Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра физики открытых систем

«Изучение и программная реализация методов математической оптимизации»

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 431 группы

направления 09.03.02 «Информационные системы и технологии»

факультета нелинейных процессов

Кузнецова Ильи Николаевича

Научный руководитель
Доцент, д.ф.-м.н., доцент ____________________ С.А. Куркин

Зав. Кафедрой
д.ф.-м.н., профессор А.А. Короновский

Саратов 2018 год

Введение

В настоящее время теория оптимизации, успешному применению которой способствует современная вычислительная техника, вносит заметный вклад в ускорение научно – технического прогресса. Трудно назвать такую область инженерной деятельности, где бы ни возникали задачи оптимизационного характера. Это, например, задачи определения наиболее эффективного режима функционирования химико-технологических систем, работы различных технических устройств, проблемы организации производства, дающего наибольшую возможную прибыль при заданных ограниченных ресурсах, и др.

Большинство практических задач может иметь несколько решений. Целью оптимизации является нахождение наилучшего решения среди многих потенциально возможных в соответствии с некоторым критерием эффективности или качества. Задача, допускающая лишь одно решение, не требует оптимизации. Оптимизация может быть осуществлена при помощи многих стратегий, начиная с весьма сложных аналитических и численных процедур и заканчивая разумным применением простой арифметики.

Принято различать задачи **статической оптимизации** для процессов, протекающих в установившихся режимах, и задачи **динамической оптимизации**. В первом случае решаются вопросы создания и реализации оптимальной модели процесса, во втором - задачи создания и реализации системы оптимального управления процессом при неустановившихся режимах эксплуатации.

Если требуется определить экстремум целевой функции без задания условий на какие-либо другие величины, то такая оптимизация называется *безусловной*. Такие критерии обычно используются при решении частных задач оптимизации (например, определение максимальной концентрации целевого продукта, оптимального времени пребывания реакционной смеси в аппарате и т.п.).

Если необходимо установить экстремум целевой функции при некоторых условиях, которые накладываются на ряд других величин (например, определение максимальной производительности при заданной себестоимости, определение оптимальной температуры при ограничениях по термостойкости катализатора и др.), то такая оптимизация называется *условной*.

Процедура решения задачи оптимизации обязательно включает, помимо выбора управляющих параметров, еще и установление ограничений на эти параметры (термостойкость, взрывобезопасность, мощность перекачивающих устройств).

В этой работе моей целью будет разработка приложения, реализующего комплекс методов для поиска экстремума функций любой сложности. Приложение будет содержать как простейшие однопараметрические методы безусловной оптимизации, так и методы, работающие с двумерными функциями, а также метод линейного программирования для работы с функциями многих переменных - симплекс-метод. Будет проведён анализ и сравнение работы данных методов при решение тестовых задач.

1. Задача одномерной оптимизации

Математическая формулировка задачи одномерной оптимизации, в которой целевая функция зависит от одной переменной, а допустимым множеством является отрезок вещественной оси, т.е. заданы ограничения первого рода, может быть представлена следующим образом (для случая минимизации целевой функции):

$$F(x)\to \min,\ x\in[a;b]. \qquad (1.1)$$

Так как максимизация целевой функции ($F(\mathbf{x})\to\max$) эквивалентна минимизации противоположной величины ($-F(\mathbf{x})\to\min$), поэтому, в дальнейшем будут рассматриваться только задачи минимизации [2].

Для решения задачи минимизации функции F(x) на отрезке [a;b] на практике, как правило, применяют приближенные методы. Они позволяют найти решение задачи с необходимой точностью в результате определения конечного числа значений функции F(x) и её производных в некоторых (пробных) точках отрезка [a;b]. Методы, использующие только значения функции и не требующие вычисления её производных, называются прямыми методами, наиболее широкое применение из которых получили следующие методы: золотого сечения, дихотомии или деления отрезка пополам, локализации экстремума и с использованием чисел Фибоначчи.[2]

Реализация любого из этих методов, по сути дела, сводится к постепенному уменьшению отрезка (интервала) неопределенности (интервала “подозрительного на экстремум”), который в исходном состоянии поиска совпадает с допустимым множеством [a;b]. Различаются методы тем, каким образом организованно сокращение интервала неопределенности, на основе сопоставления значений функции в пробных точках. Поиск заканчивается, если очередной интервал неопределенности становится меньше некоторой наперед заданной величины ε, определяющей точность отыскания значений координаты экстремальной величины функции.

