например, задача извлечения квадратных корней из отрицательных чисел. Таким образом, возникла задача расширения множества действительных чисел до такой системы чисел, в которой возможно извлечение корней четной степени из отрицательных чисел. При этом представлялось важным сохранить все основные свойства алгебраических операций сложения, вычитания и умножения: коммутативность (перестановочность), ассоциативность (сочетательность), дистрибутивность (распределительное свойство). На такой основе были введены комплексные числа [1].

До середины XVIII века комплексные числа лишь эпизодически использовали в своих трудах некоторые математики, например, И. Ньютон [2], Н. Бернулли [3], А. Клеро[4]. Первое изложение теории комплексных чисел на русском языке принадлежит Л. Эйлеру («Алгебра», Петербург,1763).

Геометрическая интерпретация комплексных чисел (1799 г. Датчанин Каспер Вессель) [5] способствовала их широкому распространению. Использование комплексных чисел, как правило, упрощает вычисления. Комплексные числа являются базовой основой в теории функций комплексного переменного. С помощью комплексных чисел и функций комплексного переменного можно описать динамику процессов, происходящих в природе, в технике, в экономике и т.д.

К примеру, с конца XIX века стали широко применяться генераторы переменного тока. Для расчета цепей переменного тока оказались непригодными старые методы, разработанные для цепей постоянного тока на основе закона Ома. Эффективный метод расчета цепей переменного тока основан на применении комплексных чисел [6].

В настоящее время комплексные числа и функции комплексного переменного находят широкое применение в картографии, электротехнике, аэро- и гидродинамике, теории фильтрации почв, теоретической физике, теории упругости, в расчетах различных конструкций на прочность, в квантовой механике, при изучении движения спутников.

Выбор темы «Комплексные числа», как темы моей магистерской работы, заключается в том, чтобы создать дистационный модуль, так как понятие комплексного числа расширяет знания обучающихся о числовых системах, о решении широкого класса задач как алгебраического, так и геометрического содержания, о решении алгебраических уравнений любой степени и о решение задач с параметрами.

В наше время интернет-технологии позволили обучаться дистанционно большинству желающих, образовав огромную сеть с беспрецедентным количеством информации и вовлеченных в обучение студентов и преподавателей.

На сегодняшний день, чтобы преуспеть в любом деле, необходимо постоянно развиваться, учиться и овладевать новыми знаниями и информацией, повышая свою профессиональную планку – всё это позволяет сделать возможным дистанционное образование.

Понятие дистанционного обучения охватывает как стандартные программы по повышению уровня квалификации, так и полноценные курсы высшего образования, во время которых реализуются способы тесного контакта студентов с преподавателями и сокурсниками, практически по аналогичной схеме, используемой и во время очного обучения. Однако во время дистанционного обучения образовательные учреждения могут задействовать и использовать гораздо более широкий инструментарий.

С началом XXI века такой тип образования набирает популярность и в нашей стране и в мире! Основным преимуществом дистанционного образования является то, что это очень удобная и гибкая форма обучения. Сами посудите, ведь дистанционное обучение позволяет обеспечить: экономию времени, снижение затрат на проведение обучения, возможность одновременного обучения большого количества учащихся, повышение качества обучения за счет применения современных средств и технологий, мгновенный доступ к объёмным электронным библиотекам и базам знаний, создание единых, либо отраслевых образовательных сред и методик.

Полноценный курс дистанционного образования не только предоставляет программу лекций, открывая студентам учебные материалы, но и организует процесс обучения таким образом, чтобы студентам было доступно и интересно. Только обеспечив интерес к предметам, азарт и жажду знаний, можно добиться от студентов хорошей успеваемости. Поэтому хорошая программа дистанционного образования нацелена именно на полное вовлечение и погружение студентов в образовательный процесс и дальнейшее самообразование.

Цель выпускной квалификационной работы: разработка методических рекомендаций и тестовой системы к изучению модуля «Комплексные числа».

Задачи работы:

1. На основе теоретико-методологического анализа и методико-математической литературы определить практическую значимость изучаемой темы.
2. Разработка модуля.
3. Разработка методических указаний к решению задач и разработка тестовых заданий.

Магистерская работа состоит из введения, трех глав («Математическое содержание темы «Комплексные числа»»; «Анализ и разработка методического обеспечения реализации математической дисциплины (модуля)»; «Результаты апробации», заключения, списка использованных источников.

