

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
И БИОМЕХАНИКА
В СОВРЕМЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ
XII ВСЕРОССИЙСКОЙ ШКОЛЫ-СЕМИНАРА

(пос. Дивноморское, 29 мая— 3 июня 2017 г.)

Редакторы А. О. Ватульян, М. И. Карякин, А. В. Попов

Ростов-на-Дону— Таганрог
Издательство Южного федерального университета
2017

УДК [531/534+539.3/.5]:004.94(063)
ББК 22.25я43
М34

***XII Всероссийская конференция «Математическое моделирование
и биомеханика в современном университете»
(пос. Дивноморское, 29 мая – 3 июня 2017 г.) поддержана Российским фондом
фундаментальных исследований, проект № 1701-20146 Г.***

***Молодежная секция «Математическое моделирование физических
процессов и технических систем» поддержана РФФИ,
проект № 17-38-10095 мол_г.***

М34 **Математическое моделирование и биомеханика в современном университете** : тезисы докладов XII Всероссийской школы-семинара (пос. Дивноморское, 29 мая — 3 июня 2017 г.) / Южный федеральный университет ; ред. А. О. Ватульян, М. И. Карякин, А. В. Попов. — Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2017. — 178 с.
ISBN 978-5-9275-2385-6

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на XII Всероссийской школе-семинаре «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете».

Основной целью школы-семинара является обсуждение современных направлений и тенденций научных исследований в области математического моделирования деформирования новых материалов и его применений к актуальным задачам механики и биомеханики. Обсуждаются результаты моделирования тел из физически и геометрически нелинейных материалов, проблемы вычислительной механики (методы конечных и граничных элементов), идентификации параметров для материалов со сложными физико-механическими свойствами (пористость, нелинейность, неоднородность, микроструктура, пьезоэффект), задачи моделирования, функционирования и роста различных биологических тканей и систем (костная и мышечная ткани, ткань кровеносных сосудов), задачи гидродинамики кровообращения, моделирование и оптимизация имплантатов.

Важными аспектами работы школы являются изучение вопросов интеграции этих направлений с процессом современного классического естественно-научного и инженерного образования, анализ влияния междисциплинарных исследований на формирование современного ученого, обсуждение современных методов и технологий преподавания технических и естественно-научных дисциплин, формирование новых учебных курсов и специализаций в рамках обсуждаемых на школе-семинаре научных направлений, приобщение молодых исследователей к моделированию новых объектов.

Публикуется в авторской редакции.

УДК [531/534+539.3/.5]:004.94(063)
ББК 22.25я43

ISBN 978-5-9275-2385-6

© Южный федеральный университет, 2017

Программный комитет школы-семинара

- Ватульян А. О., профессор, Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону —
председатель Программного комитета
- Бауэр С. М., профессор, Санкт-Петербургский государственный университет
- Глушков Е. В., профессор, Кубанский государственный университет, Краснодар
- Горячева И. Г., академик РАН, Институт проблем механики РАН, Москва
- Гузев М. А., член-корреспондент РАН, Институт прикладной математики Дальне-
восточного отделения РАН, Владивосток
- Еремеев В. А., Жешувский политехнический университет
- Индейцев Д. А., член-корреспондент РАН, Институт проблем машиноведения РАН,
Санкт-Петербург
- Карякин М. И., Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону — председатель
Оргкомитета
- Коссович Л. Ю., профессор, Саратовский государственный университет
- Любимов Г. А., Институт механики Московского государственного университета
- Манжиров А. В., Институт проблем механики РАН, Москва
- Месхи Б. Ч., Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону
- Морозов Н. Ф., академик РАН, Санкт-Петербургский государственный университет
- Наседкин А. В., профессор, Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону
- Няшин Ю. И., профессор, Пермский национальный исследовательский политехни-
ческий университет
- Соловьев А. Н., профессор, Донской государственный технический университет,
Ростов-на-Дону
- Устинов Ю. А., профессор, Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону
- Цатурян А. К., Институт механики Московского государственного университета
- Штейн А. А., Институт механики Московского государственного университета

Контактные задачи о вдавливании проводящего штампа в пьезоэлектрическое неоднородное полупространство

Айзикович С. М.¹, Васильев А. С.², Волков С. С.²

¹*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

²*НИИ механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород*

Рассматриваются осесимметричные контактные задачи о вдавливании проводящего недеформируемого штампа (кругового с плоским основанием, сферического или конического) в электроупругое пьезоэлектрическое полупространство с неоднородным по глубине пьезоэлектрическим покрытием. Модули упругости, пьезомодули и диэлектрические проницаемости в покрытии изменяются с глубиной по произвольным независимым друг от друга положительным дифференцируемым функциям. Штамп является идеальным проводником электрического тока и имеет постоянный электрический заряд. Под действием центрально-приложенной нормальной силы штамп вдавливается в полупространство. С помощью интегрального преобразования Ханкеля задача сведена к решению системы парных интегральных уравнений, относительно образов контактных давлений и электрической индукции. Разработана схема для численного расчета трансформант ядер интегральных уравнений. Изучены свойства трансформанты ядер. Построены аппроксимации трансформант ядер произведением дробно-квадратичных функций и получены замкнутые аналитические решения приближенной системы парных интегральных уравнений. В результате обращения преобразования Ханкеля получены аналитические выражения для контактных напряжений и электрической индукции. Для задач о вдавливании конического и сферического штампов найдены уравнения для определения радиуса области контакта. Получены приближенные аналитические выражения для вдавливающей силы и электрического заряда. Показано, что результаты асимптотически точны для малых и больших значений относительной толщины покрытия. Проведена серия численных расчетов контактных напряжений и электрической индукции на примере пьезокерамики PZT-5Н. Изучается влияние законов неоднородности и относительной толщины покрытия на функции податливости и решение контактной задачи. Особое внимание уделено сравнению результатов с результатами для пьезоэлектрического полупространства без покрытия и трансверсально-изотропного полупространства с покрытием, что позволяет оценить, как влияет наличие покрытия и учёт пьезоэлектрического эффекта на изучаемые характеристики контактного взаимодействия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант 15-19-10056.

Передача нагрузок от деформируемых полубесконечных стрингеров к массивным телам с учётом фактора неоднородного старения

Акопян В. Н.

Институт механики НАН Армении, Ереван

Рассмотрены три задачи о взаимодействии полубесконечной накладкой с клиновидной пластиной, когда как клиновидная пластина, так и накладка изготовлены из наследственно-стареющих материалов, имеющих различные возрасты. В первой задаче считается, что клиновидная пластина произвольного угла раствора на одной из своих граней усилена тонкой полубесконечной накладкой и деформируется под влиянием сосредоточенной нагрузки, действующей на конце накладки. При этом вторая грань клиновидной пластины свободна от нагрузок. Во второй и третьей задачах считается, что клиновидная пластина произвольного угла раствора по своей биссектрисе усилена тонкой полубесконечной накладкой и деформируется под воздействием сосредоточенной нагрузки, приложенной к концу накладки во второй задаче и в произвольной, отличной от конца, точке накладки в третьей задаче. При этом полагается, что во второй задаче обе грани клиновидной пластины свободны от нагрузок, а в третьей задаче они обе жестко защемлены.

Решение всех трех задач сводится сначала к решению двумерного сингулярного интегрального уравнения относительно касательных контактных напряжений, действующих под накладкой, а затем, при помощи интегрального преобразования Меллина, к решению разностного уравнения относительно трансформант Меллина контактных напряжений. Используя решение соответствующих упруго-мгновенных задач и свойства ядра ползучести Н. Х. Арутюняна, решение поставленных задач окончательно сводится к решению дифференциально-разностного уравнения с коэффициентами, зависящими только от времени, при определенных начальных условиях. Далее, при помощи двустороннего преобразования Лапласа строится замкнутое решение дифференциально-разностного уравнения, которое содержит неизвестную функцию. Для определения последней получено интегральное уравнение Вольтерра второго рода, которое может быть решено при помощи метода последовательных приближений.

Проведен численный анализ в случае первой задачи, когда угол раствора клиновидной пластины равен π , т. е. в случае аналога известной задачи Койтера, когда материалы полуплоскости и накладки обладают свойством ползучести. Выявлены закономерности изменения коэффициента интенсивности контактных напряжений в концевой точке накладки в зависимости от времени. Они позволяют утверждать, что фактор неоднородного старения качественно не изменяет поведение контактных напряжений. Однако вязкоупругие характеристики контактирующих тел существенно влияют на величину контактных напряжений и на коэффициент их интенсивности в концевой точке накладки.

Моделирование термоэлектроупругих колебаний в слоистых фононных кристаллах

Александров А. А., Фоменко С. И.

Институт математики, механики и информатики КубГУ, Краснодар

Несколько лет назад было предложено использовать фононные кристаллы (периодические нанокompозиты) с относительно большим размером компонент (около 100 нм) для решения задач о рассеянии фононов при минимальном влиянии на электроны в кристаллической решетке. При распространении фононов в таких структурах в определенных частотных диапазонах, называемых запрещенными зонами или полосами запираения, происходит полное рассеяние колебаний на компонентах заданной периодической структуры. Это явление позволяет уменьшить теплопроводность, а за счет оптимизации геометрии фононного кристалла достичь максимальных показателей.

В настоящей работе проводится исследование распространения волн в термоэлектроупругих слоистых фононных кристаллах. Рассматривается слоистый фононный кристалл, который состоит из повторяющихся ячеек, каждая из которых содержит в себе несколько термоэлектроупругих слоёв. Предполагается, что фононный кристалл, составленный из конечного набора ячеек, находится между двумя упругими полупространствами. Из одного полупространства на структуру падает продольная либо поперечная волна под произвольным углом к интерфейсу. Для описания колебаний в термоэлектроупругих телах используется общая теория GN-III, которая позволяет осуществлять переход к уравнениям классической связанной термоупругости (GN-I) и гиперболической термоупругости (GN-II). Для построения гармонического решения используется метод матриц переноса. Запрещённые зоны определяются из дисперсионных соотношений, возникающих из теории Флоке — Ляпунова для волновых полей в периодических структурах, составленных из счётного набора ячеек. Энергетический и амплитудный коэффициенты прохождения в запрещённой зоне для неограниченного фононного кристалла равны нулю, а в структурах с конечным набором периодически расположенных ячеек они убывают с ростом количества ячеек экспоненциально со скоростью, равной фактору локализации. Кроме классических запрещенных зон, для структур с ограниченным набором ячеек наблюдаются частотные диапазоны, в которых гасятся только колебания с определенной поляризацией. При совпадении поляризации с типом падающей волны, наблюдаются зоны конвертации волн и разрешенные зоны с малым коэффициентом прохождения.

Волновые и дифракционные явления изучаются на основе анализа дисперсионных кривых, получаемых для волн Блоха, а также вектора плотности потока энергии. Исследуется изменение положения и размеров запрещённых и разрешенных зон различных типов, а также фактора локализации в зависимости от начальной температуры, параметров теплопроводности и упругости слоев.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Администрации Краснодарского края (проект № 16-41-230352).

Бифуркация вращения жидкости в тонком слое Марангони

Батищев В. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Пограничные слои Марангони возникают вблизи свободной поверхности жидкости при неравномерном нагреве этой границы. Здесь большую роль играют термо-капиллярные силы, проявляющиеся в условиях малой гравитации, либо в тонких слоях нагретой жидкости. Эксперименты с жидкими средами в космосе во второй половине прошлого века привели к активизации исследований с температурными пограничными слоями. Вторым тип таких слоев возникает в случае, когда можно пренебречь эффектом Марангони. В отличие от слоев Марангони, здесь отсутствуют поверхностные касательные напряжения. Доклад посвящен исследованию условий, при которых в слоях Марангони возникает вращение тонкого слоя жидкости вблизи свободной поверхности. Первые расчеты термокапиллярных пограничных слоев Марангони для однородной жидкости выполнены L. G. Napolitano в 1979 г. Затем появился большой цикл публикаций по этой тематике. Интерес к указанной проблеме проявляется и в настоящее время.

В докладе рассчитано стационарное осесимметричное течение однородной несжимаемой жидкости в термокапиллярном пограничном слое вблизи свободной границы, на которой задано неравномерное распределение температуры. Решение строится на основе уравнений Навье — Стокса и уравнения теплопроводности. Предполагается, что вне пограничного слоя имеется внешний незакрученный поток, который описывается уравнениями движения невязкой жидкости. Температура и давление в жидкости зависят от радиальной координаты по квадратичному закону. При малых коэффициентах вязкости и теплопроводности построены асимптотические разложения решения задачи.

Режимы течений жидкости делятся на два типа — основные и вторичные. Основные режимы описывают течение без вращения. Вторичные или вращательные режимы возникают в результате бифуркации основных режимов только при охлаждении свободной границы. Решение задачи зависит от двух параметров. Первый параметр пропорционален скорости внешнего потока жидкости на свободной границе. Вторым параметром является температура этой границы. Рассчитана зависимость решений задачи от этих параметров. При нагреве свободной границы найден единственный основной режим. При охлаждении рассчитаны два основных режима для каждой пары фиксированных значений параметров. Эти режимы существуют только, если скорость внешнего потока превосходит свое критическое значение. Бифуркационное значение скорости внешнего потока степенным образом зависит от температуры свободной границы. Вблизи точки бифуркации построена асимптотика вращательных режимов. Получено уравнение разветвления, коэффициенты которого найдены численно. В точке бифуркации от основного режима отходят два вращательных режима. Эти режимы отличаются друг от друга только направлением вращения.

Модели эластотонетрии глаза после операций по коррекции зрения

Бауэр С. М., Венатовская Л. А., Качанов А. Б.

Санкт-Петербургский государственный университет

Исследование внутриглазного давления (ВГД) важно, так как уровень ВГД является основным показателем при диагностировании ряда глазных болезней. В настоящее время существует много способов измерения ВГД, появилось много различных портативных и бесконтактных тонометров, показатели которых предполагают, что роговица имеет средние стандартные радиус кривизны и толщину. Однако, после кераторефракционных операций, меняющих кривизну и толщину роговицы, применяют апланационный тонометр Маклакова.

Эластотонетрия по Филатову — Кальфа представляет собой метод определения реакции корнеосклеральной оболочки глаза при воздействии на глазное яблоко тонометров Маклакова — грузиков с плоским основанием весом 5, 7.5, 10 и 15 г. С помощью этих тонометров в порядке возрастания их веса производят подряд четыре измерения внутриглазного давления. По оси абсцисс откладывают вес тонометров в граммах, а по оси ординат — полученные для каждого из этих тонометров значения тонометрического ВГД. Построенная линия называется эластокривой. При нормальном состоянии глаза форма кривой близка к прямой линии. Известно, что изломы эластокривой могут быть связаны с патологией склеры, например, при развитии глаукомы. Исторически эластотонетрия возникла как метод диагностики глаукомы. Но в настоящее время известно, что аномальное поведение эластокривой может быть связано с патологией роговицы, например, в случае развития краевой эктатической дистрофии, когда неоднородная роговица становится особенно слабой в окрестности склеры. Ослабление роговицы происходит также после операций по коррекции зрения. Особенно в случае коррекции дальности зрения. В связи с этим проводится анализ влияния неоднородности роговицы, связанной с операциями по коррекции зрения на поведение эластокривой.

Построены математические модели измерения тонометрического давления тонометром Маклакова после операций по коррекции гиперметропии: LASIK (Laser-Assisted in Situ Keratomileusis — «лазерный кератомилёз») и IntraLASIK (intrastromal laser in situ keratomileusis). Измерение ВГД тонометром Маклакова моделируется контактными задачами в программном пакете Ansys. Глаз представлен двумя сферическими сегментами с разными упругими свойствами. Материалы склеры и роговицы задаются как трансверсально-изотропные, но роговица рассматривается как многослойная неоднородная оболочка. Предполагается, что составная оболочка заполнена несжимаемой жидкостью с давлением p . Полученные результаты моделирования сравниваются с клиническими данными.

Исследование распределения температуры в большеберцовой кости при проведении остеосинтеза пластиной ТРХ

Белова Е. Ю.

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

Перелом диафиза является достаточно распространенным повреждением большеберцовой кости. Одной из современных оперативных методик лечения данных типов переломов является внутренний остеосинтез. Задачи определения температурных напряжений и их дальнейшего учета при выборе метода лечения пациента достаточно часто решаются применительно к такому разделу медицины как травматология. Однако при проведении подобных исследований не учитывается наличие конвективного теплообмена между обнаженной частью поверхности кости — площадкой — и обтекающем её воздухом до установки фиксаторов при операции. Целью работы является исследование распределения температуры в большеберцовой кости в период проведения остеосинтеза сегментарного перелома.

В САПР SolidWorks созданы трехмерные компьютерные модели большеберцовой кости и сегментарного перелома данной кости. Отломок локализован в средней трети диафиза, его размер составляет 50 мм. Высота диастаза равна 0,5 мм. Моделирование внутреннего остеосинтеза сегментарного перелома большеберцовой кости выполнено посредством пластины ТРХ и 9 винтов. После установки фиксаторов в заданном положении создана площадка, являющаяся проекцией линии контура пластины ТРХ на поверхность кости. Затем пластина ТРХ и винты из модели исключаются.

В модуле SolidWorks Simulation создана трехмерная компьютерная конечно-элементная модель сегментарного перелома большеберцовой кости с площадкой. Диафиз состоит из кортикальной костной ткани, эпифизы и метафизы — из спонгиозной костной ткани. Значения плотности, теплопроводности и удельной теплоемкости кортикальной костной ткани составляют 1850 кг/м^3 , $0,38 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ и $1260 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ соответственно. Значения данных характеристик для спонгиозной костной ткани равны 300 кг/м^3 , $0,39 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ и $2238 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ соответственно.

Значение начальной температуры в модели сегментарного перелома большеберцовой кости с площадкой составляет $37 \text{ }^\circ\text{C}$. Для площадки определено граничное условие конвекции, при котором коэффициент теплоотдачи равен $6 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$. Температура воздуха в операционном блоке составляет $21 \text{ }^\circ\text{C}$. Остальная поверхность большеберцовой кости считается идеально изолированной и имеющей температуру $37 \text{ }^\circ\text{C}$.

Распределение температуры в рассматриваемой модели получено при 10 различных значениях времени — от 6 до 60 минут с шагом 6 минут. Глубина распространения фронта охлаждения больше в средней части диафиза, где находится костномозговая полость. Минимальное значение температуры в модели практически не меняется после 30 минуты и составляет $34,5 \text{ }^\circ\text{C}$.

О реконструкции неоднородных свойств пластины для модели Тимошенко

Богачев И. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

При исследовании и моделировании биологических тканей необходимо учитывать существенную неоднородность их механических свойств. Для объективной оценки физиологического состояния тканей и органов важно иметь надежные методы реконструкции их свойств. При этом, ввиду специфики исследования живых тканей, важным требованием является неинвазивность применяемых подходов. Этому требованию удовлетворяют акустические методы, которые являются достаточно точными и просты в практической реализации и позволяют определять неизвестные характеристики тел по измеренным физическим полям в некоторых участках объектов.

Одним из направлений настоящей работы является моделирование существенно неоднородной решетчатой пластинки склеры глазного яблока. Сквозь отверстия решетчатой пластинки проходят нервные волокна зрительного нерва. Защемление нервных волокон из-за существенных деформаций пластинки ввиду разницы между внутричерепным и внутриглазным давлениям приводит к их атрофии и возникновению распространенного заболевания — глаукомы. Диагностика глаукомы как следствия чрезмерного деформирования решетчатой пластинки склеры глаза является важной задачей, особенно на начальных стадиях возникновения заболевания, когда атрофия нервных волокон еще обратима.

Для моделирования решетчатой пластины с учетом сдвиговых деформаций и касательных напряжений использована модель упругой круглой неоднородной пластины в рамках гипотез Тимошенко. Пластина считается жестко защемленной по контуру. Сформулирована постановка задачи об установившихся колебаниях пластины в полярной системе координат, представлена методика ее решения и построения амплитудно-частотных характеристик. Обратная задача заключается в реконструкции цилиндрической жесткости пластины по измеренному в некотором частотном диапазоне смещению в точке. Разработан метод решения обратной задачи на основе аппарата итерационных алгоритмов и метода регуляризации. Представлен набор численных экспериментов по реконструкции различных законов изменения цилиндрической жесткости пластины.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-31-00144 мол-а) и в рамках госзадания Министерства образования и науки РФ (проект № 9.4726.2017/БЧ).

Определение расположения областей отслоений твердых включений от упругой матрицы метаматериала

Боев Н. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Исследуемый метаматериал имеет форму куба и представляет собой матрицу, изготовленную из упругого материала с твердыми шаровыми включениями одинакового радиуса, центры которых расположены в узлах троякопериодической сетки с одинаковым шагом по всем трем направлениям естественным образом связанным с ребрами и гранями куба. Включения жестко сцеплены с упругой матрицей. При его изготовлении возможно образовались отслоения шаровых включений от упругой матрицы. Для каждой из трех пар противоположных граней куба проводится следующий эксперимент: с одной из этих граней в куб вводятся одинаковые импульсы с тональным заполнением несколькими периодами плоской высокочастотной, монохроматической продольной упругой волны, а на противоположной грани принимается прошедшая продольная волна. Пусть известны результаты практических измерений перемещений в принятых на противоположных гранях куба импульсах. По принятым трем импульсам надо определить, во-первых, наличие отслоений и, во-вторых, их местоположение в образце.

Решение поставленной обратной задачи основано на решении прямой задачи о прохождении плоской упругой продольной волны через троякопериодическую систему твердых шаровых включений, находящихся в кубе без отслоений. Теоретические расчеты проводятся методами коротковолновой дифракции упругих волн в локальной постановке с учетом многократных переотражений волн на системе твердых шаровых включений.

Суммарное поле на грани приема распространяющихся продольных волн складывается из лучей, прошедших через систему шаров, которые могут быть трех типов: 1) лучи, прошедшие через систему препятствий без дифракции; 2) лучи, отразившиеся от системы только один раз. В этом случае хорошо известно явное выражение давления в однократно отраженной волне; 3) лучи многократно отраженные от системы препятствий. Многократная дифракция высокочастотной волны исследована в рамках модификации интегрального представления перемещений в отраженной волне физической теории дифракции Кирхгофа. Если отслоений в образце нет, то отклонения результатов теоретических расчетов и практических измерений минимальные. В случае расхождения этих результатов для определения пространственного местоположения отслоений совместно анализируются и сопоставляются области расхождения результатов на каждой из трех граней приема импульса.

Исследования проведены при финансовой поддержке Российского Научного Фонда, грант № 15-19-10008.