В данной работе были реализованы следующие методы:

метод деления отрезка пополам (дихотомии)

метод золотого сечения

симплекс-метод

метод градиентного спуска

метод роя частиц (МРЧ)

Для метода роя частиц были определены оптимальные параметры (G, P, I) была проведена оценка сходимости функции. Для тестирования была выбрана сферическая функция $\mathrm{F} = x^2 + y^2$ и количество частиц в рое N=30. Два параметра фиксировались равными 0.1, а третий менялся в интервале (0;1) и регистрировался результат приложения после 200 итераций. По полученным значениям был построен график. (Рисунок 2.9). Данные параметры сильно влияют на скорость работы метода. И то, что с увеличением значений этих параметров данный метод начинает сходиться быстрее, не означает что он также будет работать с другой функцией. Данные параметры подбираются индивидуально для каждой функции.

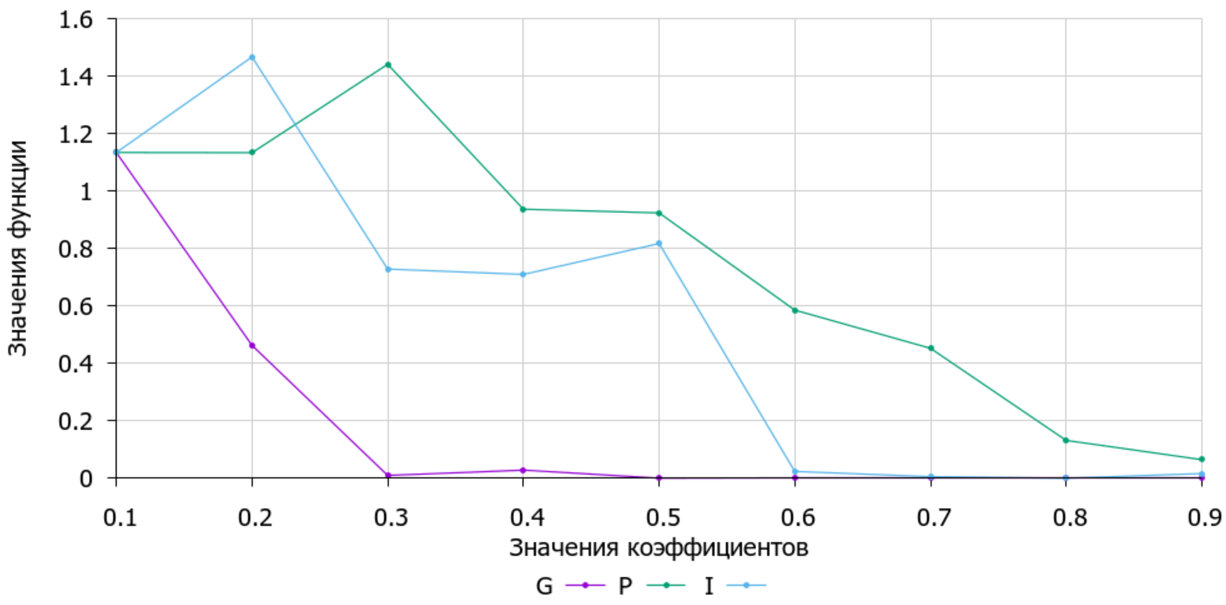


Рисунок 2.9

Было проведено исследование метода роя частиц, на то, как влияют параметры данного метода на его точность и скорость. Для исследования были выбраны тестовые функции, известные как искусственные ландшафты, которые являются стандартными для оценки характеристик алгоритмов оптимизации, таких как:

- Скорость сходимости.
- Точность.
- Робастность.
- Общая производительность.