Основное содержание работы. В первой главе «Математическое содержание темы «Комплексные числа»» приведены определение, определяются операции сложения, вычитания, умножения, деления, операция сопряжения для комплексных чисел в алгебраической форме, степень мнимой единицы, модуль комплексного числа, а также излагается правило извлечения квадратного корня из комплексного числа. Так же рассмотрены действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах. Используются формулы: Муавра и извлечение корня из комплексного числа.

Во второй главе «Анализ и разработка методического обеспечения реализации математической дисциплины (модуля)» разработан дистанционный модуль по теме «Формы записи комплексного числа», представлены контрольные вопросы, тестовые задания и задания для самостоятельного решения. Особенностью изложения материала каждой части является первоначальный ввод теоретических основ, а в последствии практическое их применение при решении задач.

Закрепление знаний по теоретическому материалу

1. Что называют комплексном числом?
2. Запишите комплексное число в алгебраической форме.
3. Что называют вещественной частью комплексного числа?
4. Что называют мнимой частью комплексного числа?
5. Как найти степень мнимой единицы?
6. Какие комплексные числа называют равными, сопряженными?
7. Записать формулу для нахождения произвольного степени мнимой единицы.
8. Приведите примеры чисто мнимых чисел.
9. Какие действия над комплексными числами можно выполнять?
10. Дать определение суммы двух комплексных чисел.
11. Дать определение произведения двух комплексных чисел.
12. Дать определение частного двух комплексного числа.
13. Как изображаются комплексные числа на координатной плоскости?
14. Дать определение модуля и аргумента комплексного числа.
15. Записать формулу для нахождения модуля комплексного числа.
16. Как найти аргумент комплексного числа?
17. Записать общий вид комплексного числа в тригонометрической форме.

18. Как перемножить два комплексного числа в тригонометрической форме?
19. Как разделить два комплексного числа в тригонометрической форме?
20. Как возвести в степень комплексное число в тригонометрической форме?
21. Какое равенство называется формулой Эйлера?
22. Записать общий вид комплексного числа в показательной форме.
23. Как осуществить переход от алгебраической формы комплексного числа к показательной форме?
24. Как перемножить два комплексного числа в показательной форме?
25. Как разделить два комплексного числа в показательной форме?
26. Как возвести в степень комплексное число в показательной форме?
27. Как найти все значения корня n-й степени из комплексного числа в показательной форме?
28. Сколько форм записи имеет комплексное число?
29. Что представляет собой число i?
30. Формулу Муавра можно применять, если комплексное число записано:
31. Формулу Эйлера можно применять, если комплексное число записано:
32. Как на координатной плоскости изображается комплексное число?
33. Кто ввел название «мнимые числа»?

Некоторые примеры решения задач с комплексными числами из работы:

Пример 1. Установить соответствие между квадратными уравнениями и их корнями:

а) $z^2+8z+25=0$; 1) $-2 \pm 3i$; 2) $2 \pm 3i$;

б) $z^2-8z+25=0$; 3) $2 \pm 9i$; 4) $4 \pm 3i$;

в) $z^2+4z+13=0$. 5) $-4 \pm 3i$; 6) $-4 \pm 9i$.

Решение. Решаем данные квадратные уравнения: $z^2+8z+25=0$ $\Leftrightarrow z = -4 \pm 3i$, что соответствует ответу 5); $z^2-8z+25=0 \Leftrightarrow z = 4 \pm 3i$, соответствует ответу 4); $z^2+4z+13=0 \Leftrightarrow z = -2 \pm 3i$, соответствует ответу 1).

Ответ: а) – 5); б) – 4); в) – 1).

Несколько примеров задач для самостоятельного решения:

Задание 1. К комплексному числу $z = -5 + 3i$ найдите противоположное и комплексно-сопряженное числа.

Задание 2. Вычислите: а) $(2-3i)(5+2i)$; б) $\frac{2-3i}{5-2i}$; в) $\frac{(1+i)^2}{1-i}$;

Задание 9. Найдите противоположные числа $-z$ к комплексным числам:

а) $z=\frac{3-2i}{2+2i}$; б) $z=(3-2i)(2-3i)$; в) $z=(2+3i)^2$; г) $z=\frac{5}{2+i}$.

Задание 10. Для комплексных чисел $z_1=-\sqrt{3}+i, z_2=2e^{\frac{\pi}{3}i}$ выполните указанные действия. Результат вычислений представьте в различных формах.

а) $z_1 z_2$; б) $\frac{z_1}{z_2}$; в) $\frac{z_2}{z_1}$.

Пример одного из тестов, включенных в работу.