Об одном методе обработки сигнала в задачах низкочастотной дефектоскопии

Бочарова О. В.¹, Анджинович И. Е.², Седов А. В.¹

¹*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону*

²*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Проблема разработки методов мониторинга состояния и прочностного ресурса узлов и деталей инженерных конструкций ответственного назначения является ключевой для повышения надежности их эксплуатации и предотвращения аварийных ситуаций. Современное развитие технологий производства новых материалов и повышенные требования к эксплуатационным характеристикам узлов и деталей конструкций, выполненных из этих материалов, приводят к необходимости создания простых и эффективных методов постоянного мониторинга состояния объекта, не наносящих при этом ему ущерба.

Предлагается эффективный метод контроля состояния и структуры слоистых композитных материалов, основанный на регистрации изменения параметров волнового поля на поверхности слоисто-неоднородной среды. Преимуществом подобного подхода является его интегральный, основанный на использовании низкочастотных колебаний, характер, что позволяет в значительной мере увеличить размер контролируемой одним датчиком зоны и, тем самым, открывает перспективу создания систем непрерывного мониторинга — дистанционного контроля состояния деталей и узлов, выполненных из слоистых композиционных материалов. В основе метода лежит использование специального математического метода обработки регистрируемого на поверхности среды сигнала, инициируемого ударным воздействием.

Обычно для обработки регистрируемого сигнала применяют спектральные методы, статистические подходы, корреляционную обработку, вейвлет-преобразование сигналов, подходы на основе использования искусственных нейронных сетей. В настоящей работе используется метод, основанный на использовании оптимальных ортогональных разложений сигналов по базису, адаптивно настраиваемому по обучающей выборке. Этот подход представляется перспективным и имеет целый ряд преимуществ, главным из которых является адаптивная настройка ортогонального базиса по заданным параметрам.

Для распознавания наличия неоднородности в образце и определения ее характеристик сигнал обрабатывался при помощи биспектрального метода. Особенностью метода является адаптивная настройка базиса в соответствии с критериями наилучшего распознавания дефекта. Проведена серия экспериментов по численной обработке сигнала. Использование предложенного подхода обеспечило достаточную возможность идентификации параметров дефекта как по размеру, так и по положению в пространстве.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований (номер проекта 16-08-00802).

Проблематика визуализации данных как основа для обучения современным компьютерным технологиям

Брагилевский В. Н.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В учебных планах магистерских программ по направлению «Прикладная математика и информатика» в ИММиКН ЮФУ традиционно присутствует читаемая в первом семестре дисциплина под названием «Современные компьютерные технологии». Понятно, что охватить весь спектр существующих технологий в рамках одной дисциплины невозможно, поэтому преподаватели, которым эта дисциплина поручается, обычно выбирают некоторую конкретную, интересную им область технологий. При этом, разумеется, важно, чтобы соответствующая область была достаточно широкой и востребованной, а также, по возможности, чтобы полученные знания могли быть использованы студентами при изучении других дисциплин и выполнении научно-исследовательской работы.

Начиная с 2016/17 учебного года в качестве такой области предлагается проблематика визуализации данных с использованием языков программирования Python и Javascript. Это решение, во-первых, не требует наличия уверенных навыков программирования, поскольку упомянутые языки программирования довольно просты и могут быть освоены непосредственно во время изучения дисциплины. Наш опыт показывает, что поступившие на первый год магистратуры студенты программируют обычно довольно слабо. Во-вторых, при решении задач визуализации данных затрагиваются более общие вопросы обработки данных (data science) и оформления результатов средствами веб-технологий. Обе эти области в настоящее время чрезвычайно актуальны, соответствующие навыки востребованы на рынке труда. В-третьих, методы визуализации данных могут быть использованы студентами для представления результатов собственных исследований в рамках прикладной математики, то есть по основному профилю магистерских программ.

При подготовке программы и других материалов по дисциплине основной упор делается на несколько факторов. Важнейшим из них является ориентация на использование существующих библиотек, которые хорошо себя зарекомендовали и используются на практике. Так, для языка Python изучаются и используются библиотеки Pandas и matplotlib с расширениями, а для языка Javascript — библиотека D3.js. Второй по важности фактор состоит в форсировании написания программ (скриптов) в соответствии с общепринятыми подходами к разработке программного обеспечения — с использованием систем контроля версий, инструментов сборки и развертывания, а также инструментов автоматизированного тестирования (в том числе модульного). Внимание также уделяется всему процессу работы с данными: от анализа первичных данных, их очистки и предварительной обработки до получения результатов визуализации с оценкой разумности и удобства выбранных способов их представления.

Система обезвешивания оператора

Бурцева О. А., Абуладзе Н. Р.

*Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ)
им. М. И. Платова, Новочеркасск*

Повышение надежности космической техники определяет необходимость проверки её работоспособности в земных условиях. Для этой цели необходимо создавать специальные стенды (тренажеры), которые позволяли бы воспроизводить динамику манипуляторов с параметрами, близкими к работе в условиях невесомости. Сложный процесс создания и развертывания международной космической станции (МКС) требует внесения корректив в существующие процессы подготовки космонавтов.

Так, при сборке МКС необходимо будет осуществить большое количество работ на внешней поверхности станции — в открытом космосе — на удалении от нее, выполняемых непосредственно с участием космонавтов. Поэтому обучение космонавтов элементам внекорабельной деятельности в земных условиях с применением штатного технологического оборудования и скафандров при моделировании различных нештатных ситуаций является важной и актуальной задачей.

В зависимости от целей и задач тренировок требуется воспроизведение полной или частичной невесомости объектов, когда параметры движения и влияния внешней среды соответствуют реальным. Таким образом, необходима реализация безопорного пространства, когда испытуемый объект имеет возможность перемещаться в любую точку рабочего пространства под действием незначительных усилий. С этой целью предлагается система обезвешивания оператора, которая состоит из:

- рамы, удерживающей оператора в скафандре;
- датчиков углов крена, тангажа и рыскания, а также датчика углового ускорения, на основе показания которого определяются внешние усилия оператора при работе;
- электродвигателей, компенсирующих углы крена и тангажа с целью удержания оператора в равновесном состоянии;
- тележки горизонтального движения, перемещающей оператора в пространстве;
- блока вертикальных перемещений.

Основной задачей обезвешивания оператора является удерживание точек подвеса, крепления рамы и центра тяжести оператора в скафандре на одной вертикали. Составлена математическая модель предложенной системы обезвешивания. Рассмотрено движение оператора как поступательное вместе с центром его масс и сферическое движение по отношению к этому центру. Введены шесть обобщенных координат: отклонение центра масс по осям координат и углы поворота крена, тангажа, рыскания. Получены уравнения Лагранжа второго рода по каждой обобщенной координате. Особенностью представленной модели является отслеживание положений центров тяжести отдельных частей тела оператора на основе комплекса акселерометров.

Об определении параметров в граничных условиях для цилиндрического волновода, контактирующего со средой

Васильев Л. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Волновые процессы в однородных плоских и цилиндрических упругих волноводах со свободными границами достаточно подробно исследованы еще в XIX веке, поскольку возможно получить дисперсионные соотношения в явном виде. Однако, при наличии неоднородностей в материале, либо его форме делает невозможным явное построение дисперсионных уравнений. Для неоднородных волноводов уже были изучены дисперсионные соотношения (Ватульян А. О, Юров В. О. Изв. РАН. МТТ. № 5, 2016), где использовался численно-асимптотический подход для анализа дисперсионных соотношений. В последние годы возрос интерес к исследованию волноводов с модифицированными граничными условиями, в частности, при наличии упругого контакта на границе, который моделируется с помощью двух коэффициентов упругости. Эти параметры упругости вносят весомый вклад в структуру дисперсионных соотношений и нуждаются в идентификации по данным акустического зондирования. Такие модели используются для решения конкретных задач, а именно, в диагностике трубопроводов, при определении жесткости элементов биомеханических систем и др. Также интерес представляет задача о восстановлении этих двух коэффициентов в граничных условиях при известных частотах толщинных или радиальных резонансов. Подобные способы идентификации могут быть реализованы аналогично балочным структурам. К настоящему времени достаточно подробно исследованы вопросы диагностики характеристик закрепления однородных балок и трубопроводов на основе информации о резонансных частотах конструкции (Ахтямов А. М. с соавторами), при этом такой анализ существенно опирается на исследование частотного уравнения, которое для упругих балок с постоянными характеристиками записывается в явном виде. Подобные задачи для неоднородных упругих балок рассмотрены ранее (Ватульян А. О., Васильев Л. В. Экологический вестник ЧЭС 2015), где разработан способ идентификации, основанный на методе пристрелки.

В настоящей работе изучена модель упругого неоднородного полого цилиндра с упруго закрепленными границами, причем граничные условия содержат два параметра. Оценено влияние этих параметров на радиальные и продольные резонансы полого цилиндра. Рассмотрена обратная задача о восстановлении параметров в граничных условиях для неоднородного полого цилиндра при известных резонансных значениях. Представлен метод восстановления, базирующийся на методе пристрелки. Проведена серия вычислительных экспериментов. Проведена оценка точности и применимости в расчетах представленного метода по двум известным резонансным значениям.

Автор выражает благодарность научному руководителю проф. Ватульяну А. О. за постановку задачи и внимание к работе.

Компьютерное моделирование мониторинга напряженного состояния с помощью измерений магнитных свойств материалов

Васильев П. А., Соболев Б. В., Ермаков Д. А.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

С увеличением роста предприятий нефтегазового комплекса и расширением сетей трубопроводов возникает острая необходимость наращивания объемов производства трубной продукции. Вместе с этим, повышаются требования как к качеству стали так и к произведенным изделиям. Трубная продукция проделывает большой путь до того как будет использована в качестве нефте- и газопроводов. На этапе транспортировки и при монтаже труба может подвергаться воздействию неконтролируемой пластической деформации. Таким образом прочностные характеристики труб после укладки могут отличаться от характеристик только что выпущенных изделий. Это может привести к преждевременному выходу из строя конструкций, уменьшению износостойкости изделий, возникновению аварийных ситуаций и сокращению срока службы трубопроводов в целом.

Одним из наиболее развитых методов диагностирования НДС труб является магнитный метод неразрушающего контроля. Магнитная дефектоскопия является весьма эффективным методом обнаружения поверхностных и подповерхностных дефектов. Метод основан на получении информации о магнитном поле рассеяния вокруг ферромагнитных объектов контроля. В областях расположения дефектов наблюдается перераспределение магнитных потоков и формирование магнитных полей рассеяния. Информацию о магнитной индукции возможно получить с помощью приборов, основанных на эффекте Холла, так называемых гауссметрах.

В работе Э. С. Гаркунова (NDT Days 2015, Institute of Mechanics, Sozopol, Bulgaria, 15 – 19 June 2015. – Sozopol, Bulgaria, 2015) изучается влияние предварительной пластической деформации в виде упругопластического деформирования при растяжении образцов трубной стали на характер магнитной анизотропии и выявления параметров оценки действующих упругих деформаций. На основе полученных данных, в статье, указанной выше, авторами данной работы была построена конечноэлементная модель трубы, особенность которой заключается в неоднородности относительной магнитной проницаемости вдоль продольной оси трубы. На внешней поверхности трубы расположены разнополярные магниты, создающие, магнитное поле в области контроля. Производится перемещение магнитов по продольной оси трубы и фиксирование магнитных характеристик как на поверхности трубы, так и внутри нее.

Проанализировав полученные результаты численного эксперимента, было выявлено воздействие неоднородности магнитных свойств объекта контроля на значения показателей, полученных с поверхностей трубы. Также было установлено, что, основываясь на полученных данных возможно провести как локализацию участков с наличием неоднородностей, так и провести их качественную оценку.

Проводимость пространственно-деформированного миокарда

Вассерман И. Н., Шардаков И. Н., Шестаков А. П., Глот И. О.

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Построена модель изменения внутриклеточной проводимости миокарда, при его деформации на основе анализа микроструктурной модели Р.Е. Hand, В.Е. Griffith, С.С. Peskin (Bull. Math. Biol. 2009, **71**(7)). Сердечная ткань рассматривалась, как периодическая решетка, где клетки являются прямоугольными призмами, заполненными изотропным электролитом, а проводимость щелевых соединений учитывалась через граничные условия на сторонах этих призм и считалась постоянной. С помощью метода гомогенизации в виде, предложенном в работе G. Richardson and S. J. Chapman (SIAM Journal Appl. Math. (2011). **71**(3)), значения проводимости аналитически выражены через размеры клетки, параметры периодичности решетки, электрические свойства миоплазмы и щелевых соединений. На основе этих соотношений построены зависимости проводимости ткани от ее деформации (в текущей конфигурации).

$$\mathbf{d} = \beta(\mathbf{d}_c^{-1} + \mathbf{d}_g^{-1})^{-1},$$

$$\mathbf{d}_g = J^{-1}\mathbf{F}\mathbf{d}_{g0}\mathbf{F}^T, \quad \mathbf{d}_{g0} = \begin{pmatrix} \Gamma_1 l & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_2 w_{c2} & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_3 w_{c3} \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{d}_c = \sigma_c \mathbf{I}$, \mathbf{d}_g — приведенные тензоры проводимости цитоплазмы и щелевых соединений, σ_c — удельная проводимость миокарда, β — объемная доля клеток во всей ткани, \mathbf{F} — тензор градиента деформации, $J = \det(\mathbf{F})$, \mathbf{d}_{g0} — приведенный тензор проводимости щелевых соединений в недеформированном состоянии, Γ_i — удельная проводимости щелевых соединений, приведенные к недеформированной поверхности клетки в i -м направлении, w_{c2} , w_{c3} — размеры клетки в направлениях x_2 , x_3 , l — длина клетки.

Таким образом, тензор, обратный тензору проводимости миокарда, может быть представлен, как сумма обратных приведенных тензоров проводимости миоплазмы и щелевых соединений.

Было проведено сравнение с моделью, предложенной в книге F.В. Sachse (Computational Cardiology. 2004). Показано, что обе модели могут быть хорошо согласованы при растяжении-сжатии в направлении волокна для удлинений, в интервале от 0.8 до 1.2.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Пермского края в рамках научного проекта № 17-41-590270.

О моделировании упругих и вязкоупругих связей в биомеханических системах

Ватульян А. О.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

При моделировании биологических тканей и биомеханических конструкций важную роль играет оценка деформативных свойств исходного объекта исследования (твердых и мягких тканей, конструкции имплант-кость, кровеносный сосуд и окружающие ткани). Отметим, что неполная или неадекватная информация о свойствах может привести как к неверной оценке деформативности и прочности объекта, так и к нежелательной концентрации напряжений. Среди наиболее важных механических характеристик биологических тканей отметим модули упругости (модуль Юнга, модуль сдвига в рамках модели линейной теории упругости, внутриглазное и внутрисосудистое давление) и реологические характеристики (мгновенный и длительный модули упругости, время релаксации). Для оценки этих параметров наиболее часто используются стандартные испытания фрагментов ткани на растяжение и кручение для мертвых тканей, рентгеновские, тепловые, акустические (эластография), контактные и бесконтактные методы оценки деформативности живых тканей (пальпация, тонометрирование).

В настоящей работе обсуждены различные аспекты постановок обратных задач об определении характеристик мягких и твердых биологических тканей. В силу достаточной сложности моделирования важными являются упрощенные постановки, в которых связи заменяются простыми упругими или вязкоупругими элементами (балки, стержни, пружины), которые характеризуются некоторым набором параметров, входят либо в коэффициенты дифференциальных операторов, либо в граничные условия. В рамках таких постановок исследованы задачи о статическом или динамическом воздействии на объект при наличии таких связей на границе или о контакте двух объектов.

В качестве примеров рассмотрены две группы задач. В первой представлена приближенная схема оценки податливости в контактной зоне. На основе вариационного подхода сформулированы операторные уравнения для определения функций-коэффициентов податливости, выявлено их влияние на передаточные функции, сформулирована регуляризованная вычислительная схема их определения. Обсуждены приложения решения такой контактной задачи к проблемам идентификации свойств прилегающих к объекту тканей, в которых требуется определить лишь несколько параметров (упругих или вязкоупругих), представлены результаты вычислительных экспериментов.

Во второй группе рассмотрены задачи об идентификации параметров упругого или вязкоупругого закрепления для объектов переменной жесткости. Изучена структура передаточных функций, выявлены некоторые общие закономерности их строения, произведена оценка влияния идентифицируемых параметров на них. Предложена простая итерационная схема определения параметров, представлены результаты вычислительных экспериментов.

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН «Фундаментальные проблемы математического моделирования» (№ 114072870112).

Об индентировании неоднородных покрытий

Ватульян А. О.¹, Плотников Д. К.²

¹*Южный математический институт — филиал ВЦ РАН, Владикавказ*

²*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Контактный способ оценки податливости упругого тела является одним из наиболее часто используемых методов идентификации физических свойств различных, в том числе и новых материалов. При определении физических свойств таких материалов как композиты, угли, а также биологические ткани успешно применяются методы наноиндентирования, позволяющие изучить локальные свойства материала вблизи поверхности тела в микро- и наномасштабе, выявить степень анизотропии и трещиноватости. Для многих материалов в теле имеется некоторое предварительное напряженное состояние, соответствующее либо всестороннему сжатию, либо сжатию в приповерхностной зоне в результате технологической обработки.

В настоящей работе представлена приближенная модель деформирования неоднородной предварительно напряженной упругой полосы, жестко сцепленной с недеформируемым основанием. Рассмотрена контактная задача о равновесии полосы под действием индентора в виде параболоида. Считается, что в приповерхностной зоне действуют сжимающие предварительные напряжения, штамп вдавливаются в верхнюю границу полосы без трения. Решена вспомогательная задача о нагружении полосы нормальной нагрузкой, локализованной на некотором отрезке верхней грани полосы. Путем введения гипотез о характере полей перемещений упрощено выражение потенциальной энергии. На основе вариационного принципа Лагранжа построена система двух дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами относительно компонент вектора смещений верхней грани полосы. С помощью преобразования Фурье построены передаточные функции, связывающие трансформанты Фурье смещений и нагрузки. В случае постоянных коэффициентов, когда модули упругости зависят только от поперечной координаты, получено решение контактной задачи, найдено смещение свободной поверхности полосы, построено распределение контактного напряжения, определена характерная для испытания материалов методом индентирования зависимость сила-внедрение. Установлена связь между величиной внедрения и размером площадки контакта, выявлено влияние законов изменения модулей упругости по толщинной координате на эту связь. Данный подход позволяет строить приближенные решения и основные зависимости для произвольных законов неоднородности полосы, в том числе и разрывных, например, для многослойной полосы. Представлены результаты вычислительных экспериментов для различных законов неоднородности.

Исследование выполнено при частичной поддержке Российского научного фонда (проект №16-17-10217). Программы Президиума РАН I.33П.

Об одной проблеме связанной электромагнитоупругости для изотропного шара

Вестяк В. А.¹, Тарлаковский Д. В.², Федотенков Г. В.¹

¹*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)*

²*НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва*

Рассматривается распространение нестационарных кинематических или электромагнитных осесимметричных возмущений, заданных на поверхности электромагнитоупругого шара. Начальные условия предполагаются нулевыми, а решение — ограниченным.

Связанная система уравнений с учетом силы Лоренца и обобщенного закона Ома записывается в сферической системе координат (r, θ, ϑ) . Искомые функции раскладываются в ряды по полиномам Лежандра и Гегенбауэра аргумента θ . С использованием интегрального преобразования Лапласа по времени и разложений коэффициентов указанных выше рядов в степенные ряды по малому параметру, связывающему механические и электромагнитные характеристики, получена рекуррентная последовательность краевых задач относительно искомых компонент механического и электромагнитного полей. Основными искомыми функциями при этом являются радиальная и тангенциальная компоненты вектора перемещений и ненулевая компонента вектора напряжённости магнитного поля.

Построены интегральные представления коэффициентов рядов для компонент как механического, так и электромагнитного поля с ядрами в виде функций Грина. В качестве последних для электромагнитного поля используются их приближенные квазистатические аналоги.

Для нахождения оригиналов объёмных функций Грина построен специальный алгоритм, основанный на доказанных свойствах обобщённой симметрии нестационарных функций Грина в сферической системе координат, а так же на представлении изображений искомых функций через экспоненциальные многочлены и дальнейшем их разложении в ряды по экспонентам. Последним рядам для конечного времени в пространстве оригиналов соответствуют конечные суммы. Показано, что трансформанты функций Грина представляют собой суммы произведений правильных рациональных дробей на экспоненты, что позволяет найти их оригиналы аналитически методами компьютерной алгебры.

В качестве подтверждения полученных результатов для шара проведено сравнение с аналогичными, решёнными ранее аналитическими решениями для толстостенной сферы с помощью предельного перехода в полученном решении при стремлении внутреннего радиуса толстостенной сферы к нулю.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 15-08-00788).

Фундаментальные краевые волны в толстостенном полом цилиндра

Вильде М. В.

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Данная работа посвящена исследованию гармонических волн, распространяющихся вдоль торца толстостенного полубесконечного полого упругого цилиндра в окружном направлении и экспоненциально затухающих в направлении образующей. Торец и лицевые поверхности полого цилиндра считаются свободными от закрепления. Для описания колебаний цилиндра используются трехмерные уравнения теории упругости в цилиндрической системе координат. Решение краевой задачи ищется в виде разложения по модам бесконечного полого цилиндра. Изучается поведение дисперсионных кривых в зависимости от числа волн по окружной координате p , которое в данной задаче играет роль волнового числа. Рассматриваются фундаментальные волны, соответствующие в случае тонкостенного цилиндра изгибной и тангенциальной краевым волнам и соответствующим им краевым резонансам, изученным в работах (Kaplunov J. D., Kossovich L. Yu., Wilde M. V. // J. Acoust. Soc. Am. 2000. Vol. 107, № 3. P. 1383–1393 и Вильде М.В., Каплунов Ю. Д., Коссович Л. Ю. Краевые и интерфейсные резонансные явления в упругих телах. М.:Физматлит, 2010). Исследование в рамках трехмерной теории упругости (см. Ардазишвили Р.В., Вильде М.В., Коссович Л. Ю. Трехмерные фундаментальные кромочные волны в тонкой оболочке // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2015. № 4(26). С. 109-124) показало, что в тонкой оболочке вне пределов применимости теории оболочек изгибная краевая волна продолжает существовать, однако закон изменения фазовой скорости с ростом p становится совершенно иными и при $p \rightarrow \infty$ асимптотически приближается к значению $c_+ = c_E/(1 + \eta)$, где c_E — скорость волны, локализованной около угла четвертьпространства, η — относительная полутолщина оболочки. Форма колебаний этой волны характеризуется локализацией у наружной угловой окружности. Тангенциальная волна в тонкой оболочке существует при любых значениях p . Её форма колебаний характеризуется локализацией у внутренней угловой окружности, а скорость асимптотически приближается к значению $c_- = c_E/(1 - \eta)$. При определенном значении параметра η скорость c_- становится больше скорости волны Рэлея c_R , являющейся предельной для краевых волн высшего порядка. Этим объясняется тот факт, что в толстостенном полом цилиндра тангенциальная краевая волна перестает существовать. Дисперсионные кривые краевых волн высшего порядка при этом содержат участки (так называемые “плато”), наклон которых соответствует скорости c_- . Предельной скоростью изгибной краевой волны в толстостенном полом цилиндра является скорость c_+ . В докладе приводятся результаты численных расчетов, иллюстрирующие описанные явления. Исследуется поведение мнимой части частоты, характеризующей демпфирование тангенциальной краевой волны распространяющейся модой, изменение с ростом толщины характера изменения НДС по толщинной координате для каждой из фундаментальных краевых волн и другие эффекты.