Подобранные функции радикально отличаются друг от друга. И для каждой функции подбирались собственные параметры G, P, I при которых метод работает максимально корректно.

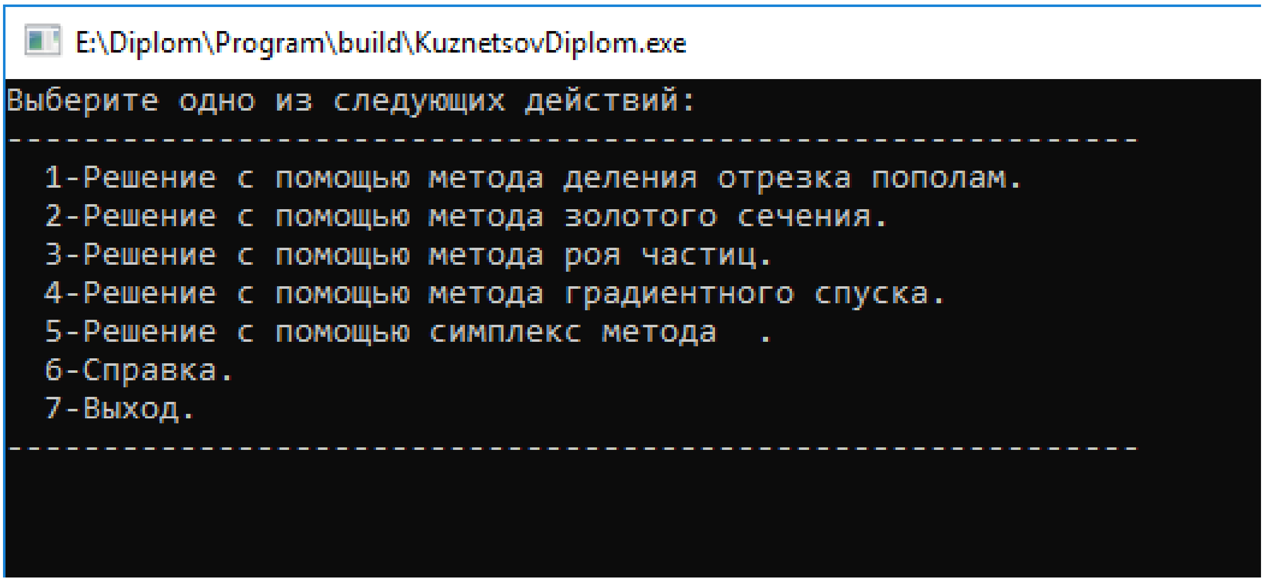
В результате мы наблюдаем, как количество частиц влияет на сходимость метода. С одной стороны, чем меньше частиц, тем больше итераций и времени необходимо для поиска минимума функций. Но, с другой стороны, не всегда увеличение количества частиц, приводит к уменьшению итераций. Из этого можно сделать вывод, что для оптимальной работы метода с этими функциями, необходимо около 100 частиц в рое.