Тест 1 «Действия над комплексными числами»

Вопрос 1. Вычислите сумму чисел $z_1=7+2i, z_2=3+7i$:

а) 10+9i; б) 4-5i; в) 10-5i; г)4+5i.

Вопрос 2. Вычислить: $(2-i)^3\cdot(2+11i)$

а) 123; б) 125; в) 100; г) 125i.

Вопрос 3. Вычислить: $i^{15}+i^{16}+i^{17}+i^{18}$

а) i; б) 0; в) – i; г) -6.

Вопрос 4. Вычислите сумму $(2-i)+(3+2i)$

а) $-5-i$; б) $-5+i$; в) $5-i$; г) $5+i$.

Вопрос 5. Найдите частное $\frac{z_1}{z_2}, z_1=2-3i, z_2=1+4i$

а) $-\frac{10}{17}-\frac{11}{17i}$; б) $-\frac{2}{3i}$; в) $6i$; г) $-i$.

Вопрос 6. Выполните действия $\frac{5+2i}{2-5i}-\frac{3-4i}{4+3i}$

а) i;   б) 2i в) -2i;   г) –i.

Пример 7. Сумма комплексных чисел $z_1 = -3 + 0{,}5i$ и $z_2 = 2 - 1{,}5i$ равна:

а) $1 - i$; б) $-1 + i$; в) $1 + i$; г) $-1 - i$.

Вопрос 8. Разность $z_1 - z_2$ комплексных чисел $z_1 = \frac{3}{4} - 2i$ и $z_2 = -\frac{1}{4} + i$ равна:

а) $\frac{1}{2} - 3i$; б) $\frac{1}{2} - i$; в) $1 - i$; г) $1 - 3i$.

Вопрос 9. Произведением комплексных чисел $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = -4 + 7i$ равно:

а) $13 + 10i$; б) $-29 + 10i$; в) $-8 + 21i$; г) $-8 + 31i$.

Вопрос 10. Если $z_1 = 6 - 3i, z_2 = -1 + i$, то $\frac{z_1}{z_2}$ равно:

а) $4{,}5 + 1{,}5i$; б) $-1{,}5 - 1{,}5i$; в) $-4{,}5 - 1{,}5i$; г) $1{,}5 + 1{,}5i$.

В третьей главе «Результаты апробации» представлены результаты апробации в виде тестирования студентов геологического факультета.

Нами было проведено тестирование по темам «Действия над комплексными числами», «Вещественная и мнимая часть комплексного числа», «Комплексно-сопряженные числа». Всего в тестирование приняли 68 человек, 42 бакалавра и 26 специалистов.

Цель тестирования проверка усвоения знаний при самостоятельном изучении материала. После изучения дистанционного модуля размещенного на сайте, студентам геологического факультета было предложено три теста. Тестирование проводилось в аудитории, время прохождения тестирования 15 минут.

Результаты тестирования показали, что с первым тестом среди бакалавров справились на «5» – 10 человек, на «4» – 15 человек, на «3» – 11 человек, на «2» – 14 человек. Результаты представлены на рисунке 9. Наиболее сложным заданием в первом тесте для студентов бакалавров оказалось задание 2 и 10, с ними справилось наименьшее количество студентов. В задании 2 (вычислить $(2-i)^3\cdot(2+11i)$), сложным оказалось раскрыть первый множитель, используя формулы сокращенного умножения, а также применить правило умножение и сложения комплексных чисел. Задание 10 (если $z_1=6-3i, z_2=-1+i,$то $\frac{z_1}{z_2}$ равно). В данном задании у студентов возникла сложность в выполнении действия деления комплексных чисел, что говорит о недостаточном усвоении материала.

Результаты этого же теста среди специалистов показало (рисунок 10), что с тестом справилось на «5» – 8 человек, на «4» – 9 человек, на «3» – 6 человек, на «2» – 3 человек. Наиболее трудными заданиями для них оказались 2,6,9. В задании 6 (выполните действия $\frac{5+2i}{2-5i}-\frac{3-4i}{4+3i}$) и в задании 9 (произведением комплексных чисел $z_1 2+3i$ и $z_2 -4+7i$ равно) студентами были допущены ошибки вычислительного характера.