Определение инерционных характеристик полярных сред при пространственном описании

Вильчевская Е. Н.¹, Мюллер В.²

¹*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург*

²*Берлинский технический университет*

Микрополярный континуум представляет собой сплошную среду, в которой каждая частица обладает как трансляционными, так и вращательными степенями свободы. При пространственном описании в качестве частицы микрополярного тела рассматривается постоянный репрезентативный элементарный объем, в котором в каждый момент времени находятся разные материальные частицы. Для определения инерционных и кинематических характеристик элементарного объема предполагается, что частицы, находящиеся в данный момент времени в элементарном объеме, можно заменить одинаковыми частицами, обладающими усредненной массой и усредненными тензорами инерции. Также предполагается, что элементарный объем обладает такими же инерционными свойствами, как и отдельная усредненная частица. При таком подходе получается, что все инерционные характеристики среды слабо зависят от характерных размеров элементарного объема (при условии, что он достаточно мал по сравнению с характерными размерами тела, и в то же время содержит достаточно большое число частиц). Трансляционная и угловая скорости определяются из условия, что количество движения и кинетический момент, вычисленные для элементарного объема, содержащего исходные частицы, совпадают с количеством движения и кинетическим моментом, вычисленным для элементарного объема, содержащего частицы с усредненными инерционными характеристиками.

В рамках предложенного подхода структурные превращения в материале, связанные с консолидацией или распадом материальных частиц, или изменением типа симметрии материала, описываются соответствующими изменениями тензора инерции элементарного объема. Таким образом, в отличие от традиционного подхода, тензор инерции при пространственном описании является независимой переменной величиной, для которой нужно формулировать дополнительное кинетическое уравнение с источником членом. В работе предлагаются и исследуются различные формулировки кинетического уравнения, позволяющие описать изменение тензора инерции, вызванное не только общей деформацией среды, но и происходящими в среде структурными изменениями. Приводятся решения ряда модельных задач. В частности, рассмотрено изменение момента инерции элементарного объема, инициированное изменением внешнего давления, и измельчение частиц, происходящее в ограниченной области пространства.

Работа выполнена при поддержке Deutsche Forschungsgemeinschaft (MU-1752/43-1)

О приближенных методах вычисления собственных значений в задачах нелинейной теории упругости

Волокитин Г. И.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

В задачах устойчивости нелинейно-упругих тел используются точные трехмерные уравнения нейтрального равновесия в объеме и на поверхности, полученные путем наложения малой деформации на конечную:

$$\nabla \cdot \Theta = 0, \quad L(\mathbf{w})|_{\Gamma} = 0, \quad \Theta = \mathbf{T}^* + \mathbf{T} \nabla \cdot \mathbf{w} - \nabla \mathbf{w}^T, \quad \mathbf{T}^* = \frac{d}{d\eta} \mathbf{T}(\mathbf{R} + \eta \mathbf{w})|_{\eta=0}$$

Здесь $\mathbf{w} = \mathbf{R}^*$ — вектор добавочного перемещения, он описывает смежные формы равновесия. \mathbf{T} — тензор напряжений Коши, L — линейная однородная дифференциальная форма над \mathbf{w} , ∇ — набла-оператор в метрике начально деформированного тела. Θ — линейный дифференциальный оператор над \mathbf{w} . Коэффициенты тензора Θ , конкретизированные с учетом закона состояния, нелинейно зависят от модулей упругости, геометрических характеристик и λ (бифуркационных значений нагрузки или температуры). Они известны после решения краевой задачи, описывающей докритическую деформацию.

Физический смысл имеет частичная проблема собственных значений — определение низших собственных чисел. Отметим, величина верхней критической нагрузки естественным образом включает малый параметр. Предполагая при решении начальной краевой задачи допустимость метода Синьорини разложения в ряды по малому параметру, считаем, что коэффициенты оператора Θ зависят от λ степенным образом. Симметрия рассматриваемых тел при отыскании вектора добавочного перемещения позволяет применить метод Фурье разделения переменных. Приходим к однородной системе обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами и однородным граничным условиям. Нетривиальные решения этой краевой задачи определяются из условия обращения в 0 определителя матрицы $M(\lambda)$. Матрица $M(\lambda)$ в рассмотренных проблемах имела порядок от 4-го до 8-го, ее элементы зависят от степеней λ , т. е. $M(\lambda)$ — λ -матрица. Если последовательно учитывать эффекты второго порядка, то $M(\lambda) = A_0 \lambda^2 + A_1 \lambda + A_2$, если при решении начальной задачи ограничиться линейной теорией, то $M(\lambda)$ — регулярированный двучлен. Старшие степени λ , содержащиеся в элементах $M(\lambda)$, незначительно сказываются на значениях наименьших корней векового уравнения. Численные эксперименты при исследовании устойчивости различных нелинейно-упругих тел не слишком большой относительной толщины показали, что начальную деформацию достаточно определять в рамках линейной теории. Следовательно, характеристическое уравнение с нелинейным вхождением параметра можно приближенно заменить характеристическим уравнением линейного оператора. Это означает возможность применения итерационных процессов, сходящихся к одному собственному числу. В качестве нулевого приближения выбиралось число, близкое к значению в теории пластин и оболочек.

Влияние геометрии роговицы глаза на показатели внутриглазного давления

Воронкова Е. Б., Тюганова Т. М.

Санкт-Петербургский государственный университет

В данной работе обсуждается влияние геометрических параметров роговицы на показатели внутриглазного давления (ВГД), полученные аппаланационным методом, т.е. в результате деформирования роговицы грузом с плоским основанием.

Для модели, в которой глаз рассматривается как тонкая оболочка вращения, состоящая из двух сферических сегментов, моделирующих роговицу и склеру (Bauer S.M., Lyubimov G.A., Tovstik P.E. On the mathematical simulation of the measuring of the intraocular pressure by Maklakov method. *Technische Mechanik*. 2004. vol. 24(3), pp. 231–235), рассчитаны показатели чувствительности, позволяющие оценить влияние неопределенности исходных параметров модели на результат моделирования, а также выявить наиболее влиятельные параметры или группу параметров.

Операции по коррекции зрения изменяют форму роговицы, за счет удаления определенного слоя ткани в центре, чтобы сделать ее более «пологой», или по кольцу в окрестности центра для того, чтобы уменьшить радиус кривизны роговицы и сделать роговицу более «выпуклой». В рассмотренных ранее моделях роговица полагалась сферическим сегментом или сегментом эллипсоида вращения. В настоящей работе для более точного описания асферического и асимметричного профиля роговицы ее внешняя и внутренняя поверхности моделируются биконическими поверхностями

$$z(\rho, \phi; R_x, R_y, Q_x, Q_y, z_0) = z_0 - \frac{\rho^2 A}{1 + \sqrt{1 - \rho^2 B}}, \quad (1)$$

$$A = \frac{\cos^2(\phi - \phi_x)}{R_x} + \frac{\sin^2(\phi - \phi_y)}{R_y}, \quad B = \frac{\cos^2(\phi - \phi_x)}{R_x^2} + \frac{\sin^2(\phi - \phi_y)}{R_y^2}.$$

Здесь (ρ, ϕ, z) — цилиндрическая система координат, R_x, R_y радиусы кривизны роговицы в центре в направлении главных меридианов, ϕ_x — направление наиболее «крутого» меридиана, Q_x, Q_y — параметры, показывающие отклонение формы роговицы от сферической в направлениях ϕ_x и $\phi_x + \pi/2$, соответственно. Материал роговицы полагается ортотропным.

Внутренняя и внешняя поверхности склеральной оболочки моделируются сферическими сегментами. Склера описывается как трансверсально-изотропная оболочка.

Для оценки напряженно-деформированного состояния сопряженных оболочек при изменении внутриглазного давления построена конечно-элементная модель в прикладном пакете Comsol Multiphysics.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 15-01-06311-а с использованием оборудования ресурсного центра Научного парка СПбГУ «Обсерватория экологической безопасности».

Программно-аппаратная поддержка высокотехнологичных хирургических операций

Гаврюшин С. С., Гаврюшина Н. Т.

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

Качество подготовки и проведения высокотехнологичных медицинских операций в современных условиях определяется не только мастерством хирурга, но и уровнем использования современных технологий на всех этапах жизненного цикла лечения пациента. Использование специальных программно-аппаратных систем, получивших известность как компьютерные технологии поддержки хирургических операций (сокращенно CAS -технологии), открывает возможности для проведения уникальных операций и существенно снижает риск их неблагоприятного исхода. Существующие в настоящее время CAS-технологии предназначены, прежде всего, для совершенствования и автоматизации этапов диагностики, предоперационного планирования, поддержки при непосредственном хирургическом вмешательстве, послеоперационного сопровождения и оценки отдаленных последствий операций. На каждом этапе жизненного цикла операции, в рамках единого информационного пространства, последовательно используется совокупность методик, методов и приемов, базирующихся на использовании биомеханических принципов, компьютерного анализа, виртуального моделирования, а также традиционных и аддитивных технологий для изготовления имплантатов и операционной оснастки.

В докладе представлен опыт применения цифровых технологий для подготовки и планирования операций реконструктивной хирургии. Последовательно излагаются технология использования компьютерной томографии для построения твердотельных моделей и технология конечно элементного моделирования биомеханических объектов, позволяющие проводить анализ функциональных, прочностных и жесткостных характеристик биомеханических конструкций в рамках виртуального проведения хирургических и ортодонтических операций. Обсуждаются достигнутые успехи и перспективы использования аддитивных технологий и современного цифрового производства при изготовлении эндопротезов, поддерживающей и операционной оснастки. Дается описание отечественной CAS-системы Medbox, созданной в МГТУ им. Баумана в содружестве с НМХЦ им. Пирогова. Система позволяет моделировать различные элементы реконструкции, не вскрывая предварительно операционное поле, и предназначена для использования челюстно-лицевыми хирургами, ортопедами-стоматологами, имплантологами, травматологами-ортопедами и др.

Приводятся реальные примеры применения программного обеспечения, технических средств и аддитивных технологических процессов для планирования и осуществления высокотехнологичных хирургических операций в современных многопрофильных клинических центрах. Детально рассматривается процедура Насса, применяемая при исправлении воронкообразной деформации грудной клетки, а также челюстно-лицевые операции по устранению деформации лица, после проведенных хирургических вмешательств по поводу онкологических заболеваний.

Численная реализация двумерной математической модели
для поликристаллических сегнетоэластиков с использованием
энергетического критерия переключения доменов

Герасименко Т. Е.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Сегнетоэластики обладают способностью сохранять остаточные деформации при удалении внешнего механического воздействия, а также демонстрируют нелинейные гистерезисные зависимости. Исследование таких материалов, а также математическое моделирование процессов, возникающих в них в результате внешнего воздействия, актуально как с научной, так и с практической точки зрения.

В работе строится вспомогательная модель поликристаллических сегнетоэластиков, позволяющая количественно оценить деформацию представительного объема при воздействии только механических напряжений. Для ее построения используется двухуровневая модель сплошной среды, а также учитывается так называемая теория «запертой доменной стенки». Согласно этой теории имеющиеся неоднородности в материале, такие как поры, примеси, включения, способны препятствовать движению доменных стенок, закрепляя их до определенного уровня нагрузок. Процесс их движения начинается только тогда, когда уровень механических напряжений оказывается достаточным для преодоления энергетического барьера механизмов их запираания. Одним из важных вопросов в моделировании гистерезисных зависимостей является вопрос определения критерия переключения доменов. Принимается следующее условие переключения: по достижении порогового значения энергии домена он переключается из всех возможных положений в такое, где его энергия минимальна. В модели вначале выводится вспомогательное предельное соотношение между сопряженными параметрами, такими как механическое поле и деформации, затем составляется энергетический баланс. С учетом некоторых предположений о характере деформационного отклика удастся получить систему обыкновенных уравнений в дифференциалах для описания приращения компонент тензора полной деформации от изменения поля механических напряжений.

Весь процесс деформирования рассматривается как последовательность равновесных состояний. Чтобы определить приращение остаточной деформации при переходе от одного равновесного состояния к другому, используется метод простых итераций. Система уравнений содержит пять параметров, которые влияют на поведение конкретной гистерезисной кривой.

Проведена численная реализация алгоритмов построения больших петель гистерезисных зависимостей и выполнено сравнение с экспериментальными значениями.

Разработанная модель будет внедрена в программный комплекс ACELAN для дальнейшего использования в качестве новой формы определяющих соотношений в приращениях между сопряженными параметрами.

Асимптотика квазистационарных спиральных волн в кровеносном сосуде

Гетман В. А., Батищев В. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Расчеты длинных продольных волн в крупном сосуде впервые проводилось многими авторами в конце девятнадцатого столетия. Поверхность сосуда моделировалась тонким упругим цилиндром. Оказалось, что рассчитанная по линейной теории фазовая скорость длинных пульсовых волн, успешно подтвердилась результатами экспериментов. Обзор результатов этих исследований проведен в известной монографии Педли Т. «Гидродинамика крупных кровеносных сосудов» (1983 г.). Отметим работы Устинова Ю. А. по исследованию свойств длинных спиральных волн в кровеносных сосудах.

В аорте, исходящей из левого желудочка сердца, наблюдаются длинные продольные пульсовые волны, которые описываются линейной теорией динамики жидкости с учетом уравнений полубесконечной упругой изотропной оболочки. Эти волны распространяются на фоне стационарного потока, который моделируется течением Пуазейля, либо равномерным потоком с постоянной продольной скоростью в ядре потока при наличии стационарного пограничного слоя Блазиуса на стенках сосуда. Кроме этого, в сосуде распространяются спиральные длинные и короткие волны. Отметим, что длинные спиральные волны бегут в тонком пограничном слое вблизи стенки сосуда. Короткие спиральные волны заполняют все поперечное сечение сосуда. Кроме спиральных волн в сосуде имеются квазистационарные спиральные моды, которые в первом приближении не зависят времени. Отметим, что первая квазистационарная мода не изменяет направления вращения.

Доклад посвящен построению асимптотических разложений и расчету в первом приближении упомянутых выше квазистационарных мод. Отметим, что стационарная вращательная мода изучена в работе Устинова Ю. А. и Богаченко С. Е. (Российский журнал биомеханики. 2009. Т. 13, № 1 (43)). Однако, это решение сингулярно на оси сосуда. В докладе находится решение, справедливое во всем поперечном сечении сосуда.

Асимптотика строится на основе нелинейных уравнений Навье — Стокса. Для окружной компоненты скорости получено линеаризованное дифференциальное уравнение, коэффициенты которого включают в себя продольную и радиальную компоненты скорости длинных продольных волн. Уравнение спиральных волн зависит от двух малых параметров. Один из которых, определяется вязкостью жидкости, а второй зависит от фазовой скорости длинных продольных волн. В работе эти параметры связаны линейной зависимостью. Приведены краевые задачи для нулевого и первого приближений. Нулевое приближение оказалось не зависящим от времени. Решение задачи найдены численно. В главном приближении нулевая квазистационарная мода не зависит от времени и не изменяет направление вращения жидкости в сосуде.

Установление закона расширения облака взрыва

Гетманский М. С., Снопов А. И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе рассматривается задача о расширении конечного газового объема, порожденного взрывом. Модель точечного взрыва, в которой очаг взрыва моделируется точкой, общепринятая для исследования динамики такого явления, не дает возможности проводить исследования для получения сведений о состоянии газа в облаке взрыва, так как не учитывается его наличие в этой модели, позволяя изучать термодинамику и кинетику только окружающей облако взрыва среды.

В докладе представлена модель, основанная на точном частном решении уравнений движения вязкого газа, позволившая получить результаты расчетов кинематики процессов, происходящих в облаках взрыва.

Определены произвольные параметры решения, характеризующие термодинамические процессы в исследуемой области, влияющие на расширение рассматриваемого объема газа.

Исходными данными послужили фотографии эксперимента, на которых запечатлен последовательный рост радиуса облака взрыва.

На основании фотографий эксперимента определена зависимость между радиусом расширяющейся сферической ударной волны и соответствующими моментами времени. Допускается, что облако взрыва имеет шаровую форму и сферическую симметрию. Влияние внешних сил, а также вязкости в задаче не учитывается.

Полученная модель с удовлетворительной точностью порядка 5% – 10% аппроксимирует экспериментальные данные. Произвольный параметр, входящий в закон, которому подчиняется расширение исследуемого объема, оказывает значительное влияние на поведение модели. Определены поля давлений, температур и плотностей внутри облака взрыва.

В отличие от теории точечного взрыва, которая не дает возможности рассмотреть начальный момент явления, данная модель предоставляет не только картину расширения облака взрыва, а также еще и информацию о внутреннем состоянии среды.

Оптимизация охлаждающих радиаторов электронной аппаратуры на основе компьютерного моделирования

Глазунова Л. В., Глушко Н. И., Рудой Д. В.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

В настоящее время движение водного, воздушного транспорта немислимо без навигационного оборудования, антенн, передатчиков и приемников электромагнитных волн. Электронное оборудование этих устройств стабильно работает в определенных температурных интервалах, поэтому важной задачей проектирования является эффективная система охлаждения. Несмотря на имеющийся набор стандартных элементов таких систем, их проектирование в каждом конкретном случае требует расчета. Такой расчет для комплекса радиоэлектронной аппаратуры может быть проведен на основе математического моделирования, учитывающего основные физические процессы: течение охлаждающей жидкости и теплообмен между элементами устройства и окружающей средой.

Оценена эффективность термостабилизации входящих в состав комплексов приборов и выданы рекомендации по улучшению их гидравлических параметров и охлаждения. В основе расчетной методики лежит математическая модель рассчитываемых физических процессов и способ решения поставленной математической задачи. Математические модели конкретной инженерной задачи представляют собой начально-краевые задачи, отражающих законы физики и механики с привлечением полуэмпирических и эмпирических констант и зависимостей. Движение и теплообмен в жидкости и газе моделируется с помощью уравнений Навье — Стокса, диффузионный тепловой поток моделируется законом Фурье, уравнения теплопереноса, уравнения теплопроводности в твердых телах, моделирование радиационного теплообмена проводится в соответствии с законом Стефана — Больцмана.

Решение задачи о движении и теплообмене жидкой среды и газа определяется как установившееся во времени. Для дискретизации дифференциальных уравнений использован метод конечных объемов. Работа проведена с помощью расчетного модуля SolidWorks Flow Simulation. Минимальный размер ячеек составил — 0,123 мм, а минимальная толщина стенок твердого тела — 0,3 мм.

В работе найдены значения гидравлических параметров: эпюра скорости течения теплоносителя; температура теплоносителя; температура на теплоотводящих поверхностях комплексов; давление теплоносителя в комплексах и отдельно в канале каждого прибора в составе комплексов; потеря давления в комплексах и отдельно в канале каждого прибора в составе комплексов (разница динамических давлений между выходом и входом); расход теплоносителя на входе в канал приборов в составе комплексов. Выявлены зоны локального перегрева на сегментах антенных решеток, сформулированы предложения для более эффективного охлаждения конструкции.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Резонансные методы определения свойств упругих волноводов и идентификации дефектов

Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Еремин А. А.

Институт математики, механики и информатики КубГУ, Краснодар

Наряду с упругими телами конечных размеров, резонансные режимы колебаний, продолжающиеся длительное время после прекращения действия внешней нагрузки и сопровождающиеся резким ростом амплитуд волновых полей, характерны при определенных условиях и для открытых волноводов. Примерами явлений данного типа могут служить толщинные резонансы и резонансы обратных волн, а также резонансное рассеянное на геометрических или материальных макронеоднородностях в слоистых упругих волноводах, обусловленное (почти-)вещественными точками частотного спектра соответствующих краевых задач дифракции. Параметрический анализ указывает на сильную зависимость резонансных частот от упругих свойств материала, геометрических и механических параметров дефекта. Это открывает перспективы для их использования с целью совершенствования и автоматизации технологий ультразвуковой неразрушающей диагностики состояния конструкций.

В настоящей работе обсуждаются теоретические и практические аспекты применения резонансных явлений для определения эффективных упругих модулей материалов и обнаружения и оценки потенциальной угрозы скрытых дефектов. Так, для композитных материалов с разными схемами укладки элементарных слоев (препрегов) показана высокая чувствительность частоты резонанса обратной волны к изменению отдельных упругих модулей препрегов, что позволило разработать и проверить экспериментально алгоритм уточнения значения эффективных модулей Юнга на основе измеренных значений данных частот. В случае дефекта типа локализованного изменения толщины, моделирующего коррозионное повреждение тонкостенных металлоконструкций, разработаны соответствующие математические и компьютерные модели, базирующиеся как на упрощенной теории пластин/балок первого порядка, так и на решении рассматриваемых краевых задач в полной постановке с помощью метода слоистых элементов. Обнаружен теоретически и подтвержден экспериментально эффект резонансного захвата и локализации энергии нестационарной набегающей волны в окрестности дефектов данного типа на почти вещественных точках частотного спектра рассматриваемой краевой задачи. Развита методика экспресс-анализа глубины проникновения коррозионного повреждения на основе измеренных значений резонансных частот и разработанных полуаналитических компьютерных моделей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и Администрации Краснодарского края (проект № 16-41-230744).

Интегральные и асимптотические представления волновых полей в задачах акустического бесконтактного зондирования упругих пластин

Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Фоменко С. И., Мякишева О. А.

Институт математики, механики и информатики КубГУ, Краснодар

В настоящее время все чаще в системах неразрушающего ультразвукового контроля различных изделий и при определении физико-механических характеристик материалов используются бесконтактные преобразователи (air-coupled transducers). Являясь сравнительно дешевым аналогом дорогостоящих лазерных виброметров, они позволяют дистанционно зондировать исследуемый образец, визуализировать волновые поля на его поверхности и проводить более детальную диагностику тонкостенной конструкции, чем с помощью традиционных контактных ультразвуковых зондов. Необходимым этапом разработки и настройки систем неразрушающего контроля на основе бесконтактных преобразователей является создание математических и компьютерных моделей, адекватно описывающих процесс возбуждения, распространения и регистрации волн в связанной системе источник – образец – окружающая среда – бесконтактный сенсор. В настоящей работе описывается полуаналитическая модель, разработанная на основе использования функции Грина указанной связанной структуры и выведенных интегральных и асимптотических представлений для исходного поля источника и отраженных, прошедших и бегущих вдоль пластины волн.