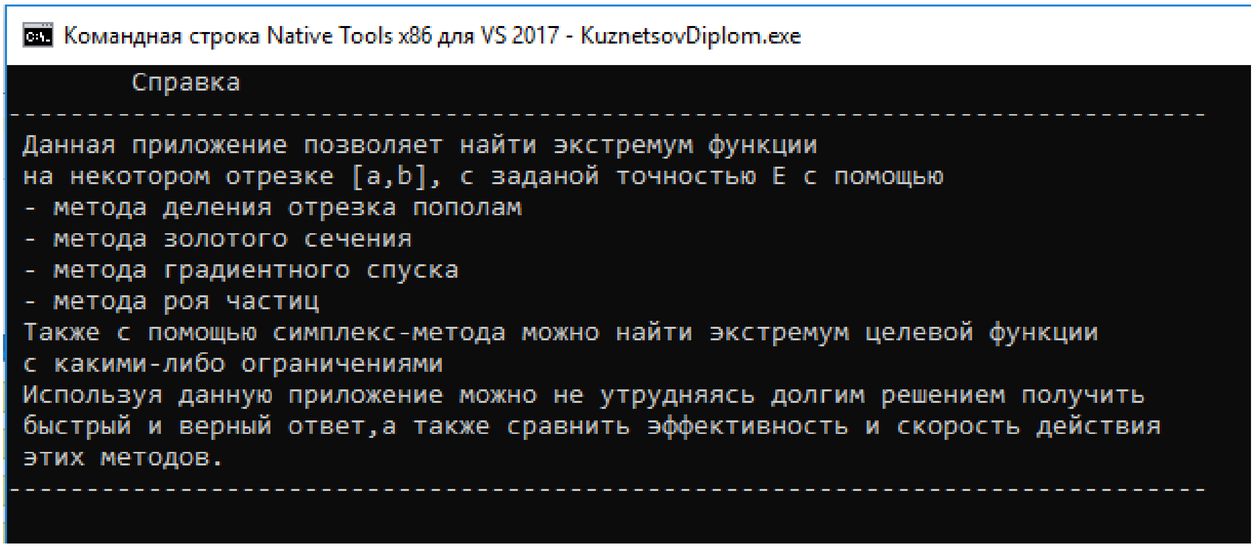
Заключение

При написании данного курсового проекта, основная цель поставленной задачи была, несомненно, достигнута. Было разработано приложение для поиска минимума функций различных типов, содержащее методы одномерной и многомерной оптимизации. Были решены тестовые задачи с помощью этих методов и проведён анализ их работы. На представленных рисунках видно, что все методы работают корректно и достаточно точно. Рассмотрели влияние параметров (G, P, I) метода роя частиц на его работу с функциями различного типа. На рисунках 2.10(а-в) представлена работа метода с функцией имеющих 4 одинаковых минимума. А также была изучена работа метода со сложными тестовыми функциями различных типов. Благодаря этому можно сделать вывод, что с точки зрения скорости работы для большинства сложных тестовых функций порядка 100 частиц является уже достаточным. И что не менее важно для меня, за время работы был получен огромный опыт и хорошая практика в области программирования.

Приложение 1.

Меню и справка приложения.





Список литературы

1. Смирнов, И.А. Алгоритмы реализации методов нелинейного программирования (на базе автоматизированного обучающего комплекса): учеб. пособие / И.А. Смирнов, О.В.Ершова, Р.И. Белова. – СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2005. – 58 с.

2. Лесин, В.В. Основы методов оптимизации / В.В. Лесин, Ю.П. Лисовец. – М.: Изд-во МАИ, 1995. – 341 с.

3. Аттетков, А.В. Методы оптимизации: учеб. для вузов / А.В. Аттетков, С.В. Галкин, В.С. Зарубин. – 2-е изд., стереотип. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 440 с.

4. Бояринов, А.И., Методы оптимизации в химической технологии / А.И. Бояринов, В.В. Кафаров. – 2-е изд. – М.: Химия, 1975. – 576 с.

5. Золотарев А.А. Методы оптимизации распределительных процессов 2017

6. J Kennedy, R Eberhart Particle swarm optimization. // Proceedings of IEEE International conference on Neural Networks. — 1995.

7. *Джон Г. Мэтьюз, Куртис Д. Финк.* Численные методы. — 3-е издание. — М., СПб.: Вильямс, 2001. — С. 716.

8. Барабашова О. В., Крушель Е. Г. Алгоритмы поиска экстремума функции многих переменных. Методические указания, Волгоград. гос. техн. ун-т, Волгоград, 2000. - 30с.

9. Yu. Nesterov. Introductory lectures on convex optimization. Kluwer, Boston, 2004

10. Yu. Nesterov. Efficiency of coordinate descent methods for huge-scale optimization problems // CORE discussion paper, 2010/2, 2010.