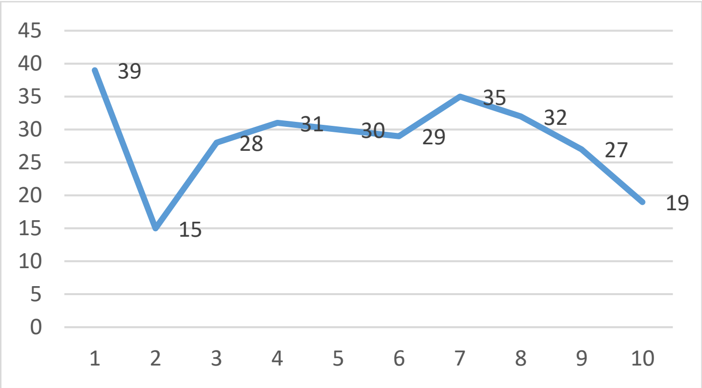

Рисунок 9 – Результаты тестирования, тест 1 бакалавры.

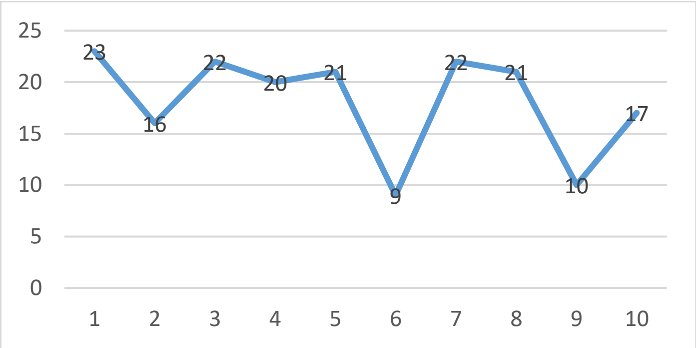

Рисунок 10 – Результаты тестирования, тест 1 специалисты.

Тест 2 – справились на «5» – 11 человек, на «4» – 9 человек, на «3» – 8 человек, на «2» –14 человек. Наиболее сложными заданиями оказались задание 6,8,14 (рисунок 11). В заданиях 6 и 8 у студентов возникли трудности вычисления комплексного числа в степени, а именно затруднение возникло потому, что степень числа нечетная (задание 6. число i^{17} , задание число i^{119} равно). А в задании 14 (укажите вещественную и мнимую части числа: $z = \frac{10}{1+3i}$.) затруднения возникли в ходе незнания определения вещественной и мнимой частей комплексного числа.

Среди специалистов на «5» – 11 человек, на «4» – 3 человека, на «3» – 10 человек, «2» – 2 человек. Задания 2 (Число i^{27} равно), задание 4 (Число i^{3} равно), задание 8 (Число i^{119} равно) и задание 14, вызвали затруднения у студентов, ошибки оказались такими же как и у студентов бакалавров (рисунок 12).

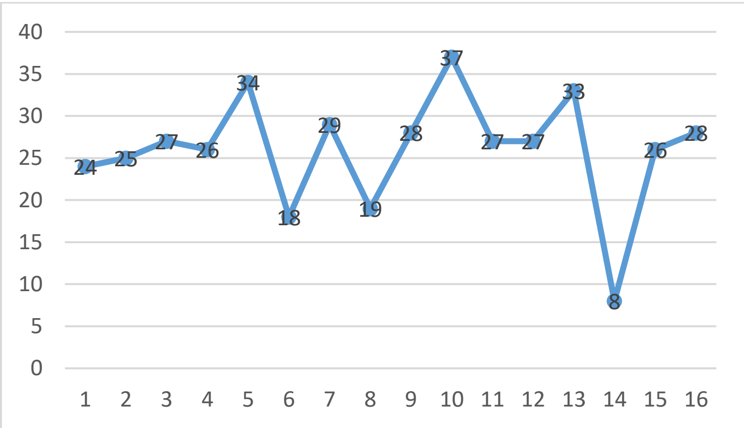

Рисунок 11 – Результаты тестирования, тест 2 бакалавры.

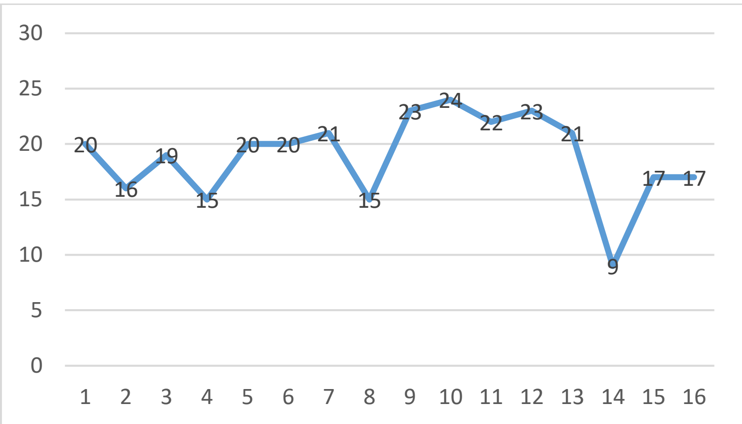

Рисунок 12 – Результаты тестирования, тест 2 специалисты.