На основе полученных интегральных представлений выводятся асимптотические формулы для волнового поля в дальней и средней от источника зоне. Асимптотические представления волновых полей в дальней зоне строятся с помощью метода стационарной фазы и теории вычетов. Асимптотика в средней зоне получается на основе асимптотики эталонных осциллирующих интегралов с почти вещественной полярной особенностью. Такой подход обусловлен наличием у Фурье-символа функции Грина комплексных полюсов близких к вещественной оси, в результате чего для определенных направлений происходит сближение двух особенностей: стационарной точки и полюса.

Приводятся графики частотных зависимостей амплитудных характеристик, медленности и коэффициентов затухания поверхностных и вытекающих волн, возбуждаемых бесконтактным источником, а также результаты тестовых сопоставлений для интегральных и асимптотических представлений волновых полей.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Администрации Краснодарского края (проект № 16-41-230769).

Методы логического моделирования событийно-управляемых технических систем

Глушкова В. Н.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Основной компетенцией учебного курса «Логическое моделирование технических систем»: является умение использовать логические средства для формализации систем различных предметных областей. Поведение системы характеризуется последовательностью ее действий и состояний, реакцией на внешние и внутренние события. Взаимодействие системы с ее окружением обеспечивается определенными правилами.

Иерархичность является основным признаком сложной системы, обеспечивающим приемлемую сложность реализации ее логической спецификации. Поэтому иерархизация пространства состояний и действий системы посредством правил КС-грамматики G является первым этапом ее спецификации, обеспечивающим полиномиальную сложность вычислений относительно «размеров» деревьев вывода грамматики G . Например, грамматика манипулятора «мышь»; имеет правила:

$$\begin{aligned} Ms &\rightarrow Click P1 \mid Final; \\ P1 &\rightarrow Click P2 \mid S Ms; \\ P2 &\rightarrow D Ms, \end{aligned}$$

где *Click* — имя действия, S , D , *Final* — характеристики результата действия («click простой», «click двойной», «финал»).

Вторым этапом моделирования является спецификация поведения системы квазитождествами из Δ_0 — формул специального вида (Goncharov S. S., Ershov Yu. L., Sviridenko D. I., Semantic programming, Information processing, 1986, V.11, № 10, pp. 1093–1100.) многосортного исчисления предикатов 1-го порядка. Сорта определяются символами грамматики G , ограниченные кванторы действуют на КС-списках, соответствующих деревьям вывода грамматики. Левая часть квазитождества характеризует состояние системы до выполнения некоторого действия, результат исполнения которого устанавливается в правой части квазитождества. Теория из рассматриваемых формул интерпретируется на исходном КС-списке по правилу вывода *modus ponens*, исходя из фактов вида: $r(\bar{c})$, $f(\bar{c}) = d$ для последовательности констант \bar{c} и константы d . Сорт списка задается меткой корня сопоставляемого ему дерева.

Результатом интерпретации является атрибутированное дерево действий и состояний системы с определенными на нем предикатами и функциями. Верификация модели состоит в проверке на построенном дереве формул с ограниченными кванторами, выражающими проверяемые свойства системы. Для реагирующих систем, функционирующих неограниченно долго, из логической спецификации можно извлечь граф с циклами моделируемой системы при абстрагировании от значений тех переменных, которые ведут к неограниченным вычислениям.

Алгоритмы анализа динамики распределенных вихревых конфигураций

Говорухин В. Н., Филимонова А. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В докладе предложены алгоритмы расчета и анализа двумерной динамики невязкой несжимаемой жидкости на вращающейся сфере. Основой алгоритмов является бессеточный метод вихрей в ячейках для решения начально-краевой задачи для нестационарных уравнений движения идеальной жидкости в терминах абсолютной завихренности и функции тока. Двумерные геофизические течения идеальной несжимаемой жидкости на вращающейся сфере при ряде допущений описываются уравнением переноса абсолютной завихренности q :

$$\frac{dq}{dt} \equiv q_t + \psi_y q_x - \psi_x q_y = 0, \quad (1)$$

Здесь $\frac{d}{dt}$ — материальная производная, t — время, x, y — декартовы координаты, ψ — функция тока в относительной вращению сферы системе координат. Абсолютная завихренность q является суммой

$$q = \omega + f, \quad (2)$$

где ω — относительная завихренность, а $f = f(x, y) = \Omega \sin(\phi)$ — планетарная, описывающая влияние силы Кориолиса. Ω — угловая скорость вращения, ϕ — долгота, равная нулю на экваторе, и $\pm \frac{\pi}{2}$ на полюсах. Для описания динамики атмосферы в окрестности полюса используют приближение γ -плоскости, $f(x, y) = f_0 - \frac{1}{2}\gamma(x^2 + y^2)$, где γ — параметр, а для меридиональных движений — приближение β плоскости. В докладе даны варианты метода расчета для прямоугольной области и различных граничных условий: периодических, условия непротекания и заданных на границе нормальных скоростях жидкости.

Метод основан на аппроксимации функции тока отрезком ряда Фурье, приближении поля завихренности ее значениями в частицах и расчете траекторий частиц с использованием псевдосимплектического интегратора. Эффективность и адекватность работы метода продемонстрирована рядом тестовых расчетов известных примеров вихревой динамики.

Представленный вариант метода вихрей в ячейках может быть эффективно распараллелен с использованием пространственной декомпозиции области течения на ячейки и распределением расчета динамики частиц по вычислительным узлам. Эффективность метода и производительность параллельного алгоритма оценены экспериментально при различных параметрах расчета, показана хорошая масштабируемость алгоритма.

С помощью развитого вычислительного подхода начато исследование влияния вращения сферы на вихревую динамику на ней. В докладе представлены результаты исследования дипольных и трипольных вихревых конфигураций.

Работа поддержана грантом РФФИ №14-01-00470.

Универсальные сферически симметричные решения нелинейной теории дислокаций для несжимаемой изотропной упругой среды

Головешкина Е. В., Зубов Л. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Система уравнений, описывающая статическое напряжённое состояние нелинейно упругого несжимаемого тела с непрерывно распределёнными дислокациями, состоит из уравнений равновесия для тензора напряжений Пиолы \mathbf{D} , уравнений несовместности относительно тензора дисторсии \mathbf{C} , условия несжимаемости и определяющих соотношений:

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{rot}\mathbf{C} = \alpha, \quad \det\mathbf{C} = 1, \quad \mathbf{D} = dW/d\mathbf{C} - p\mathbf{C}^{-T}. \quad (1)$$

Здесь W — удельная энергия, p — давление в несжимаемом теле, не выражаемое через деформацию. Пусть r, ϕ, θ — сферические координаты, а $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\phi, \mathbf{e}_\theta$ — единичные векторы, касательные к координатным линиям. Сферически симметричное распределение дислокаций характеризуется следующим тензорным полем плотности дислокаций α :

$$\alpha = \alpha_1(r)\mathbf{g} + \alpha_2(r)\mathbf{d} + \alpha_3(r)\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r, \quad \mathbf{g} = \mathbf{e}_\phi \otimes \mathbf{e}_\phi + \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\theta, \quad \mathbf{d} = \mathbf{e}_\phi \otimes \mathbf{e}_\theta - \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\phi. \quad (2)$$

Как показано ранее (ДАН. 2014. Т. 458, № 2. С. 161–164) подстановка

$$\mathbf{C} = C_1(r)\mathbf{g} + C_2(r)\mathbf{d} + C_3(r)\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r$$

в случае изотропного нелинейно упругого материала общего вида приводит с учётом (2) систему уравнений с частными производными (1) к системе нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. В докладе строятся точные решения этой системы, относящиеся к несжимаемому материалу. Одно из них соответствует такому распределению дислокаций: $\alpha_1 = \gamma_0 r^{-1}$, $\alpha_2 = \beta_0 r^{-1}$, $\alpha_3 = 2\gamma_0 r^{-1}$, где β_0, γ_0 — постоянные. Решением уравнений несовместности в этом случае является тензор дисторсии с постоянными компонентами: $C_1 = \alpha_0$, $C_2 = \gamma_0$, $C_3 = \beta_0$. Постоянная α_0 выражается в явном виде через β_0 и γ_0 при помощи условия несжимаемости. Давление $p(r)$ определяется как решение линейного дифференциального уравнения первого порядка. Полученное точное решение универсально в классе изотропных несжимаемых тел и позволяет найти напряжённое состояние сплошного шара с дислокациями, нагруженного по поверхности гидростатическим давлением, а также неограниченного тела, ослабленного сферической полостью. Другое универсальное решение описывает влияние распределённых винтовых дислокаций радиального направления на напряжённое состояние полого шара. Распределение дислокаций здесь характеризуется функциями $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = 2ar^{-2}$, $a = \text{const}$. Решение уравнений несовместности имеет вид $C_1 = r^{-1}h(r)$, $C_2 = ar^{-1}$, $C_3 = h'(r)$, а функция $h(r)$ определяется как точное решение уравнения несжимаемости. На основе полученных решений выполнен численный анализ влияния дислокаций на сферически симметричные деформации нелинейно упругой среды.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 15-01-01492).

Локализация волновой энергии и тепловые поля при резонансном рассеянии упругих волн на планарных отслоениях

Голуб М. В.¹, Молл Й.²

¹*Институт математики, механики и информатики КубГУ, Краснодар*

²*Франкфуртский университет им. И. В. Гёте*

Многие современные композиционные материалы, применяемые в высокотехнологичных отраслях промышленности, представляют собой слоистые структуры. Помимо улучшения свойств элементов конструкций за счёт слоистости, это влечёт за собой дополнительные риски появления внутренних дефектов, вероятность возникновения которых возрастает в местах соединения разнородных материалов. Задача разработки новых эффективных математических моделей динамического поведения композитов с неоднородностями, позволяющих проводить быструю и надёжную обработку результатов ультразвуковой инспекции с целью обнаружения и оценки характера повреждений, по-прежнему является актуальной. Такие модели необходимы для идентификации отслоений и зон неидеального контакта средствами ультразвукового неразрушающего контроля. В первую очередь такая проблема актуальна для интерфейсных и нераскрытых дефектов, обнаружение которых ультразвуковыми методами осложнено из-за дополнительного рассеяния падающего поля интерфейсом.

В отдельную категорию можно выделить волновые задачи, связанные с изучением резонансных и блокирующих эффектов, возникающих при взаимодействии упругих волн с неоднородностями различной природы. Значительный интерес к таким задачам обусловлен возможностью использования данных явлений для точной идентификации геометрических характеристик отдельных классов дефектов в задачах волнового мониторинга и неразрушающего контроля. К настоящему моменту были определены точки спектра для раскрытых трещин различных форм, расположенных в однородном пространстве. Для волноводов, где распространяются бегущие волны, вопросы определения спектральных точек были решены лишь для полосовых трещин в слое и полупространстве.

В настоящей работе изучаются резонансные явления, сопровождающие рассеяние упругих волн на планарных отслоениях различных форм. Для численного определения резонансных частот используется метод граничных интегральных уравнений (МГИУ) и интегральный подход. Рассматриваются резонансные и нерезонансные режимы колебаний волновода с отслоением, в случае резонанса демонстрируется локализация волновой энергии в области дефекта. Экспериментально исследуются тепловые поля при рассеянии длительных нестационарных сигналов планарным полосовым отслоением. Установлен факт повышения температуры в области отслоения при колебаниях на резонансных частотах, предсказанных с помощью МГИУ.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Администрации Краснодарского края (проект № 16-41-230352).

Моделирование напряженного состояния однородных и неоднородных биологических тканей при нагружении

Горячева И. Г.¹, Тюрин И. В.²

¹*Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлinskого РАН, Москва*

²*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова*

В последние годы все более широкое распространение получает малоинвазивная хирургия, которая минимизирует травмирование тканей в ходе операций и ускоряет послеоперационное восстановление. Весьма важным классом лапароскопических инструментов являются зажимы, предназначенные для работы с трубчатыми тканями (сосудами, кишечником и т. д.). Для того, чтобы целенаправленно выбрать форму рабочей поверхности инструмента, обеспечивающую требуемый уровень деформаций и напряжений в биологической ткани, необходимо исследовать напряженное состояние, возникающее в материале в условиях контактного взаимодействия.

С этой целью рассмотрена задача в плоской постановке о контактном взаимодействии зажима с заданной формой рельефа поверхности и биологической ткани, для описания механических свойств которой использованы модели линейно-упругих однородных изотропных и ортотропных сред, а также нелинейная модель гиперупругого тела (модель Муни — Ривлина). Рассмотрены случаи однородного и двухслойного материала. В качестве модели зажима рассматривался штамп с выступами заданной формы (выступы в форме полуцилиндров, а также имеющих форму штампов с плоским основанием и скругленными кромками и углов со скругленными вершинами). Построено численное решение контактной задачи о сжатия упругого слоя (однородного и двухслойного), моделирующего биологическую ткань, между рассматриваемыми штампами для случаев малых и конечных деформаций. Дан анализ контактных характеристик и напряженно-деформированного состояния для разных форм выступов на поверхности штампа и плотности их расположения. Проведено сравнение полученных численных результатов с некоторыми аналитическими оценками, полученными на основе упрощенных моделей контактного взаимодействия системы штампов с однородным упругим полупространством.

С целью анализа захватывающих функций зажима рассмотрена контактная задача о сжатии деформируемого слоя двумя зажимами, к которым приложены нормальные и тангенциальные усилия при заданном коэффициенте трения между поверхностями зажима и слоя (биологической ткани). На основании численного моделирования в условиях конечных деформаций изучена зависимость распределения касательных и нормальных напряжений в зонах контакта выступов с поверхностью слоя от приложенных нагрузок, формы выступов и плотности их расположения.

Полученные результаты могут быть использованы для выбора оптимальной формы выступов зажимного устройства, а также при оценке степени захвата и повреждаемости биологических тканей в условиях лапароскопических операций.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 16-58-52033.

Кинематические характеристики внутренних волн Баренцева моря

Григоренко К. С.¹, Хартиев С. М.², Соловьева А. А.²¹*Институт аридных зон ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону*²*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

На основе гидрологических данных Климатического Атласа Морей Арктики 2004 проведено осреднение и получен один профиль вертикального распределения плотности для данного месяца за всю историю наблюдений в данном одноградусном квадрате. По полученным осредненным по времени и пространству данным были построены карты среднемноголетнего пространственного распределения глубины залегания максимума частоты плавучести для февраля, мая, августа и ноября. Полученные пространственные распределения коррелируют со схемой циркуляции вод моря, расположением фронтов и типом разделяемых фронтами водных масс.

Для летнего типа стратификации плотности характерен устойчивый пикноклин, близкий к поверхности, зимой пикноклин опускается в глубинные горизонты, соответствует границе, разделяющей водные массы арктического и атлантического происхождения, и становится выражен достаточно слабо, для ряда точек наблюдается плавное увеличение плотности с глубиной.

Очевидно, что чем выше градиент плотности и максимум частоты Вайсяля — Брента, тем шире частотный диапазон существования внутренних волн. Поэтому в летний сезон частота колебаний внутренних волн будет наибольшей, в квадрате 76° с.ш. и 30° в.д. летом, где максимальная частота на дисперсионной кривой составила , что соответствует $12,3$ ц/ч ($0,02$ рад/с).

В осенне-зимний период, на дисперсионных кривых появляются аномалии, в окрестности, так называемых, критических частот, при которых некоторое собственное значение одного уединенного волновода совпадает с каким-либо значением другого. Например: диапазон волновых чисел k , соответствующий критическим частотам $\Sigma = 0,12$ равен: осенью $20 \leq k \leq 45$, зимой $10 \leq k \leq 25$ для номеров мод $n > 1$.

На 74 -м градусе северной широты инерционный период внутренних волн приближается к периоду полусуточного прилива, поэтому существование характерных внутренних волн с низкими частотами в Баренцевом море невозможно. Этот факт непосредственно отражается на вертикальной модальной структуре внутренних волн, даже при наименьших частотах, близких к инерциальным, максимумы горизонтальной и вертикальной составляющей скорости привязаны к горизонтам с максимальными градиентами плотности, то есть, если наблюдается слой скачка, даже если он расположен ближе ко дну, чем к поверхности, максимумы составляющих скорости внутренних волн также будут смещены ко дну. Если слой скачка плотности располагается в верхних горизонтах, максимумы вертикальной и горизонтальной мод внутренних волн наименьших возможных на широтах и глубинах Баренцева моря внутренних волн будут смещены к поверхности.

Моделирование пьезоактивных наноструктур на основе оксида цинка (ZnO) при помощи современных вычислительных средств

Груздев Р. Ю., Стегленко Д. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Целью настоящей работы является изучение современных математических моделей метода молекулярной динамики (МД), которые включают в себя эффект поляризации. Одним из наиболее перспективных пьезоактивных материалов является оксид цинка (ZnO). Этот полупроводник, обладающий широкой прямой запрещённой зоной 3.3 эВ, имеет хорошую прозрачность, высокую электронную подвижность, сильную люминесценцию при комнатной температуре. Поэтому наиболее частое применение в электронике — в лазерных диодах и светодиодах. В данной работе была исследована структура типа вюрцит, базисная ячейка построена на восьми атомах. Для проведения расчетов использовался пакет ACELAN, в котором на данный момент присутствует библиотека наноразмерных материалов, а в качестве решателя МД используется программный пакет LAMMPS. Выбор данного решателя основан на возможности его свободного использования и встраивания в качестве дополнительного модуля, а также возможность распараллеливания, высокая точность вычислений и активное развитие данного пакета разработчиками и пользователями. При выполнении данной работы было проведено описание существующих методов учета поляризации в моделях молекулярной динамики, построение модели стержня оксида цинка с кристаллической решеткой типа вюрцит, исследование ее пьезоэлектрических свойств, изучение адекватности и корректности полученной модели. Были рассмотрены следующие модели: Fluctuating charge method, adiabatic core-shell model, thermalized Drude Dipole model. Эти модели включены в программный комплекс LAMMPS вместе с потенциалами взаимодействия, отвечающими требованиям рассмотренных моделей. Суть симуляции заключается в проведении одного из классических экспериментов по идентификации пьезоэлектрических свойств — последовательная смена периодов нагрузки/релаксации с вычислением эффективной пьезоэлектрической константы. Для определения наличия размерного эффекта вычислительный эксперимент был проведен для трех стержней с последовательным увеличением размера их основания. В ходе вычислительного эксперимента использовалась мода 33; были рассмотрены различные размеры образцов и был сделан вывод о том, что при увеличении размера образца, значение инвариантной пьезоэлектрической константы стремится к ее значению для кристалла, т.е. обнаружен ожидаемый размерный эффект. Дальнейшая работа в данном направлении предусматривает развитие программного пакета ACELAN: расширение библиотеки материалов, использование современных алгоритмов и потенциалов взаимодействия, создание собственного решателя МД.

Работа выполнена в рамках выполнения конкурсной части государственного задания Минобрнауки России по проекту № 9.1001.2017/ПЧ.

Исследование вибрационных процессов для тел с пористоупругими покрытиями

Гусаков Д. В.¹, Углич П. С.²

¹*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

²*Южный математический институт — филиал ВЦ РАН, Владикавказ*

В современной инженерии широкое распространение получают различные виды покрытий с весьма широким спектром применения, от простых защитных свойств, до обеспечения схожих механических характеристик в зоне контакта двух тел как, например, напыление пористого покрытия на костный протез. Нанесение покрытия в этом случае позволяет минимизировать износ живых костных тканей в местах их контакта с протезом. Однако термин покрытие в более общем смысле представляет собой рассмотрение двухслойной структуры, толщины слоев которой отличаются на один или несколько порядков. Среди таких структур важное место занимают дорожные покрытия, водонасыщенные слои почвы, расположенные на скальном основании, а также многие другие геологические структуры. Оценка динамического поведения таких структур представляет большой интерес для геофизики и биомеханики.

Одним из возможных подходов к моделированию тел с покрытиями является рассмотрение механической системы «тело-покрытие» как единого тела с неоднородными по толщине характеристиками. Применение такого подхода позволяет свести решение двух связанных между собой задач к решению одной задачи с неоднородными характеристиками. Изучение динамического поведения такого неоднородного тела может быть проведено при помощи разработанных авторами методов.

В общем случае влияние неоднородности материальных характеристик на деформирование слоистой структуры может быть исследована только численно. Предложенная схема численного решения, представляющая собой получение решений в виде трансформант Фурье с их последующим обращением, требует применения одновременно точных и эффективных, с точки зрения временных ресурсов, методов на каждом из этапов решения. Обращение решений полученных в трансформантах Фурье возможно как прямым численным интегрированием, так и при помощи теории вычетов. Второй способ позволяет значительно сократить временные затраты, необходимые для расчета конечного вида полей перемещений, при учете сохранения необходимой точности.

В работе рассмотрена задача о колебаниях слоя с покрытием. Исследованы различные сочетания материальных характеристик слоя и покрытия, включая системы «пористый слой — упругое покрытие» и, наоборот, «упругий слой — пористое покрытие». Моделирование пористоупругой среды проведено в рамках теории Био. Анализ полученных результатов позволил выявить влияние толщины и механических свойств покрытия на динамическое поведение рассматриваемой системы.

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН «Фундаментальные проблемы математического моделирования» (№ 114072870112).

О возможности управления разгрузкой при ортезировании нижних конечностей через изменение боковой компрессии ортеза

Дашевский И. Н.

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлунского РАН, Москва

Поскольку скорость регенерации костной ткани зависит от уровня и программы нагружения пораженного сегмента, важно выяснить, возможно ли управление и программирование нагрузки на проблемный участок путем изменения окружной подтяжки ортеза. Для положительного ответа необходимо, чтобы на границе нога-ортез реализовался режим проскальзывания — тогда при изменении обжатия нога сможет скользить вверх-вниз, ее контакт с опорой и давление на нее будут изменяться. Так как ситуация существенно зависит от коэффициента трения f между ногой и ортезом, для нескольких материалов чулок (они всегда используются под ортезы по гигиеническим соображениям) проведены измерения f для пар нога-чулок и чулок-ортез. Они дали: для стандартных хлопчатобумажных чулок — соответственно 0,48 и 0,57; для специально подобранной «скользкой» синтетики — 0,42 и 0,16; для гигиеничного и довольно скользкого шелка — 0,69 и 0,20. Разработан ряд биомеханических моделей системы голень-ортез. Получены грубые аналитические и более точные численные оценки (соответственно 0,13 и 0,20) для f_c — пограничного коэффициента трения, соответствующего началу глобального проскальзывания голень-ортез. Оказалось, что малый угол конусности голени вкупе с большой податливостью ее мягких тканей в сравнении с костью и ортезом приводит к тому, что картина деформирования голени при подтяжке — это скорее не выталкивание вверх, а «расплющивание». При этом даже в режиме полного скольжения и при максимальной физиологически терпимой окружной подтяжке (около 4 см) вертикальные перемещения ноги не превышают 1,2 мм. Такое выталкивание полностью съедается за счет т. н. «поршневого эффекта» (растяжение кожи под нагрузкой, а также ее сдвиг-проскальзывание по тонкому и мягкому слою подкожной жировой клетчатки), характерные величины которого составляют несколько мм, что сводит на нет влияние подтяжки на разгрузку. Систематические экспериментальные измерения коэффициента разгрузки (КР) для всех видов чулок и нескольких типов ортезов подтвердили этот вывод, также не выявив достоверной регулярной зависимости КР от боковой подтяжки. Таким образом, столь заманчивое лобовое управление разгрузкой ноги в ортезе за счет простого изменения окружной подтяжки, по-видимому, неосуществимо. Не исключено однако, что подобную возможность можно реализовать на основе более сложных схем со специально создаваемыми регулируемым зазорами и вкладками-амортизаторами, которые позволят как дозировать, так и, входя совместно с тензодатчиками в блок чувствительного элемента, контролировать нагрузку на конечность.

Работа выполнена при участии Никитина С. Е., Перельмутера М. Н. и Шушпанникова П. С. и при частичной поддержке гранта РФФИ № 14-08-01266.

Интерактивное сопровождение лекций как одна из современных компьютерных технологий преподавания естественнонаучных дисциплин

Демяненко Я. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Интерактивная лекция — это особое состояние погружения в лекционный процесс, а хороший контакт с аудиторией — это главнейшая задача лектора. Когда можно почувствовать каждого своего слушателя без исключения, лишь тогда можно сказать, что интерактивная лекция удалась.

Существует множество форм интерактивных лекций, но их всех объединяет следующее. Лекция интерактивна. Участникам предлагается, а иногда даже требуется разговаривать друг с другом и с лектором. Это всё же лекция. Она предполагает презентацию со стороны преподавателя. Она активна. В отличие от традиционной лекции, интерактивная лекция требует от участников активного участия, постоянной обработки информации. Она предполагает обратную связь от аудитории. Она эффективна. Информация, полученная пассивно, быстро забывается. Информация, поступающая через интерактивную лекцию, активно обрабатывается и может быть легко извлечена из памяти по истечении долгого времени.

Для организации интерактивного сопровождения лекций можно использовать Slidecast — сервис для создания презентаций онлайн. Самое интересное в Slidecast — слайды с голосованием, открытым вопросом, рейтингом и шкалой оценок. С их помощью слушатели могут делиться мнением, а преподаватель — получить обратную связь. Со смартфона можно управлять слайдами, запускать видео и смотреть заголовки следующих слайдов.

Создать интерактивную презентацию легко. Не надо устанавливать никакие программы, просто нужно зарегистрироваться и начать работу. Можно создать онлайн, а можно загрузить готовую, добавив интерактивные слайды. Можно предложить студентам взять в руки смартфоны и присоединиться к презентации с помощью специальной ссылки. Каждый сможет увидеть показываемые слайды с дальних рядов. Проводить опросы и наблюдать за ними можно в реальном времени. Каждый участник мероприятия может принять участие в голосовании, развернуто выразить мнение, поставить оценку. Для этого нужно добавить слайды с опросами. Система хранит результаты всех опросов, а данные доступны в личном кабинете. Можно сравнивать результаты по разным датам показа презентации. Презентации запускаются в браузере. Можно делиться презентациями в интернете, отправляя публичные ссылки. Пользователи перешедшие по ссылке могут не только смотреть все слайды, но и дистанционно участвовать в опросах.

SlideDog — ещё один популярный сервис для создания презентаций онлайн, который выделяется на общем фоне поддержкой широкого спектра форматов. Главное преимущество сервиса — это возможность интерактивного взаимодействия с пользователями в ходе показа презентации. Функция онлайн-обмена позволяет подключать к общению около 100 слушателей одновременно. Аудитория также может комментировать процесс и оставлять свои отзывы.

Решение уравнений эллиптического типа для переноса массы

Долгих Т. Ф.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Рассмотрена задача о переносе массы в двухкомпонентной смеси под действием электрического поля (задача зонального электрофореза). Зональный электрофорез — это метод разделения смеси на индивидуальные компоненты, который широко используется в медицине и биологии. В работе представлена модель переноса вещества без учёта диффузии. Это связано с тем, что на начальной стадии зонального электрофореза диффузионные эффекты менее значимы, чем электромиграционные.

Система квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка, описывающая процесс разделения смеси на отдельные компоненты, обычно имеет гиперболический тип. Для таких уравнений задаются начальные данные, которые определяют распределение веществ в начальный момент времени. В случаях, когда концентрация компонент смеси велика и проводимость всей смеси в целом может уменьшаться при увеличении концентраций, тип уравнений изменяется на эллиптический. Как правило, для эллиптических уравнений не принято говорить о начальных данных, но по смыслу это задание концентраций в начальный момент времени. Поэтому в работе сохранено название задачи Коши и для уравнений эллиптического типа с начальными данными.

Известно, что сплошные среды, которые описываются эллиптическими уравнениями, ведут себя подобно неустойчивым квазигазовым средам типа газа Чаплыгина. Для исследования таких сред часто используются периодические начальные данные, позволяющие проследить образование пространственно-временных структур. Такие же начальные данные для уравнений зонального электрофореза использованы в предлагаемой работе.

Для решения в неявном виде системы квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка с периодическими начальными данными использован метод годографа, основанный на законах сохранения. Для этого задача Коши была сведена к комплексной форме, так как эллиптичность уравнений соответствует комплексно сопряжённым инвариантам Римана. Для восстановления явного решения на изохронах предложен аналитико-численный метод, позволяющий через инварианты Римана вычислить концентрации компонент смеси. Описанный способ решения был применен для задач с различными вариантами начальных периодических данных. Расчёты показали, что в двухкомпонентной смеси в случае малых периодических возмущений начальных концентраций возможно спонтанное возникновение пространственно-временных структур. Вместо обычного переноса и разделения смеси на отдельные компоненты происходит перестройка пространственно-периодических решений в солитоноподобные и кинкоподобные структуры с неограниченным ростом амплитуд с течением времени.

Работа выполнена в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности, Задание № 1.1398.2014/К.

Анализ свойств костной ткани челюсти по данным КТ

Доль А. В.

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

В ходе работы была проведена обработка компьютерных томограмм челюстей 30 пациентов. На основе КТ была сформирована база данных механических свойств губчатой и кортикальной костей верхней и нижней челюсти. В базу внесены значения шкалы Хаунсфилда (Hounsfield), определяющие соответствующий биологической ткани оттенок серого цвета. По этим данным определяются плотность и модуль упругости участка челюсти. Для определения плотности ткани применяется следующий описанный в литературе алгоритм. Шкала Хаунсфилда содержит 4095 значений, включающих: воздух со значением $HU = -1024$; воду с $HU = 0$ и самую плотную костную ткань с $HU = 3071$. Плотность воздуха принимается равной $0,00129 \text{ г/см}^3$, плотность воды $1,0 \text{ г/см}^3$. Тогда получаем, что единица HU соответствует плотности $0,975 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$ и имеет, соответственно, ту же размерность г/см^3 . Совместим далее начало шкалы с отметкой $HU = -1024$ и получим абсолютные приращения чисел DHU для всех структур костных тканей. Таким образом, для определения плотности имеем формулу: $\rho = v + 0,000975 DHU$. Здесь $v = 0,00129 \text{ г/см}^3$ — плотность воздуха, а абсолютное приращение DHU чисел HU имеет также размерность г/см^3 . Модуль Юнга исследуемой ткани может быть в дальнейшем определен по эмпирической формуле: $E = k \rho^3$, где $k = 2195 \text{ см}^8/\text{г}^2\text{с}^2$ — эмпирически подобранный коэффициент.

В базе соответствующими цветовыми маркерами выделены записи, соответствующие характеристикам как здоровых участков, так и участков с отсутствующими зубами. При этом, учитывая тот факт, что исследование плотности тканей по оттенкам серого проводилось на одних и тех же участках челюстей (верхней и нижней), такое разделение позволяет проводить сравнительный анализ свойств костной ткани при наличии и отсутствии зубов. В ходе сравнительного анализа характеристик тканей верхней челюсти было получено, что для участков с отсутствующими зубами характерно снижение плотности костной ткани по сравнению с участками, где зубы не удалены. При этом разница в плотности более существенна для области резцов, в то время как в зоне моляров плотность кости при отсутствии зуба снижается не значительно. Для нижней челюсти средняя плотность костной ткани в зоне моляров в случае отсутствующих зубов оказалась даже выше, чем в случае исследования здоровых участков. Похожая картина наблюдается и в зонах премоляров и резцов. При этом увеличение плотности характерно как для кортикальной, так и для губчатой кости. Таким образом, полученная база данных механических свойств губчатой и кортикальной костей верхней и нижней челюсти позволяет определить зависимости механических характеристик костной ткани от количества зубов на том или ином участке. Для повышения точности результатов необходимо наполнение базы большим количеством экспериментальных данных.

Значение моделирования в системах поддержки принятия решений

Донник А. М.

*Саратовский национальный исследовательский государственный
университет им. Н. Г. Чернышевского*

В настоящее время в связи с высоким уровнем травматизма становятся более востребованными системы поддержки принятия решений при хирургическом реконструктивном лечении. Системы поддержки принятия решений - это компьютерные системы, которые путем сбора и анализа большого количества информации могут влиять на процесс принятия решений в различных областях деятельности человека¹. Возможность использования таких систем позволяет провести планирование предполагаемых вариантов хирургического лечения, провести оценку результата, принять наиболее оптимальное решение и уменьшить риски осложнений в послеоперационный период.

Среди систем поддержки принятия решений можно выделить системы предоперационного планирования. Наиболее распространенными являются системы, ориентированные на дентальную хирургию. Это системы, позволяющие проводить планирование операций имплантации для восстановления прикуса. Также среди систем предоперационного планирования выделяют и системы, которые могут работать с ортопедией.

Известные на данный момент системы предоперационного планирования, ориентированные на ортопедию, позволяют проводить геометрическое планирование хирургического лечения. Однако, даже для такого вида работы систем необходимо наличие базы имплантатов. При отсутствии даже минимальной базы имплантатов можно лишь проводить минимальные геометрические измерения, такие как измерение угла между двумя отрезками, измерение угла между двумя лучами, измерить расстояние между двумя точками, работать с моделью как с изображением, то есть проводить выделение цветом, надрезы, повороты. С помощью последних можно провести простое планирование по восстановлению положения смещенного в результате травмы сегмента. Но для более сложных случаев, когда необходимо проводить хирургическое реконструктивное лечение с использованием дополнительных конструкций (имплантаты, элементы фиксации, кейджи) такие системы становятся непригодными. База данных должна содержать наиболее известные конструкции, применяемые в том регионе, в котором проводится планирование вариантов хирургического реконструктивного лечения. Поэтому для полного применения систем поддержки принятия решений необходимо хранить базу данных, содержащую необходимые модели элементов фиксации, имплантатов.

¹Литвин А. А. Системы поддержки принятия решений в хирургии [Текст] / А. А. Литвин, В. А. Литвин // *Новости хирургии.* — 2014 — Т. 22. — № 1. — С. 96–100

Исследование решения граничных интегральных уравнений в задачах дифракции на планарных дефектах

Дорошенко О. В.

Институт математики, механики и информатики КубГУ, Краснодар

Особенности рассеяния упругих волн на дефектах в твёрдых телах изучаются уже достаточно давно и нашли применение в различных областях механики и геофизики. Дифракция упругих волн на планарных трещинах в настоящей работе изучается при помощи метода граничных интегральных уравнений (МГИУ), который предоставляет возможности для аналитического и асимптотического исследования решений. С помощью МГИУ может быть построено решение для двумерных и трёхмерным трещин в изотропных и анизотропных средах. Интерфейсные трещины являются одними из часто возникающих дефектов и могут представлять собой часть отслоившегося интерфейса. При ультразвуковом неразрушающем контроле в ряде задач при использовании высоких частот достаточно рассмотреть отслоения между двумя полупространствами. При этом рассеяние упругих волн на зонах с частичным отслоением может приводить к волновой картине, существенно отличной от случая дифракции на открытой трещине. Применяются различные способы моделирования интерфейсного планарного повреждения: как помощью граничных условий пружинного типа, так и набором трещин одинаковых форм и размера, которые предполагаются распределёнными стохастически либо периодически.

В настоящей работе используется интегральный подход, где ищется Фурье-образ скачка перемещений, а в ядрах интегральных уравнений изменяются Фурье-образы матрицы Грина в зависимости от постановки задачи. Для одиночных трещин простых форм применяется спектральный метод, а неизвестный скачок перемещений раскладывается в ряд по полиномам, учитывающих форму дефекта. В частности, для прямоугольных дефектов используются полиномы Чебышева второго рода, для круговых — присоединённые полиномы Лежандра. В случае трещины произвольной формы применяется вариационно-разностный метод, который использует разложение решения по осесимметричным базисным функциям. Интегральное уравнение проектируется на то же множество функций, с его последующей дискретизацией. Для случая, когда длина волны существенно меньше характерного размера трещины строится асимптотика Фурье-образа матрицы Грина. Учёт достаточного числа членов в асимптотических разложениях позволяет построить частотную зависимость решения и провести последующий параметрический анализ. В случае равномерного распределения решение сводится к решению на одиночной трещине; для периодически распределённых дефектов интегральное уравнение сводится к алгебраическому, выраженному через скачок перемещений на трещине, расположенной в некоторой базовой ячейке решётки. Кроме того, проводится сравнительный анализ решений для одиночных и периодических решений.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-51-53043).

Моделирование поврежденных интерфейсов при различных вариантах распределения трещин

Дорошенко О. В., Голуб М. В.

Институт математики, механики и информатики КубГУ, Краснодар

Слоистым современным материалам уделяется много внимания в научных работах, посвящённых неразрушающему контролю. В числе актуальных проблем находится задача моделирования интерфейсов с множественными микродефектами. Одна из сложностей определения таких повреждений, расположенных на интерфейсах, заключается в том, что при ультразвуковом сканировании рассеянное поле содержит как поле, рассеянное на дефектах, так и на границе раздела сред. Для описания повреждённых областей исследователями используется введение распределений микротрещин, а также граничные условия пружинного типа. В настоящей работе для моделирования периодических наборов трещин используется метод граничных интегральных уравнений с применением интегрального подхода. В качестве граничных условий могут быть использованы как классические условия отсутствия нормальных и касательных напряжений на берегах трещин, так и более общие граничные условия пружинного типа, позволяющие моделировать отслоения. При моделировании повреждённых интерфейсов важной оказывается информация о множестве микродефектов. Одна из гипотез предполагает стохастическое распределение отслоений одинаковой формы и размера с равномерным распределением в некоторой области интерфейса. В данном случае с использованием техники усреднения по ансамблю и теоремы Бетти — Рэлея решение сводится к решению на одиночной трещине. Другая гипотеза предполагает периодическое распределение отслоений также одинаковой формы и размера. Рассматривается косоугольная решётка, которая учитывает различные случаи распределения дефектов, включая от прямоугольного до гексагонального. В данном случае используется теория Флоке — Блоха и решение выражается через решение в некоторой базовой ячейке.

Поиск решения при стохастическом и периодическом распределении повреждений на интерфейсе производится путём разложения скачка перемещений по базовым функциям и применении метода Бубнова — Галеркина. При этом используются либо специальные функции, учитывающие поведение у краев дефектов, либо осесимметричные дельтаобразные базисные функции (вариационно-разностный метод). В работе проводится сравнение решений, полученных двумя указанными методами, производится верификация моделей. Сравнение решений при различных вариантах периодического распределения и при случайном распределении даёт сходные результаты. Вычисляются диаграммы рассеяния, энергетические коэффициенты прохождения и резонансные частоты при различных вариантах повреждений интерфейсов и исследуется изменение дифракционных и спектральных свойств в зависимости от типа распределения отслоений.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-51-53043).

Об определении уровня неоднородного преднапряженного состояния в электроупругом диске

Дударев В. В., Мнухин Р. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Сегодня в большинстве высокоточных приборов диагностики различных биологических тканей широко применяются электроупругие материалы, обладающие прямым и обратным пьезоэффектом. Стоит отметить, что обычно в качестве таких материалов используется пьезокерамика, процесс производства которой является сложной многостадийной технологической процедурой. Известно, что готовые элементы из пьезокерамики обычно находятся в неоднородном предварительно напряженном состоянии (ПНС). Учет предварительных напряжений позволяет более точно оценивать значения основных акустических характеристик объекта, а также выявлять зоны деструкции.

В работе в качестве конкретного примера рассмотрена задача об установившихся радиальных колебаниях тонкого полого цилиндрического диска. Основания диска электродированы. Колебания вызываются путем подачи разности потенциалов с частотой ω . Материал диска — пьезокерамика PZT-4 с гексагональной симметрией. На основе общей постановки задачи о движении электроупругого тела с учетом предварительного напряженно-деформированного состояния (ПНДС)¹ сформулированы уравнения колебаний и граничные условия. С учетом характера колебаний и геометрии образца задача для упругого поля сведена рассмотрению неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами относительно функции радиального смещения. Решение этой задачи получено численно с помощью метода пристрелки. В качестве модельного примера выбрано ПНДС, вызываемое действием скрытого внутреннего давления. Проведен анализ влияния уровня ПНДС на амплитудно-частотные характеристики диска и значения его первых резонансных частот.

По аналогии с подходами, изложенными ранее², сформулирована и решена обратная задача об определении уровня преднапряжений по данным об изменении значений резонансных частот диска. На основе анализа задачи о свободных колебаниях диска с учетом и без учета преднапряжений получена необходимая формула для решения обратной задачи. Проведена серия вычислительных экспериментов по апробации этой формулы для различных параметров задачи. Даны рекомендации о возможности применения разработанного метода диагностики уровня ПНДС в электроупругом диске на практике.

Авторы благодарят профессора А. О. Ватульяна за внимание к работе.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-01-00354 А), гранта Президента Российской Федерации (проект МК-3179.2017.1) и Южного математического института (г. Владикавказ).

¹Kuang Z. B. Theory of Electroelasticity. NY.: Springer, 2014. 431 p.

²Dudarev V.V., Mnukhin R.M., Vatulyan A.O. Vibration of a prestressed tube in the presence of plastic zone // Journal of Sound and Vibration. 2016. V. 375. P. 92–101.

Подбор средств тренировки на основе использования биомеханической концепции «искусственная управляющая среда»

Дышко Б. А.

ООО «Спорт Технолоджи», Москва

Концепция «Искусственная управляющая среда (ИУС)», разработанная русским ученым И.П.Ратовым, говорит, что совершенствование специальной физической подготовленности спортсменов должно происходить при таких условиях выполнения упражнения, которые выводят «... внутренние и внешние механизмы управления движения на не достигаемые в обычных условиях режимы функционирования организма...».

Отсюда требованиями к современным средствам специальной физической подготовки (СФП), используемых в циклических видах спорта, в том числе и в плавании, являются:

1. Соответствие кинематической и динамической структур упражнения выполняемого в ИУС, соревновательному упражнению.
2. Сопряженное развитие СФП и энергообеспечивающих систем организма спортсмена при использовании ИУС.
3. Адаптивные отклики организма спортсмена в условиях использования ИУС должны превосходить отклики, полученные в обычных условиях.

Вышеперечисленным тезисам соответствуют тренажеры комплексного воздействия (Тренажер) на дыхательные мышцы в движении и в спортивном и оздоровительном плавании, разработанные и выпускаемые в России.

Выявлено, что ИУС является конструкция Тренажера, вызывающей перераспределение легочной вентиляции и соотношения углекислого газа и кислорода дыхания с Тренажером при выполнении предельной (интенсивность выше уровня анаэробного порога) и неопредельной (до и на уровне анаэробного порога) мышечной деятельности. Доказано, что применение Тренажера оказывает воздействие, способствующее максимальному (по сравнению с работой без Тренажера) усвоению кислорода и увеличению выносливости.

Об устойчивости составного упругого бруса с неоднородным полем предварительных напряжений

Еремеев В. В.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

В большинстве исследований по трехмерной теории упругой устойчивости рассматриваются либо однородные тела, либо учитывается неоднородность, обусловленная различием свойств материала в разных точках среды. Вместе с тем неоднородность деформируемых тел может обуславливаться также неоднородностью распределения начальных (остаточных) напряжений или наличием в теле предварительно напряженных включений. Подобные включения могут образовываться в результате различных искусственных или естественных процессов в отдельных частях тела, примерами которых могут служить фазовые превращения, процессы роста, химические реакции, пластические деформации и др. Особенностью нелинейно упругих тел с предварительно напряженными включениями является то, что они не имеют единой для всего тела естественной (ненапряженной) отсчетной конфигурации. В ряде случаев единую отсчетную конфигурацию можно выбрать такой, чтобы она была предварительно напряженной для одних частей тела и ненапряженной для остальных.

В исследовании проведен анализ устойчивости двухслойного составного бруса из несжимаемого неогуковского материала. Рассматриваемый брус симметричен по толщине. Каждый слой составной полосы является выпрямленным сектором кольца с начальным углом раствора $k\phi_0$. После распрямления секторы жестко склеиваются и получившаяся составная плита деформируется, как единое целое. Таким образом, в составном бруске создается поле неоднородных предварительных деформаций. В работе изложены основы метода наложения малых деформаций на конечные, который лежит в основе анализа устойчивости равновесия. При консервативных внешних нагрузках статическую устойчивость произвольного заданного состояния нелинейно упругого тела можно исследовать на основе метода линеаризации, который также называется статическим методом Эйлера. Сформулирована линеаризованная задача для двухслойной полосы с различными полями неоднородных предварительных напряжений в каждом слое, которая использует линеаризованные уравнения состояния неогуковского материала, линеаризованные уравнения равновесия и граничные условия, дополненные соответствующими линеаризованным условием несжимаемости. Проведен анализ зависимости критических нагрузок от параметров начального угла раствора $k\phi_0$. Исследован случай, когда углы начальных растворов для каждого слоя неравны между собой. Результаты исследования показывают, что поля начальных напряжений меняют не только значения критических нагрузок, но и характер потери устойчивости.

Проблемы современного математического образования и его возможные пути развития

Ерусалимский Я. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Основных проблем математического образования две и обе они носят всемирный характер:

1. Падение интереса к получению математического образования;
2. Падение уровня математических знаний у выпускников средних школ.

Первая проблема возникла в США и Европейских странах в 70-х годах XX века. До сегодняшнего дня она разрешается с помощью приема абитуриентов из Китая, Индии, России. Сегодня недостаток абитуриентов, желающих получить математическое образование, наблюдается в России, Китае и Индии. В двух последних он не так заметен в силу многочисленности народонаселения.