Тест 3 – среди бакалавров справились на «5» – 2 человека, на «4» – 11 человек, на «3» – 11 человек, на «2» – 18 человек, наиболее сложными заданиями оказались задание 6,9 (рисунок 13). В задание 6 (Найдите противоположные числа $-z$ к комплексному числу: $z=(2+3i)^2;$) и задании 9 (Комплексные числа $z_1=\sqrt{3}-ai$ и $z_2=b+2i$ являются комплексно-сопряженными) ошибки были одинаковы, у студентов возникли проблемы найти противоположные и комплексно-сопряженные числа к комплексному числу.

Среди специалистов на «5» – 3 человека, на «4» – 8 человек, на «3» – 6 человек, на «2» – 9 человек. Задания 4 (Найдите комплексно-сопряженные числа $\bar{z}$ к комплексному числу: $z=\dfrac{10}{1-3i}$.), и задание 9 вызванные затруднения оказались теме же, студенты не смогли правильно найти комплексно-сопряженные и противоположные числа к комплексному числу (рисунок 14).

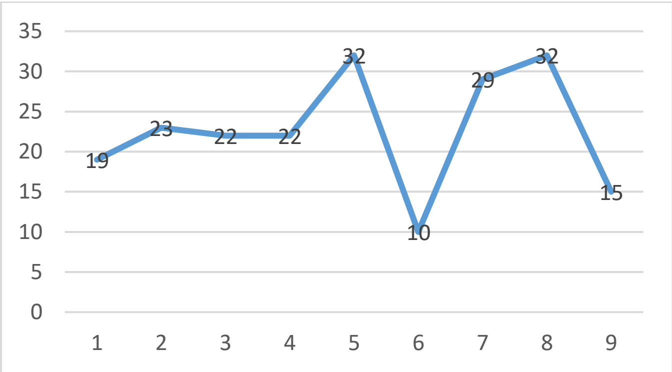

Рисунок 13 – Результаты тестирования, тест 3 бакалавры.

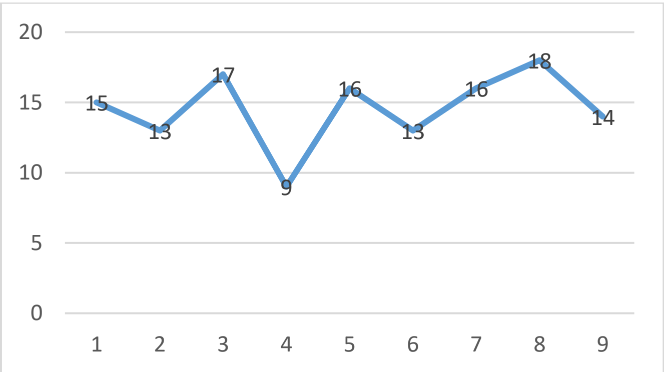

Рисунок 14 – Результаты тестирования, тест 3 специалисты.

Заключение. В представленной выпускной квалификационной работе получены следующие результаты:

На основе теоретико-методологического анализа и методико-математической литературы была определена практическая значимость изучаемой темы.

В процессе выполнения научно исследовательской работы были изучены и проанализированы различные литературные источники, интернет-ресурсы, документальные источники на основе которых были конкретизированы основные этапы исследования. После подробно изученного и подобранного теоретического материала, нами был разработан дистанционный модуль по теме «Формы записи комплексного числа», приведены решения задач с комплексными числами в алгебраической форме, вычисление операций сложения, вычитания, умножения, деления, операции сопряжения для комплексных чисел в алгебраической форме, степень мнимой единицы, модуль комплексного числа. Рассмотрены действия над комплексными числами в тригонометрической форме, так же представлены контрольные вопросы, тестовые задания и задания для самостоятельного решения.

Данный дистанционный модуль и тесты размещены на сайте образовательный портал «Система дистанционного обучения IpsilonUni» (лицензионный договор ЭОР 009/18 от 22.11.2018)

Была проведена апробация со студентами геологического факультета. Апробация показала, что не все студенты достаточно хорошо усвоили модуль.

Материал, изложенный в выпускной квалификационной работе уже в этом учебном году используется в учебном процессе в курсе алгебры в высшем учебном заведении.

Список использованных источников включает в себя 40 наименований.