В чем причина резкого падения интереса к математическому образованию? Основная причина — в трудоемкости получения такого образования, вторая — расширение спектра компьютерных специальностей, тесно связанных с математикой. Потребность в специалистах в области компьютерных наук беспрецедентна, а уровень оплаты труда в этой отрасли несопоставим с оплатой труда математика.

Вторая проблема — падение уровня математических знаний школьников в нашей стране порождена первой, а также введением ЕГЭ, которое деформировало характер математического образования, заменив обучение мыслить на обучение быстро решать примеры и задачи, к которым математика не сводится.

Спрос на специалистов-математиков не только не упал, но и возрос. Удельный вес математиков-преподавателей возрастает за счет большого объема математики в подготовке специалистов по компьютерным наукам, растет спрос на математиков-аналитиков в сфере бизнеса.

Нарушение мирового воспроизводства математиков, которое захватило уже и прикладную математику (в том числе механику) грозит возникновением новой проблемы — недостатком преподавателей математики. Развитые страны решат ее за счет импорта из развивающихся стран, а за счет каких ресурсов будет решаться эта проблема в России не ясно.

Современные проблемы математического образования требуют серьезной работы по реформированию его содержания, развития наиболее востребованных профилей бакалавриата и перечня магистерских программ. Необходимо уделить серьезное внимание разработке курсов и магистерских программ в области дискретной математики, исследования операций, теории распознавания образов, эффективных алгоритмов, финансовой математики, теории стохастических процессов и др. Такой поворот встретит серьезное сопротивление со стороны сторонников традиционного пути, когда основное внимание уделялось континуальной математике, в том числе, теории функций, уравнениям математической физики и численным методам, обслуживающим континуальную математику.

Математическая модель распространения инвазионного заболевания

Загребнева А. Д., Говорухин В. Н.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Представлена математическая модель распространения инвазионного заболевания. Это группа заболеваний, вызываемых паразитами, и характеризующихся сложными механизмами развития и распространения. Часто переносчиками таких болезней являются комары, например, при малярии, лихорадке Западного Нила, дирофиляриозе. В последние годы наблюдается всплеск заболеваний дирофиляриозом на Юге России, что побудило использовать математические методы для изучения сценариев распространения заболевания и борьбы с ним. Заражение дирофиляриозом происходит через укусы кровососущих комаров, заражённых инвазионными личинками дирофилярий. Источником заражения комаров обычно являются инвазированные собаки, кошки, дикие животные.

В качестве переменных модели были выбраны: общая численность носителя заболевания N_T , разделяющаяся на численности здоровых N_H и инфицированных N_I особей, $N_T = N_H + N_I$; общая численность переносчиков заболевания M_T , разделяющаяся на численности здоровых M_H и инфицированных M_I особей. Предполагается случайное (диффузионное) перемещение особей. Распространение болезни описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{N}_T = a - c N_H - d N_I + \delta_N \Delta N_T \\ \dot{N}_H = a - c N_H - \alpha N_H M_I + \gamma N_I + \delta_N \Delta N_H \\ \dot{N}_I = \alpha N_H M_I - d N_I - \gamma N_I + \delta_N \Delta N_I \\ \dot{M}_T = b - f M_T + \delta_M \Delta M_T \\ \dot{M}_I = \beta (M_T - M_I) N_I - f M_I + \delta_M \Delta M_T \end{cases} \quad (1)$$

В (1) a и b — коэффициенты рождаемости носителей и переносчиков заболевания; c , d и f — коэффициенты смертности; α и β — вероятности инфицирования носителей и переносчиков заболевания; γ — вероятность излечения носителя заболевания; δ_N и δ_M — коэффициенты диффузии. Система (1) рассматривается на плоскости при периодических граничных условиях.

Найдены равновесия и проведен линейный анализ их устойчивости простейшей точечной модели (система (1) при $\delta_N = \delta_M = 0$). Равновесий два, причем одно соответствует выздоровлению обеих популяций, а другое — постоянному уровню заболеваемости. Получены условия их устойчивости и неустойчивости. Показано, что профилактические меры, такие как истребление переносчиков заболевания, лечение инвазированных особей, предотвращение контакта с переносчиком заболевания, приводят к потере устойчивости равновесия с болезнью.

Проведено численное исследование (1) при $\delta_N \neq 0, \delta_M \neq 0$. Изучены различные сценарии истребления переносчиков заболевания. Показано, что лучше всего разбрызгивать пестициды с небольшим радиусом распыления в местах размножения переносчиков заболевания, ближайших от мест проживания носителей заболевания.

Чисто моментные напряженные состояния нелинейно упругих микрополярных тел

Зеленина А. А.¹, Зубов Л. М.²

¹*Ростовский государственный университет путей сообщения*

²*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

В докладе развита нелинейная теория квазитвердых состояний упругого микрополярного тела (континуума Коссера). Каждая частица микрополярной среды имеет шесть степеней свободы абсолютно твердого тела. Деформация континуума Коссера описывается двумя кинематически независимыми полями перемещений и поворотов. В нелинейной теории повороты считаются конечными и задаются посредством собственно ортогональных тензоров. Удельная энергия микрополярного упругого тела является функцией двух тензорных аргументов: несимметричного тензора метрических деформаций и тензора изгибных деформаций. Сопротивление микрополярного континуума при его деформировании определяется двумя типами напряжений: обычными, силовыми напряжениями и моментными напряжениями. Силовые напряжения совершают работу на метрических деформациях, а моментные — на изгибных деформациях. Под квазитвердыми состояниями равновесия микрополярного тела понимаются такие, в которых метрические деформации отсутствуют в каждой точке среды, а тензор изгибных деформаций не равен нулю тождественно. Здесь предполагается, что на тело действуют только распределенные массовые и поверхностные моментные нагрузки, а внешние силовые нагрузки отсутствуют. Ранее квазитвердые состояния были исследованы в рамках линейной микрополярной теории упругости¹. В квазитвердом состоянии каждый элементарный объем среды ведет себя как абсолютно твердое тело, а поле поворотов неоднородно. Квазитвердые состояния можно считать трехмерным аналогом изгиба поверхности, поскольку при изгибании, т. е. изометрической деформации, каждая элементарная площадка поверхности перемещается как абсолютно твердое тело. В трехмерных телах при обычных условиях изгибания (т. е. квазитвердые состояния) невозможны. Однако они становятся осуществимыми при наличии непрерывно распределенных дислокаций. В квазитвердом состоянии силовые напряжения тождественно равны нулю, поэтому его можно называть также чисто моментным напряженным состоянием тела. Сформулирована нелинейная краевая задача, решение которой определяет поле поворотов среды в квазитвердом состоянии и распределение дислокаций, обеспечивающее это состояние. Построен класс одномерных квазитвердых состояний, для которых указанная задача приводится к краевой задаче для обыкновенных дифференциальных уравнений. Найден ряд точных решений, описывающих квазитвердые состояния в нелинейно упругом изотропном микрополярном теле. Решены плоская и сферически симметричная нелинейные задачи о чисто моментном напряженном состоянии микрополярной среды.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 15-01-01492).

¹А. А. Зеленина, Л. М. Зубов // ДАН. 2017. Т. 472. № 2. С. 150–153

Моделирование термомеханодиффузионных процессов в многокомпонентных средах

Земсков А. В.¹, Давыдов С. А.¹, Тарлаковский Д. В.²

¹*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)*

²*НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва*

Рассматривается одномерная нестационарная задача термоупругости с учетом массопереноса для однородного многокомпонентного слоя. Физическая модель материала слоя — твердый многокомпонентный раствор примерами которого являются металлические сплавы. Механическая постановка задачи заключается в определении напряженно-деформированного состояния среды с учетом влияния нестационарных термодиффузионных полей, а также исследование тепло- и массопереноса под действием нестационарных механических нагрузок. Математическая постановка задачи представляет собой связанную систему уравнений термомеханодиффузии, записанную в прямоугольной декартовой системе координат. На границах слоя заданы перемещения, теплообмен и диффузионные потоки. В начальный момент времени среда находится в невозмущенном состоянии.

Решение ищется в интегральной форме, которая представляет собой свёртку по времени функций Грина с правыми частями граничных условий. Для нахождения функций Грина используется преобразование Лапласа по времени и разложение искомым функций в ряды Фурье. В результате, приходим к системе линейных алгебраических уравнений, решениями которой являются трансформанты Лапласа искомым функций. Они являются рациональными функциями параметра преобразования Лапласа. С помощью критерия Рауса — Гурвица, теорем о существовании неявной функции комплексного переменного и единственности аналитической функции, а также асимптотических методов устанавливается характер особых точек полученных изображений. Далее, их оригиналы находятся с помощью вычетов и таблиц операционного исчисления.

Предложенный алгоритм может быть использован при решении аналогичной задачи для полупространства. При этом, граничные условия дополняются условием ограниченности искомым функций по пространственной координате на бесконечности. Вместо рядов Фурье используются синус-, косинус преобразования.

Рассмотрены расчетные примеры для случаев, когда диффузионный поток на границе постоянен или затухает по экспоненциальному закону. Результаты расчётов представлены в явном виде в аналитической форме, а также виде графиков зависимостей искомым функций от времени. В качестве системы, визуализирующей полученные результаты, использовался пакет символьной математики Maple 2016.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 17-08-00663).

Конечноэлементное моделирование композиционных материалов тканой структуры

Зиборов Е. Н.¹, Напрасников В. В.², Дудник В. В.¹, Карабут В. В.¹, Самсонов И. К.¹

¹*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

²*Белорусский национальный технический университет, Минск*

В настоящее время широкое применение в промышленности получили композитные материалы (КМ) тканой структуры. Использование данного типа материала обусловлено тем, что материал имеет достаточно равномерное распределение структуры в плоскости армирования, имеет достаточную стойкость к повреждению, а также прост при производстве. Рассматриваемая структура помещена в матрицу из связующего материала, функция которого заключается в придании изделию необходимой формы и создании монолитного материала.

Данные типы материалов изготавливают путем плетения на ткацком станке перпендикулярных нитей пряжи: нитей, расположенных вдоль длины края (основных нитей) и вдоль ширины края (уточных). Каждая нить представляет собой однонаправленный пучок из армирующего волокна с некоторой долей связующего материала. Выделяют несколько типов плетения материала: ситцевое, сатиновое, саржевое, полотняное и трикотажное.

В соответствии с характеристиками плетения возможно выделить следующие параметры материала, которые необходимы для построения модели данного композита: объемные доли компонентов материала (диаметр и расстояние между волокнами), тип материалов волокна и матрицы, число нитей основы и утка на единицу длины, тип структуры плетения, а также форма сечения волокна (круглое, эллипсоидальное).

Данная работа посвящена трехмерному конечно элементному моделированию представительного объема полотняного типа плетения, с учетом трансверсальной изотропии материала нити.

Рассматривается представительный объем композитного материала полотняной структуры, помещенной в матрицу из эпоксидной смолы, сечение волокон имеет круглую форму. В качестве представительного объема принята элементарная ячейка периодической структуры полотняного типа плетения, состоящая из 4-х переплетенных волокон.

В силу того, что волокна КМ представляют собой пучок однонаправленных нитей стекловолокна, волокно рассматривается в виде трансверсально-изотропного материала, плоскость изотропии которого совпадает с осевым сечением нити.

По аналогии с методикой предложенной ранее (Проблемы прочности и пластичности. 2016. Т. 78, № 1), получена матрица эффективных упругих постоянных для тканого композита периодической структуры полотняного типа плетения, а также определены модули упругости в главных направлениях симметрии. Проведена оценка учета анизотропии армирующих нитей, с этой целью решена задача, в которой материал волокна моделируется в виде изотропного, для которого модуль упругости соответствует механическим свойствам в направлении осей волокон. Разница величин коэффициентов упругих постоянных составила 5%.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Влияние скорости деформации на тепловыделение при квазистатическом деформировании металлов

Зимин Б. А.¹, Свентицкая В. Е.², Смирнов И. В.², Судьенков Ю. В.²

¹*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург*

²*Санкт-Петербургский государственный университет*

В работе приведены результаты экспериментальных исследований процессов диссипации в ходе деформирования металлических образцов из меди, алюминиевого сплава, титана и стали с различными скоростями. Результаты экспериментов продемонстрировали зависимость интенсивности тепловыделения, от скорости деформации в отсутствие таковой для зависимости напряжений от деформаций.

Теория пластического деформирования металлов является объектом интенсивных исследований в последние десятилетия. Деформирование и разрушение металлов сопровождается преобразованием механической работы в другие виды энергии — тепловую, электромагнитную, акустическую. При описании пластического течения и деформационного упрочнения обычно используют понятие энергетического баланса пластической деформации, рассматривая такие её компоненты как выделяющееся тепло, латентная (скрытая) энергия. Соотношение этих составляющих по отношению к величине работы, затраченной на деформирование, описывается некоторым коэффициентом, характеризующим относительную величину латентной энергии и считающимся постоянным при квазистатических процессах деформирования.

Для проверки данных представлений были проведены экспериментальные исследования процессов тепловыделения при деформировании металлов при четырех скоростях движения активного захвата 5, 10, 20, 50 мм в минуту. Механические испытания на одноосное растяжение образцов в виде «лопаток» проводились на машине SHIMADZU-AG-X. Экспериментальное исследование поля температур на поверхности образцов синхронно с нагружением осуществлялось тепловизионной камерой Terma CAM-SC-300. Исследовались образцы в виде лопаток из технической чистой Cu, Ti, алюминиевый сплав D16AM, сталь. Эксперименты показывают, что с увеличением скорости деформирования уменьшается доля энергии, идущая на структурные преобразования в материалах. По-видимому, основным фактором, влияющим на термодинамику деформирования, следует признать инерционность процессов структурных преобразований в процессе пластического течения, в частности скорости образования и эволюции дислокационных субструктур. Такой вывод предполагает необходимость проведения дополнительных исследований для уточнения законов связи между напряжениями и деформациями при пластическом деформировании металлов с привлечением методов микроструктурного анализа и учета физических механизмов структурных перестроек.

Исследование коэффициентов поперечной деформации металлов в процессе упругопластического деформирования

Зимин Б. А.¹, Смирнов И. В.², Судьенков Ю. В.²

¹*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург*

²*Санкт-Петербургский государственный университет*

В механике деформируемого твердого тела коэффициент Пуассона — коэффициент поперечных деформаций — является одной из важнейших характеристик. Тот факт, что коэффициент поперечной деформации определяется действиями внутренних сил, выражает его потенциальную чувствительность к структурным перестройкам при деформировании материалов. Очевидно, что его значение должно учитываться в определяющих соотношениях, описывающих как линейное, так и нелинейное поведение материала. В работе представлены результаты исследований изменения коэффициента поперечных деформаций (Пуассона) в процессе одноосного растяжения образцов из стали 12Х18Н10Т, титана ВТ1 и алюминиевого сплава D16АМ.

Применение акустических методов оценки напряженно-деформированного состояния и структурных преобразований в твердых телах имеет широкое распространение и демонстрирует взаимосвязь изменений скорости ультразвука как с изменениями напряжений в материалах, так и с изменениями их структуры. Методика, разработанная на основе оптико-акустического эффекта, одновременного измерения продольных и поверхностных скоростей звука в металлических образцах в ходе растяжения, позволила отслеживать изменения скоростей на различных стадиях процесса деформирования. Полученные данные дали возможность построить зависимости изменения коэффициента поперечных деформаций на всех стадиях пластического течения. Отмечается корреляция этих изменений как с известными процессами структурных перестроек на различных стадиях пластического течения, так и с процессом локализации полос пластического сдвига в алюминиевом сплаве.

Анализ результатов, с учетом ангармонизма межатомного потенциала, позволяет на качественном уровне описать характер изменения коэффициента поперечных деформаций при пластическом деформировании металлов. Отметим, что в классической теории пластичности зависимость коэффициента поперечной деформации от величины деформации является монотонно возрастающей, в то время как результаты экспериментов измерения коэффициента поперечной деформации в упругопластической области, показывает качественно иную картину. При этом характерные стадии изменения коэффициента поперечной деформации коррелируют со сменой стадий пластического течения.

Концепция эволюционной устойчивости и асимптотика экосистем при потеплении климата

Ильичев В. Г.

Институт аридных зон ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону

В компьютерных моделях для получения устойчивых характеристик динамических систем проводят расчеты на длительную перспективу при том или ином фиксированном воздействии. По сути, это является построением асимптотического состояния, которое, как правило, не зависит от выбора начального состояния в модели.

В биологических системах наряду с изменением переменных (численностей и др.) под действием процессов эволюции происходит и движение физиологических параметров популяций. Например, у водорослей такими параметрами оказываются благоприятные температуры развития. У каждого вида водорослей имеется своя «любимая» температура роста. Так, в Азовском море диатомовые водоросли предпочитают холодную воду (весна + осень), зато синезеленые и пиррофитовые водоросли размножаются в теплой среде (лето). Пусть задан годовой ход температурной кривой водоема, который повторяется достаточно долго. Тогда актуальна следующая проблема: какие благоприятные температуры развития могут здесь быть. Такие значения параметров должны удовлетворять определенному условию устойчивости. А именно, его обладатель выдерживает конкурентное давление своих мутантов, содержащих близкие к нему параметры. Принято называть данные параметры эволюционно-устойчивыми (ЭУ-параметры). Для каждой температурной кривой характерен свой набор ЭУ-параметров, разумеется, только они могут реализоваться в процессе эволюции.

Для современного температурного режима Азовского моря установлено: имеются два ЭУ-параметра, характерные для холодного периода. Естественного полагать, что они соответствуют отдельным видам диатомовых. Для теплого периода также найдены два ЭУ-параметра, соответствующие синезеленым и пиррофитовым водорослям.

В большинстве современных сценариев прогноза климата предполагается, что потепление произойдет лишь в холодные сезоны, а в теплое время года температура мало изменится. В этой связи на основе эколого-эволюционной модели проведен долгосрочный прогноз динамики основных видов водорослей Азовского моря при разных версиях потепления (слабо, умеренное, сильное).

Показано, что численность теплолюбивых водорослей монотонно увеличивается, также попутно возрастают и значения их ЭУ-параметров. Неожиданно, на границе умеренного и сильного потепления обнаружена немонотонная динамика численности холоднолюбивых водорослей. В чем причина данного явления? В результате специальных расчетов установлено, что при потеплении два исходных ЭУ-параметра диатомовых постепенно сближаются, а на верхней границе умеренного потепления сливаются в один ЭУ-параметр. Такая внутренняя скрытая «жизнь» температурных параметров и вызывает странное поведение динамики диатомовых водорослей.

Численное решение задачи о действии осевой силы на составное поровязкоупругое призматическое тело

Ипатов А. А., Белов А. А.

НИИ механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород

Ставится начальнo-краевая задача линейной трехмерной динамической теории поровязкоупругости, рассматриваются кусочно-однородные. Используется модель на основе пороупругой модели Био (М. Biot, 1941). Вязкоупругими свойствами обладает скелет материала. Решение строится на основе принципа соответствия упругости и вязкоупругости (W. Flugge, 1975). Для описания вязкоупругих свойств применяются такие вязкоупругие модели как модель Кельвина — Фойгта, стандартного вязкоупругого тела и модель со слабосингулярным ядром.

К исследованию краевой задачи применяется метод граничных интегральных уравнений (ГИУ), а для поиска их решений — метод граничных элементов (МГЭ) для получения численных решений. В методе граничных элементов ключевую роль играют фундаментальные и сингулярные решения, выражения которых в случае пороупругости известны только в пространстве преобразований Лапласа. Решение исходной задачи строится в пространстве преобразований Лапласа, с последующим применением алгоритма численного обращения интегрального преобразования. Численная схема основана на использовании формулы Грина — Бетти — Сомильяны. Чтобы ввести ГЭ-дискретизацию, рассматривается регуляризованное гранично-интегральное уравнение. В качестве функций формы при описании границы тела выбраны биквадратичные полиномы интерполяции. Неизвестные граничные поля интегрируются через узловые значения в интерполяционных узлах. Гранично-элементные схемы созданы на основе согласованной аппроксимации граничных функций. При поэлементном численном интегрировании используется метод Гаусса и иерархический алгоритм интегрирования. Применяется метод коллокации. Для метода коллокации выберем множество узлов, совпадающее с множеством узлов аппроксимации исходных граничных функций. В итоге сформируются системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Решения в явном времени строятся с использованием модифицированного алгоритма Дурбина численного обращения преобразования Лапласа, и построенных с использованием метода квадратур свертки методов Рунге — Кутты.

Получены решения задачи о составном поровязкоупругом призматическом теле когда вязкоупругие свойства материала описываются различными моделями вязкоупругости. Гранично-элементная сетка строится с учетом симметрии. В качестве базового пористого материала рассматриваются скальная порода (песчаник Berea) и водонасыщенный песок. Исследуется сеточная сходимость метода. Построены гранично-элементные решения для перемещений, порового давления и напряжений. Проведено сравнение решений при различных значениях параметров среды и продемонстрировано влияние вязкости на динамические отклики перемещений и порового давления.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 15-08-02817-а, 16-31-00450 мол_а) и гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-5395.2016.1.

Об одном предельном случае системы распространения нервного импульса

Казарников А. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Рассматривается система Рэля с диффузией, которая получается из классической системы обыкновенных дифференциальных уравнений добавлением диффузионных слагаемых:

$$v_t = \nu \Delta v + w, \quad w_t = \nu \Delta w - v + \mu w - w^3,$$

где $v = v(x, t)$, $w = w(x, t)$, $x \in \Omega$, $t > 0$, $\Omega \subset \mathbb{R}^m$ — ограниченная область, $\mu \in \mathbb{R}$ — управляющий параметр, $\nu > 0$ — коэффициент диффузии. Данная система является частным случаем системы Фитцхью — Нагумо, которая моделирует распространение нервного импульса.

Известно, что если на границе области заданы однородные краевые условия Неймана

$$\left. \frac{\partial v}{\partial n} \right|_{\partial \Omega} = 0, \quad \left. \frac{\partial w}{\partial n} \right|_{\partial \Omega} = 0,$$

то при $\mu_{cr} = 0$ происходит рождение пространственно-однородного автоколебательного режима — а именно цикла классической системы Рэля без диффузии.

В настоящей работе для областей специального вида — отрезка и прямоугольника — показано существование критических значений параметра μ , при которых возникают пространственно-неоднородные автоколебательные и стационарные режимы, устойчивые относительно возмущений, принадлежащих некоторым бесконечномерным инвариантным подпространствам системы.

Целью настоящей работы является исследование бифуркационного поведения системы Рэля с диффузией на указанных инвариантных подпространствах, нахождение общего члена асимптотики вторичных режимов, а также численное исследование разрушения циклов и стационарных режимов при изменении параметра. Для компьютерных экспериментов применяются пакеты Maple и MATLAB, а также разработанный автором программный комплекс.

Полученные результаты перенесены на краевые условия Дирихле

$$v|_{\partial \Omega} = 0, \quad w|_{\partial \Omega} = 0,$$

а также на смешанные краевые условия.

Выводы работы остаются справедливыми, если рассмотреть систему Рэля с различными коэффициентами диффузии: ν_1 в первом уравнении и ν_2 во втором, при условии, что $0 < \nu_1 < \nu_2$. Критические значения параметра при этом имеют вид $\mu_{cr} = (\nu_1 + \nu_2)\lambda_k$ для колебательной потери устойчивости и $\mu_{cr} = \frac{1}{\nu_1 \lambda_k} + \nu_2 \lambda_k$ для монотонной, где λ_k — собственное значение оператора Лапласа.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю С. В. Ревиной за постановку задачи и внимание к работе.

Силовая спектроскопия белковых молекул

Карпинский Д. Н., Бычков А. А., Тарелкина Е. С.*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Разрыв межатомной (химической) связи под действием механической нагрузки является элементарным актом процесса разрушения твердого тела. Основные положения этого явления созданы G. I. Bell (*Science*. 1978. V.200. P. 618–627), Н. Eyring, С. Н. Журковым. Особенности процесса деформирования и разрушения нагруженных твердых тел часто изучают на цепных полимерных молекулах, которые состоят из идентичных сегментов (сегменты Kuhn'a). Существуют три этапа деформирования цепных молекул при растяжении: 1) энтропийная упругость; 2) скелетная (backbone) упругость и 3) конформационные изменения в молекулах. Энтропийная упругость определяется гибкостью полимеров и доминирует при малых растягивающих усилиях, приложенных к концам цепной молекулы. Если полимер достаточно гибкий, то энтропийная упругость правильно описывается моделью свободно соединенных цепей (FJC). Однако, некоторые цепные молекулы полимеров обладают жесткими связями между сегментами Kuhn'a (например, молекулы DNA). Эти полимерные молекулы описываются worm-like chain (WLC) моделью. Обе модели позволяют вычислить соотношение сила – удлинение для цепной полимерной молекулы в указанных случаях.

Исследование межатомных разрывов выполняют с помощью атомно-силового микроскопа (АСМ) и оптических ловушек (пинцетов). На опыте удается прикрепить один конец цепной молекулы к вершине зонда АСМ, а другой — к поверхности подложки. Как правило, используют два режима измерений зависимости долговечности от приложенной растягивающей силы: при постоянной ее величине и при постоянной скорости удаления зонда АСМ от подложки. В обоих случаях предполагается термоактивированный механизм разрыва полимерной молекулы.

В настоящей работе представлены результаты расчета долговечности полимерных цепных молекул методом динамической силовой спектроскопии. При этом исследование на реальном АСМ заменяется на моделирование его работы с помощью компьютерной программы. Расчет рассматривает модельные полимерные цепные молекулы FJC и WLC, а также другие модели молекул. Результаты расчетов показали возможность создания эффективного алгоритма оценки экспериментальных данных силовой зависимости долговечности.

Использование Python как первого языка программирования у студентов-механиков

Карякин М. И., Лапина П. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе обсуждаются первые итоги внедрения нового курса «Технологии программирования и практикум на ЭВМ» для первокурсников направления подготовки «Механика и математическое моделирование», основанного на изучении и использовании языка Python и обширной коллекции его библиотек.

Идея реформирования традиционного курса «Основы программирования» была сформулирована два года назад именно в рамках данной школы в ходе обсуждения доклада В. Н. Брагилевского¹ Важной объективной предпосылкой модернизации курса стало развитие школьного курса информатики и заметное (хотя и недостаточное) расширение числа школ, где этому предмету уделяется достойное внимание. В этой связи нужно отметить, что благодаря позиции мехмата Южный федеральный университет стал в свое время первым из вузов региона, куда можно было поступить по результатам ЕГЭ по информатике. В настоящее время минимальный балл этого ЕГЭ, необходимый для поступления на мехмат, равен 55. Это дает право надеяться, что все поступившие абитуриенты обладают хотя бы минимальным набором умений и навыков в области программирования и алгоритмизации, а значит, позволяет смещать акценты с изучения программирования как предмета в сторону его изучения как средства решения типовых задач проведения и поддержки научных исследований.

Основными причинами выбора языка Python стала легкость освоения и богатство библиотек, предназначенных для решения очень широкого круга типовых задач, возникающих в ходе учебной и научной деятельности студента. С его помощью удастся продемонстрировать тесную связь компактности и изящности кода с его эффективностью. Python оказался весьма успешным средством лечения традиционной болезни начинающего программиста — желания изобретать велосипед. Изучаемые в курсе пакеты `numpy` и `scipy` демонстрируют многократное (до двух порядков) увеличение скорости работы программы, а знание даже базовых возможностей пакета `matplotlib` позволяет создавать научные иллюстрации (двумерные и трехмерные графики) полиграфического качества. Уже после первого семестра студентам становятся доступны коллективные проектные задания исследовательской направленности.

Следует отметить, что мир программных средств, разработанных для Python, или, наоборот, существенно опирающихся на использование этого языка и его библиотек, чрезвычайно разнообразен и не может даже бегло быть представлен в рамках одного курса. Тем не менее, самостоятельное изучение средств Python для веб-программирования, системного администрирования, био-информатики, машинного обучения и др. может стать основой не только саморазвития студента, но и его будущей профессиональной деятельности.

¹Брагилевский В. Н. Об одном подходе к обучению программированию студентов-механиков // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете. Тезисы докладов X Всероссийской школы-семинара. Изд-во ЮФУ: Ростов-н/Д, 2015. С. 16.

Определение контактных напряжений: преимущества и недостатки различных численных подходов

Кириллова Е. В., Шевцова М. С.

Университет прикладных наук Висбадена

Бегущие упругие волны широко используются для идентификации повреждений при мониторинге всевозможных промышленных объектов. Для неразрушающего контроля в качестве генераторов высокочастотных волн применяются пьезокерамические актуаторы. Построение моделей взаимодействия механических конструкций и пьезокерамических актуаторов для понимания динамического поведения таких систем является важной задачей для развития неразрушающего контроля и мониторинга состояния конструкций из композитных материалов, которые находят все большее применение в таких областях как, например, авиостроение, химическая промышленность, трубопроводные системы и т. д.

Неоднородность свойств в зоне контакта между актуатором и исследуемым объектом приводит к возникновению сложных волновых полей, в особенности вблизи границ области контакта, где возникают особенности напряжений. Упрощенные модели, которые обычно используются для описания распространения волн, не учитывают взаимодействие между пьезокерамическими пластинками и волноводом.

В ходе проведенного численного моделирования было исследовано динамическое взаимодействие между волноводом и пьезоэлектрическим актуатором. Возникающие контактные напряжения были найдены как решение системы интегральных уравнений. Сформулированные интегральные уравнения были решены с помощью двух методов. Был применен метод Галеркина — Петрова со специальными весовыми функциями, учитывающими особенность контактных напряжений на границе области контакта. В соответствии со вторым методом контактные напряжения определяются как решение линейной алгебраической системы с бесконечным числом неизвестных. Алгебраическая система для определения неизвестных была получена на основе требования аналитичности трансформанты Фурье контактных напряжений как преобразования Фурье функции, заданной в ограниченной области. Учет асимптотического поведения неизвестных, зависящего от показателя особенности контактных напряжений на границе зоны контакта, позволил перейти от бесконечной алгебраической системы к асимптотически эквивалентной конечной системе. Результаты, полученные с помощью описанных подходов, были сопоставлены с расчетами, проведенными для упрощенной модели, без учета контактных напряжений. Проанализировано, какой из численных методов показывает лучшую устойчивость и связан с наименьшими вычислительными затратами.

Работа была поддержана министерством образования и научных исследований Германии.

Моделирование биомеханических свойств растительной ткани

Кириллова И. М.

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

Биомеханика изучает механические свойства живых тканей, органов и целого организма, а также происходящие в них механические процессы и характеризуется применением основных принципов механики к живым организмам. К механическим явлениям, которые исследуются у растений, можно отнести механизмы роста (морфодинамика побегов, стадии эмбриогенеза и т.д.), устойчивость к внешним воздействиям, транспорт веществ в стеблях, листьях и корнях, воздействие различных факторов среды на растения, вызывающие направленные ростовые движения их органов.

В живой природе развитие формы проходит для каждого вида в своем ритме с развитием в первую очередь несущих, а затем несомых элементов, что отражается на внешнем строении формы. Таким образом, образование механических тканей растительных организмов определяется интенсивностью роста и влиянием внешних факторов окружающей среды. Для понимания функционирования клетки, составляющей ткани, при меняющихся внешних условиях, при ее росте и других процессах, которые изменяют ее геометрию, необходимо знать механические свойства структурных компонентов клетки, в частности клеточной стенки и собственно клетки, заключенной в нее. Рост растения и сопутствующее изменение его формы являются сложным взаимодействием самых разнообразных процессов. Для понимания принципов управления этими процессами, необходимо знать последовательность механических событий, таких как распределение деформации при росте, какие напряжения она вызывают и многое другое. Изучение динамических характеристик растений, выявление закономерностей, соответствующих различным стадиям роста растения является основой для моделирования биомеханических свойств клеток, тканей и организма в целом. С помощью современных компьютерных технологий и программ можно моделировать и просчитывать биомеханические свойства растительной ткани, проводить сравнительный анализ их биомеханических свойств у разных видов, описывать основные процессы, протекающие в них и т.д. Так, создавая различные модели биомеханики, можно исследовать устойчивость к вибрационным нагрузкам различных деревьев и кустарников, влияние аэродинамического сопротивления листьев на колебания ствола. Механическая устойчивость насаждений и отдельно растущих древесных растений в значительной степени определяет их долговечность и полноту выполнения экологических, природоохранных, эстетических и других функций. Знания о биомеханических свойствах клеток при их делении и росте в настоящее время активно используются при исследовании морфогенеза растений. Созданные модели роста и развития в результате этих исследований могут занять важное место при разработке различных систем автоматизированного прогнозирования урожайности и его агротехническом обеспечении. Данные биомеханики растительных организмов могут быть использованы при создании новых систем и совершенствования уже существующих. Таким образом, моделирование биомеханических свойств растительной ткани весьма актуально при решении проблем, как фундаментальной биологии, так и в рамках прикладных задач.

Длинноволновая асимптотика задачи устойчивости двумерных непараллельных течений с ненулевым средним

Кириченко О. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Рассматривается двумерное $\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ движение вязкой несжимаемой жидкости под действием поля внешних сил $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$, периодического по пространственным переменным x_1, x_2 с периодами ℓ_1 и ℓ_2 соответственно, описываемое системой уравнений Навье — Стокса:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} - \nu \Delta \mathbf{v} = -\nabla P + \mathbf{F}(\mathbf{x}, t), \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

где ν — безразмерная вязкость.

В качестве краевых условий задается условие периодичности поля скорости \mathbf{v} по пространственным переменным x_1, x_2 с периодами ℓ_1, ℓ_2 . Период ℓ_1 будем считать равным 2π , а отношение периодов характеризовать волновым числом $\alpha \ll 1$: $\ell_2 = 2\pi/\alpha$, $\alpha \rightarrow 0$.

Средняя по пространственному прямоугольнику периодов скорость считается заданной

$$\langle\langle \mathbf{v} \rangle\rangle = \mathbf{q}.$$

Строится длинноволновая асимптотика $\alpha \rightarrow 0$ задачи устойчивости стационарного течения, когда основное поле скорости принадлежит классу течений, близких к параллельным (сдвиговым):

$$\mathbf{V} = (\alpha V_1(x_2), V_2(x_1)),$$

в предположении, что среднее второй компоненты скорости отлично от нуля $\langle V_2 \rangle \neq 0$.

Целью работы является обобщение известных результатов для двумерных сдвиговых течений — выражение первых членов асимптотики линейной спектральной задачи с помощью тех же операторов и функций, которые возникли при рассмотрении параллельных течений: интегрального оператора Вольтерра и вронскианов (скобок Пуассона) от некоторых вспомогательных функций, характеризующих отклонение скорости от ее среднего значения.

Найдены выражения первых членов асимптотики по малому параметру α собственных значений и собственных функций, получена связь между ними. В частном случае, когда $V_1(x_2)$ является нечетной функцией, показано, что коэффициенты разложения по α собственных значений отличны от нуля лишь для нечетных степеней, а коэффициенты разложения критического значения вязкости отличны от нуля для четных степеней — так же, как в случае сдвигового течения. Рассмотрены примеры расчета поведения пассивной примеси для конкретных течений, а также дана предварительная визуализация ответвляющихся автоколебаний.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю С. В. Ревинной за постановку задачи и внимание к работе.

Движение крови по сердечно-сосудистой системе как марковский процесс

Кислухин В. В.

Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

Для получения многих параметров гемодинамики используются методы разведения индикатора. Обычно вводят индикатор в одну из вен а регистрируют в легочной или системной (аорта) артерии. С кривой разведения индикатора, зарегистрированной в системной артерии, после внутривенного введения, получают сердечный выброс, объем сердца, активно циркулирующий объем крови и другие гемодинамические показатели. Существует несколько алгоритмов обработки кривых разведения, и соответственн есть проблема точности измерения параметров гемодинамики. Цель работы: создать математическую модель движения крови (и индикатора) по сердечно-сосудистой системе (ССС) и (а) получить кривые разведения индикатора, встречающиеся как при патологии центральной гемодинамики (в первую очередь при внутри сердечных шунтах), так и при нарушениях в микроциркуляции, (б) с помощью которой можно проверить работу разлмчных алгоритмов обработки.

Чтобы построить модель примем, что СССР состоит из следующих трех участков: (1) Сердце. Рассматривая сердечную камеру как насос, получаем геометрическое распределение времени прохождения крови; (2) Сосуды, соединяющие сердце и микрососуды. Прохождение крови по этим сосудам считается простым перемещением и задается задержкой; (3) Микроциркуляция. Математическое описание микроциркуляции основано на двух особенностях (а) нерегулярный кровоток в каждом сосуде и (б) выраженный разброс длин микрососудов. Простейшее описание задается составным Пуассоновским распределением. Модель СССР возникает как комбинация движения крови по названным участкам и является конечной марковской цепью.

Данная модель позволяет анализировать кривые разведения, возникающие при различных внутрисердечных дефектах и давать количественную оценку величин внутрисердечных шунтов. Модель объясняет также возникновение, при нарушении микроциркуляции, феномена активно циркулирующего объема, когда только часть полного объема крови определяет величину сердечного выброса и распределение давлений по СССР.

Эксперименты на ЭВМ показали, что можно получить все виды кривых разведения, включая получаемые при внутрисердечных шунтах и одножелудочковом сердце. Соответственно появляется возможность использовать модель для анализа алгоритмов получения сердечного выброса и диагностики наличия внутрисердечных (и определения их величины).

Стохастическое описание и оценка параметров микроциркуляции

Кислухина Е. В.*НИИ Скорой помощи им. Н. В. Склифосовского, Москва*

Наблюдения за эритроцитами в системе микроциркуляции выявляют случайный характер их движения, включающий остановку. Примем, что стабильность системы микроциркуляции означает, что наблюдаемые вариации кровотока являются стационарным случайным процессом. *Цель работы:* 1) дать стохастическое описание микроциркуляции; 2) показать, что предположение о случайности колебаний кровотока позволяет построить математическую модель ЛДФ-граммы; 3) предложить метод оценки состояния микроциркуляции, сравнивая модельную и реальную ЛДФ-граммы.

Метод. Известно, что в покое в каждой ткани открыта только часть микрососудов, от 3% в мышцах до 35% в мозгу. Установлено, что величина фракции функционирующих сосудов No определяет кровоток через ткань. Также установлено, что микрососуды со временем меняют свое состояние (открытый/закрытый). Процессы открытия закрытых и закрытия открытых микрососудов порождают флуктуации кровотока. Скорость перехода «открытый – закрытый микрососуд» (скорость вазомоций, R) характеризует эффективность микроциркуляции. Клетки вблизи открытых микрососудов получают вещества прямо из крови, а клетки вокруг закрытых микрососудов — диффузией через другие клетки. Тогда, при высокой скорости вазомоций все клетки рассматриваемой ткани находятся в практически одинаковых условиях. Если же скорость вазомоций низка, то клетки около открытых микрососудов перфузируются хорошо, а находящиеся рядом с закрытыми — плохо. Математическая модель перехода микрососудов из функционирующего в нефункционирующее состояние и обратно, основанная на использовании задаваемых величин No и R , позволяет получить модельную ЛДФ-грамму и её плотность спектральной мощности.

Результаты. Меняя параметры микроциркуляции No и R , удалось создать библиотеку модельных спектрограмм, позволившую идентифицировать реальные спектрограммы, записанные методом ЛДФ, проводя их сопоставление с библиотечными, при этом параметры библиотечной кривой присваивались реальной.

Вывод. Стохастическая интерпретация изменений кровотока при анализе ЛДФ-грамм позволяет: 1) определить скорость вазомоций — параметр, влияющий на доставку/удаление метаболитов; 2) ввести критерий применимости стохастической интерпретации.

Математическое моделирование адаптации губчатой костной ткани при изменении нагрузки

Киченко А. А., Тверье В. М.

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

На развитие и функционирование костной ткани человека влияют различные постоянно изменяющиеся нагрузки различной природы. Подобные изменения имеют отдаленные во времени последствия и в первую очередь отражаются на организации структуры губчатой костной ткани. Губчатая костная ткань является неоднородным пористым анизотропным материалом, механические свойства которой в значительной мере определяются её внутренней архитектурой и подчиняются тем же принципам, что и несущие конструкции. В настоящее время не существует методов, позволяющих определить изменения губчатой микроструктуры *in vivo* инструментально. Возникает необходимость в прогнозировании долговременного отклика структуры на внешнее вмешательство методами биомеханического моделирования.

Известно, что адаптационные процессы, протекающие в организме человека, подчиняются закону Вольфа, который применительно к живой костной ткани формулируется следующим образом: кость приспосабливает свою внешнюю форму и внутреннюю структуру к тем механическим силам, которые она должна выдержать. Для конкретизации закона Вольфа используется количественная характеристика, способная описать структурные особенности костной ткани, — симметричный положительно определенный тензор структуры. Данный тензор, на основе существующих подходов, позволяет сформулировать соотношения, способные описывать напряжённо-деформированное состояние губчатой костной ткани с учётом её структуры и адаптационные изменения, происходящие в губчатой микроструктуре. Для полученных соотношений осуществлена постановка начально-краевой задачи о перестройке губчатой костной ткани, разработан алгоритм её решения и на ряде примеров показана эволюция губчатой костной ткани при изменении напряжённо-деформированного состояния. На примере растяжения ортотропного бруса показано влияние различной ориентации структуры материала на его напряженно-деформированное состояние. Результаты показывают различный характер влияния изменения нагрузки на процесс формирования структуры и соответствуют закону Вольфа.

Известно, что тело нижней челюсти имеет ярко выраженную структуру губчатой костной ткани, то же верно и для восходящей ветви челюсти. В настоящее время осуществляется моделирование напряженно-деформированного состояния в зубочелюстной системе человека с учетом структурных особенностей, имеющих в нижней челюсти. Решение подобной задачи необходимо для разработки индивидуального лечения различных стоматологических патологий, дефектов и прогнозирования отдаленные последствия врачебного вмешательства.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 15-01-04884-а).

Исследование начальной стадии процесса роста кристаллов сапфира

Клунникова Ю. В., Малюков С. П., Чередниченко Д. И., Саенко А. В.

Институт нанотехнологий, электроники и приборостроения ЮФУ, Таганрог

В работе рассматривается кинетика начальной стадии процесса роста кристаллов сапфира методом горизонтальной направленной кристаллизации (ГНК) в жидкой фазе вещества. Отмечено, что существенное влияние на данный процесс оказывают не только теплофизические параметры материала, но и фактор формы кристалла. Поскольку кристаллы сапфира, полученные методом ГНК, имеют характерную конфигурацию на начальном и последующих этапах роста, то представляет интерес исследование процесса формирования структуры, распределения примесей и характер дефектов в объеме кристалла, возникающих в процессе роста.

По величине фактора формы можно судить, какие процессы (поверхностные или происходящие в объеме кристалла) определяют динамику роста кристаллов сапфира методом ГНК и, как результат, влияние этих процессов на качество кристалла. Фактор формы указывает на степень влияния поверхности кристалла по сравнению с его объемом на динамику процесса на всех этапах роста кристалла сапфира. Определено, что на самой ранней стадии роста сапфира имеет место доминирование процессов сброса скрытой теплоты через объем кристалла при осевом размере кристалла много меньшем его толщины. При длине кристалла сапфира значительно больше его толщины сброс потока тепла разветвляется и сброс скрытой теплоты кристаллизации (фазового превращения) осуществляется через верхнюю и нижнюю поверхность кристалла. Так как снизу расположено дно тигля установки, то теплопроводность материала тигля и тепловое сопротивление контакта расплав-дно тигля будут сказываться на характере роста. Этим объясняется изменение наклона поверхности фазового превращения в течение процесса. Получено замкнутое решение задачи Стефана для роста кристаллов сапфира по методу горизонтальной направленной кристаллизации, которое позволяет исследовать как процесс роста, так и сопутствующие росту факторы (термонапряжения в кристалле на разных этапах роста), гидродинамику расплава и ее влияние на дефектообразование. Результаты исследования могут быть использованы для проектирования установок выращивания сапфира по методу ГНК.

Результаты получены с использованием оборудования Научно-образовательного центра «Лазерные технологии», Центра коллективного пользования и Научно-образовательного центра «Нанотехнологии», Института нанотехнологий, электроники и приборостроения Южного федерального университета (г. Таганрог).

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 14.587.21.0025, уникальный идентификатор проекта RFMEFI58716X0025).

Применимость компьютерных методов моделирования для оценки функциональных характеристик биологических сосудистых протезов

Клышников К. Ю.¹, Овчаренко Е. А.¹, Сизова И. Н.¹, Батранин А. В.²,
Бурков Н. Н.¹, Борисов В. Г.³, Нуштаев Д. В.⁴, Захаров Ю. Н.³

¹НИИ комплексных проблем сердечно-сосудистых заболеваний, Кемерово

²Национальный исследовательский Томский политехнический университет

³Кемеровский государственный университет

⁴ООО «Тесис», Москва

Использование сосудистых протезов на основе биологических материалов ксеногенного происхождения широко вошло в клиническую медицину при лечении патологий сосудистого русла конечностей. Применяемые сегодня биопротезы сосудов в случае тяжелой ишемии ног снижают травматизацию и инвалидизацию пациентов, демонстрируя удовлетворительные отдаленные результаты. Однако существующая проблема деградации биологических материалов, приводящая к истончению и выбуханию стенки протеза — образованию аневризмы, вынуждает хирурга проводить повторное вмешательство и обуславливает поиск инструментов прогнозирования подобных осложнений. Потенциальным решением данной проблемы может стать комплекс неинвазивных методов анализа геометрии, компьютерного твердотельного моделирования и моделирования потоков.

В работе проводилась оценка однородности геометрии десяти сосудистых протезов «КемАнгиоПротез» (ЗАО «НеоКор», Кемерово), предназначенных для клинического применения на основе неразрушающего неинвазивного метода микрокомпьютерной томографии. Полученные теневые проекции анализировались с использованием собственного алгоритма в среде MathLab для оценки неоднородности сосудистой стенки. Последующая реконструкция трехмерных моделей на основе сетов изображений позволила получить десять объемных stl-моделей сосудистых протезов. Используя данные модели, проводился анализ напряженно-деформированного состояния протеза методами твердотельного компьютерного моделирования. На основании проведенных работ устанавливалась взаимосвязь геометрических отклонений и эффектов стенки, возникающих в результате моделирования. Описанные модели использовались при моделировании потоков жидкости, аналогичной по свойствам крови, через просвет сосуда. В качестве входных параметров потока исследуемой области использовались эхокардиографические данные пациента П., 67 лет, которому было выполнено шунтирование правой бедренной артерии аналогичным протезом. При функциональном исследовании получены кривые скорости, габаритные размеры и клинические индексы, сравнение которых проведено с данными моделирования. Установлено высокое значение неоднородности сосудистой стенки не только среди различных экземпляров, но и внутри каждого исследуемого объекта. Области, соответствующие наименьшей толщине сосудистой стенки, ассоциированы с повышенным напряженно-деформированным состоянием, которое потенциально может приводить к образованию аневризм, т. е. дисфункции протеза. Полученные характеристики потока, скорости и индексы, сопоставимы с данными функциональных исследований.

Математическое моделирование формирования рельефной стеклянной пленки методом испарительной литографии в сочетании с ИК-нагревом

Колегов К. С.

*Каспийский институт морского и речного транспорта — филиал ВГУВТ,
Астрахань*

Существуют приложения, основанные на нанесении рельефных покрытий. Например, борьба с загрязнением погруженных в воду поверхностей морскими микроорганизмами, заключающаяся в использовании некоторых иерархических структур. Возможно снижение гидродинамического сопротивления судна за счет применения ребристой структуры поверхности корпуса. Есть несколько подходов в создании полимерных покрытий с топографической структурой на микро- и наноуровне. Широко известен метод фотолитографии, но этот процесс многоступенчатый, требующий специального оборудования и материалов. Структурированные поверхности в полимерах можно получить литографическими методами: ультрафиолетовая импринт-литография, нанопечатная и капиллярная литография. Эти способы обладают недостатками: отсутствие гибкости процесса и дорогое оборудование. Поэтому испарительная литография привлекает к себе все больше внимания. При неравномерном испарении с поверхности коллоидной пленки возникает течение, которое сносит частицы в области интенсивного испарения. К примеру, нужная структура получается при использовании маски, которая представляет собой пластину с отверстиями, размещенную над жидкостью. У метода есть два ограничения. Во-первых, общее время процесса испарения значительно возрастает из-за того, что маска блокирует большую часть поверхности жидкой пленки. Во-вторых, частицы стекловидных полимеров, температура плавления которых выше комнатной, не формируют пленку, а лишь — хрупкие покрытия. Эта проблема решается введением в систему ИК-источника. Локальный нагрев под открытыми областями в маске создает сильное испарение. Более того, ИК-нагрев вызывает слияние частиц и ведет к образованию твердых пленок без трещин с требуемой формой поверхности. По сравнению с другими методами создания текстурированных слоев этот способ проще, дешевле и применим практически к любой подложке без предварительной обработки. Методы математического моделирования помогут научиться лучше управлять процессом. Предлагается модель, описывающая перенос массы и тепла на гидродинамическом этапе, а также переход золя в стекло. Система включает уравнения неразрывности, конвекции — диффузии, теплопроводности для жидкости и подложки. Скорость течения рассчитывается с использованием приближения смазки. На основе экспериментальных данных построена эмпирическая зависимость вязкости коллоидного раствора от концентрации частиц. Плотность потока пара описывается модельным законом, учитывающим зависимость от концентрации частиц и температуры жидкости. Полученные численные результаты хорошо согласуются с экспериментом (Georgiadis A. et. al., 2011).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (16-38-00439 мол_а).

О двух новых полуобратных представлениях для нелинейно-упругих тел

Колесников А. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Полуобратный метод успешно используется в нелинейной теории упругости, позволяя получить решение ряда задач статики нелинейно-упругих тел при больших деформациях или свести трёхмерные уравнения к уравнениям меньшей размерности (к одномерным или двумерным краевым задачам).

К задачам статики упругого тела, которые удаётся свести к одномерным уравнениям, относятся задачи: о деформации цилиндра в подобное тело (одиночное или совместное растяжение или сжатие, кручение и раздувание сплошного или полого цилиндров), о радиально-симметричной деформации сплошного и полого шаров, об изгибе сектора цилиндра в плиту и наоборот, о изолированных дисклинациях и дислокациях в цилиндрах, а также некоторые другие.

В данной работе представлены два новых полуобратных представления, сводящих задачу статики нелинейно-упругих тел к одномерной задаче. В первом случае рассматривается деформация винтовой пружины прямоугольного поперечного сечения в полый цилиндр путём склейки соответствующих сторон. Для предлагаемого полуобратного представления показано, что в полученном полом цилиндре напряжённо-деформированное состояние одинаково во всех поперечных сечениях и образованный цилиндр может быть нагружен равномерным давлением на внутренней и внешней боковым поверхностям и продольной силой и крутящим моментом на торцах. На торцах условия выполняются в интегральном смысле.

Во втором случае рассматривается деформация длинной полосы в полый цилиндр путём склейки соответствующих сторон. В этом случае напряжённо-деформированное состояние полученного цилиндра также не зависит от выбора поперечного сечения, и он может быть нагружен равномерным давлением по боковым поверхностям, а на торцах — продольной силой и крутящим моментом в интегральном смысле. Используя данный вид деформации, можно моделировать напряжённо-деформированное состояние спиральношовных труб.

В обоих случаях задача сформулирована для сжимаемых и несжимаемых материалов. В качестве иллюстрации в работе рассчитаны напряжённо-деформированные состояния полых цилиндров из несжимаемого материала, образованных из винтовой пружины и полосы, при отсутствии нагрузок.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 15-01-01492).

Строение и свойства пористых углеродных наноструктур

Колесникова А. С.

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Пористые углеродные материалы (ПУМ) человечество использует на протяжении многих веков. ПУМ представляет собой структуру аналогичную графиту. В сорбционной медицине ПУМ привлекают к себе большое внимание из-за своей пористости. Например, микропористые структуры используются для удаления из биологических жидкостей продуктов небольшой молекулярной массы. Среди микропор выделяют супермикропоры с размером в диапазоне 0,7 – 2 нм и ультрамикропоры с размером менее 0,6 – 0,7 нм. Углеродные сорбенты встречаются различной формы: в виде порошка, гранул, блоков различной формы и величины, пленок и т. д.

Одним из требований, предъявляемых к сорбентам медицинского назначения, является механическая прочность сорбентов. Сорбенты с высокими механическими свойствами могут быть использованы для фильтрации тяжелых частиц, движущихся с высокой скоростью.

Однако в работах по механическим свойствам пористых углеродных структур отсутствует информация о влиянии плотности этих структур, имеющих различный размер нанопор, на их механические свойства. В связи с этим в данной работе осуществляется теоретическое исследование модуля Юнга пористого углеродного материала с плотностью $1,4 \text{ г/см}^3$ для структур, имеющих разный размер нанопор.

Интерес к пористым углеродным структурам с плотностью $1,4 \text{ г/см}^3$ по сравнению с существующими пористыми углеродными структурами можно объяснить технологией синтеза таких структур. Эта технология позволяет изменять размер пор в сорбенте, оставляя постоянной концентрацию частиц. Исследование механических свойств сорбентов позволяет выбрать условия синтеза сорбента и его параметры таким образом, чтобы можно было отфильтровать тяжелые частицы, движущиеся с высокой скоростью.

С помощью методов компьютерного моделирования впервые осуществлялось теоретическое исследование модуля Юнга пористого углеродного материала с плотностью $1,4 \text{ г/см}^3$ для структур, имеющих разный размер нанопор. Установлено, что модуль Юнга пористых углеродных наноструктур с плотностью $1,4 \text{ г/см}^3$, но с разным размером нанопор, имеет следующие значения: для нанопор от 0,4 нм до 0,8 нм — 1,45 ТПа, для нанопор от 0,2 нм до 1,12 нм — 732 ГПа, а для нанопор от 0,7 нм до 1,3 нм — 661 ГПа. Результаты прогностического моделирования показали, что модуль Юнга пористых углеродных наноструктур изменяется в сторону уменьшения с увеличением пористости структуры.

О колебаниях неоднородного пьезокерамического цилиндра с затуханием

Кондратьев В. С.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В настоящее время в различных областях техники применяется большое количество разнообразных элементов из пьезокерамики, на основе которых разрабатываются эффективные устройства и датчики различного назначения. Выбор приемлемых условий функционирования и надежность конкретных устройств является важным аспектом на этапах моделирования, что является причиной активного научного исследования свойств пьезокерамических материалов и элементов из них. Широко применяются пьезоэлементы с неоднородной поляризацией, которые изготовлены из композиционных материалов, сочетающих керамику, металл и полимер. Неоднородность физических свойств пьезоматериалов возникает как на стадии их изготовления, так и на стадии эксплуатации устройств.

Задачи о колебаниях пьезоэлементов с неоднородной поляризацией требуют совершенствования методов расчета и определения функций, описывающих законы изменения характеристик пьезоэлементов. Исследование колебаний таких элементов осложнено тем, что свойства таких материалов зависят от координат, функции могут быть кусочно-постоянными для слоистой структуры и непрерывными — для функционально-градиентного материала.

В настоящей работе рассмотрена задача о колебаниях сплошного кругового пьезокерамического цилиндра с радиальной поляризацией при наличии затухания, электроды расположены на боковой поверхности. Учет затухания осуществляется путем введения в определяющие соотношения электроупругости комплексных модулей. Материальные характеристики (модули упругости, пьезомодули, коэффициенты диэлектрической проницаемости) являются функциями радиальной координаты. Из основных уравнений электроупругости получена каноническая система неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка относительно безразмерных переменных — радиального смещения и радиального напряжения. В силу переменности коэффициентов дифференциального оператора анализ динамического поведения может быть осуществлен лишь численно. Для нахождения решения поставленной краевой задачи решалось три независимые задачи Коши, каждая из которых представляет собой систему двух дифференциальных уравнений первого порядка при различных начальных условиях. Составлена программа, позволяющая определять резонансные значения колебаний цилиндра для неоднородного пьезокерамического цилиндра. Проведена серия расчетов, позволившая проанализировать зависимость резонансных частот от законов изменения физических характеристик цилиндра.

Автор выражает благодарность проф. Ватульяну А. О. за внимание к работе. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-01-00354).

Компьютерное моделирование эффективных упругих свойств бериллия со случайной наноразмерной пористостью с учетом поверхностных напряжений Гуртина — Мурдоха

Корниевский А. С.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В последнее время проявляется повышенный интерес к наноразмерным телам. Было обнаружено, что для наноматериалов наблюдается размерный эффект, приводящий к увеличению жесткости по сравнению с телами обычных размеров. Во многих работах для описания этого эффекта использовалась модель Гуртина — Мурдоха с учетом поверхностных напряжений. В соответствии с этой моделью, для определения эффективных характеристик пористых упругих наноразмерных тел использован метод эффективных модулей с введенными поверхностными напряжениями на поверхностях пор внутри тела.

Для моделирования представительных объемов и расчета эффективных модулей использовался конечно-элементный пакет ANSYS. В качестве исследуемого материала был рассмотрен пористый бериллий, матрица жесткости которого имеет пять неизвестных компонент. Для нахождения этих упругих модулей необходимо решить три статистические задачи со стандартными для метода эффективных модулей граничными условиями в перемещениях. Далее, по соответствующим формулам через найденные компоненты можно вычислить эффективные модули Юнга, модуль сдвига и коэффициент Пуассона пористого бериллия с поверхностными эффектами.

Основной интерес представляет способ учета поверхностных напряжений. Сначала в ANSYS создавалась конечно-элементная сетка двадцатиузловых кубических элементов SOLID226. Элементы были поделены на два класса. Первые имели материальные свойства бериллия, а вторые — свойства пор. Затем массив элементов со свойствами пор по внешним границам командой TSHAP,QUA8 покрывался ответными контактными элементами TARGE170. После этого контактные элементы, которые были на внешней границе, удалялись. Оставшиеся контактные элементы заменились на восьмиузловые оболочные элементы SHELL281 с опцией только мембранных напряжений. Таким образом, все грани соприкосновения упругих элементов с порами покрылись мембранными упругими конечными элементами, которые отвечают за поверхностные напряжения.

В результате проведенных вычислительных экспериментов было подтверждено, что для пористого наноразмерного бериллия эффективные жесткости больше, чем для того же материала с порами обычных размеров, и могут быть даже больше, чем для сплошного материала. Согласно данной модели ясно, что этот эффект связан с поверхностными напряжениями. Кроме того, на эффективные жесткости наноразмерного тела влияет не только общая пористость, но также расположение, количество и размеры отдельных пор.

Автор благодарит за помощь в работе заведующего кафедрой математического моделирования Института математики, механики и компьютерных наук ЮФУ А. В. Наседкина.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ № 16-01-00785-а.

Статистическое моделирование в задачах офтальмологии

Корников В. В.

Санкт-Петербургский государственный университет

В офтальмологии, как и в других областях медицины, широко востребованы статистические методы. Целый ряд задач решается путем сравнения и оценки наблюдаемых параметров глаза. Так, например, решается вопрос калибровки и стандартизации способов измерения внутриглазного давления (ВГД) различными приборами (импрессионный тонометр Шиотца, апплационный тонометр Маклакова, апплационный тонометр Гольдмана). После возникновения рефракционной хирургии потребность в применении статистических методов только возросла, так как было отмечено, что после проведения таких операций имеются существенные расхождения в результатах измерения ВГД, полученных различными тонометрами, которые объясняются анатомическими особенностями оперируемых глаз. Эти различия в измерениях ВГД без помощи статистики достоверно не оценить. Естественная биологическая изменчивость, психотерапевтический эффект, субъективность оценок — все эти факторы делают прямое суждение об эффективности методик измерения ненадежным. Перевести клинический опыт на язык количественных оценок — задача медицинской статистики. В рамках такого подхода решались следующие задачи:

- выявления влияния различных параметров глаза на ВГД, измеряемого различными методами. В рамках этого исследования, в частности, показано, что на измерение ВГД тонометром Маклакова оказывает влияние длина передне-задней оси (ПЗО) глаза, и это необходимо учитывать при проведении медицинских исследований;
- исследование взаимосвязи значений ВГД до и после рефракционных операций. Отмечено, что стабилизация ВГД происходит в основном в период от семи дней до трех месяцев после операции. Причем наблюдается сначала возрастание ВГД к семи дням, а затем медленный спад до трех месяцев.
- исследование взаимосвязи между степенью миопии, ВГД и параметрами глаза. Показано, что степень миопии взаимосвязана на уровне значимости 5% с величиной центральной толщины роговицы (ЦТР), с длиной передне-задней оси и рядом других параметров;
- исследование зависимости между сферическим показателем глаза и аберрациями высших порядков. Проведенные исследования позволили установить, что аберрации высших порядков присущи глазам и с эмметропией, и с аметропиями, и возрастают при средней и высшей степени миопии.

Математическая модель тепломассопереноса загрязнений
применительно к стеснённым условиям сварки
с учётом различных видов теплообмена

Корончик Д. А., Булыгин Ю. И., Рогозин Д. В., Легконогих А. Н.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Проектирование и создание систем и средств защиты оператора-сварщика лежит в области детального математического описания нестационарных процессов тепломассопереноса вредных веществ и избытков теплоты от источников загрязнения.

Ранее рассматривалась нестационарная трехмерная математическая модель тепломассопереноса вредных примесей и теплоты в производственной среде с активной вентиляцией и источниками загрязнения и тепловыделения, которая позволяет учитывать завихрения газо-воздушных потоков. Стандартная k — эпсилон модель турбулентности, адаптированная для сварочных цехов, оборудованных стационарными рабочими местами с источниками загрязнения учитывала лишь конвективную составляющую теплообмена, что вполне обоснованно для больших по объёму помещений (с низкой плотностью распределения источников загрязнения), тем более, что результаты модельных расчётов с учетом только конвективной составляющей хорошо коррелировали с полученными экспериментальными данными.

Однако для целей настоящего исследования, когда мы имеем дело с малыми ограниченными пространствами, где необходимо учитывать нагретые тела до высокой температуры (при сварке), находящиеся рядом друг с другом как дополнительные источники тепловыделения, пренебречь радиационным теплообменом уже нельзя. Поэтому вполне обоснованной является поставленная задача — экспериментально исследовать различные виды теплообмена в условиях ограниченного замкнутого пространства при сварке и поведение математической модели, описывающей вклад различных составляющих теплообмена, в том числе радиационной, влияющих на формирование полей концентраций, температур, подвижности воздуха и теплонапряжённости в исследуемой среде.

При этом была специально разработана экспериментальная установка в виде вентилируемого куба с внутренним источником тепловыделения и подобрано оборудование для целей изучения процессов диффузии тепла в текучей среде, учёта теплопередачи в твердых телах и лучистого теплообмена.

В работе численное решение задачи осуществляется в САД-САЕ пакете Solid Works, с этой целью разработана методика построения в программной среде пакета САЕ модели вентилируемого куба с источниками тепловыделения различной мощности. Проведены модельные натурные эксперименты для кубического тела и их моделирование с помощью разработанных подходов, сравнение результатов измерения скоростей воздушных потоков и температур с расчётными данными показало качественное и количественное совпадение параметров процессов, что является показателем адекватности модели тепломассопереноса.

Исследования выполнены при поддержке гранта РФФИ № 16-38-60055.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за оказанную помощь.

Неоднородность микроструктуры и механических свойств ископаемых углей

**Коссович Е. Л.¹, Эпштейн С. А.¹, Шкуратник В. Л.¹,
Добрякова Н. Н.¹, Минин М. Г.²**

¹*Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»,
Москва*

²*Уральский федеральный университет имени первого Президента России
Б. Н. Ельцина, Екатеринбург*

Изучение поведения материалов со сложной иерархической структурой в условиях воздействий различной физической природы является актуальной задачей материаловедения. Склонность к разрушению у таких материалов обусловлена, в том числе, особенностями строения и различиями в механических свойствах отдельных компонентов. Зарождение и рост дефектов происходит, в основном, на микроуровне, на границе раздела между отдельными компонентами.

Склонность ископаемых углей к разрушению может привести при их добыче к возникновению чрезвычайных ситуаций, таких как выбросы угольной пыли, метана. Применяемые на сегодняшний день меры по обеспечению безопасности ведения горных работ основаны на методах исследования механических свойств углей на макроуровне. Но несмотря на эффективность таких мер в целом, невозможно исключить вероятность возникновения чрезвычайных ситуаций, так как на данный момент нет достоверных сведений о механизмах зарождения и роста дефектов в угольном веществе.

Ископаемые угли представляют собой слоистый органический композитный материал природного происхождения. В составе угольного вещества принято выделять три основные группы органических микрокомпонентов: витринит, инертинит и липтинит, разных по своей природе. Проведенные в работе исследования показали, что механические свойства вышеуказанных групп микрокомпонентов различаются как между собой, так и внутри групп в зависимости от вида угля. Для установления этого факта были проведены серии экспериментов по наноиндентированию отдельных компонентов каменных, бурых углей и антрацита. По ранее разработанной методике были подготовлены образцы — аншлиф-штуфы с гладкой отполированной поверхностью, направление которой перпендикулярно напластованию. Эксперименты проводили на установке Hysitron TI-750 UBI. Были получены следующие результаты: величины модулей упругости, твердости, а также диаграммы «нагружение – глубина внедрения». Было обнаружено, что с ростом стадии метаморфизма углей наибольшим изменениям в механических свойствах подвержен микрокомпонент витринит. Микрокомпоненты инертинит и липтинит, в силу их природы, оказались практически не подвержены изменениям в ряду метаморфизма.

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект №16-17-10217).

Распознавание кольчатых тюленей озера Саймы при помощи сверточных нейронных сетей

Косяненко Е. В., Чердынцева М. И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Сайменская нерпа является одним из видов кольчатых тюленей, который находится под угрозой исчезновения. В настоящее время около 300 особей живут в озере Сайма, а также около 60 детёнышей рождаются ежегодно. Для того, чтобы избежать исчезновения данного вида, требуется постоянный мониторинг популяции тюленей. Фото обнаружение дикой природы представляет собой метод, используемый для обнаружения и отслеживания особей диких животных в течение времени. Он опирается на сканирование изображений и поиск отличительных характеристик, таких как узоры на коже и рубцы животного. Сайменская нерпа имеет характерную кучность темных пятен, окруженных светло-серыми кольцами. Расположение, цвет и размеры таких пятен являются уникальными для каждой нерпы, что позволяет использовать их для идентификации отдельных особей. Из-за больших объемов данных, а также трудоемкости самого процесса идентификации актуальным является автоматизация фото-идентификации.

Типичный способ для захвата изображения для фото-идентификации — это использование статических ловушек-камер. При этом одно и то же животное часто захватывается с одним и тем же фоном. Это приводит к увеличению риска того, что алгоритм идентификации в процессе обучения может «идентифицировать» фон вместо самого животного. Чтобы избежать этой проблемы, полезно выполнить сегментацию изображения животного, отделив его от фона изображения. Автоматическая сегментация изображений животных, однако, зачастую трудна из-за маскировки. Цвета животных, т. е. окраска и узоры похожи на фон.

Для решения задачи сегментирования изображения нерпы из фона предлагается использовать глубокую сверточную нейронную сеть и выполнить ее оценку. Сверточные нейронные сети являются одним из видов искусственной нейронной сети, основанной на зрительной системе человека. При этом поставлены следующие цели:

- 1) исследовать существующие подходы, основанные на CNN-сегментации семантической изображения,
- 2) выбрать и реализовать наиболее перспективный метод сегментации,
- 3) оценить метод с использованием базы данных изображения Сайменской нерпы.

В этой работе, основная цель ориентирована на подсчет количества и мониторинг популяции тюленей при помощи сегментации. Данная работа основана на предыдущих исследованиях.

Воздействие сферо-конического индентора на функционально-градиентный слой, сцепленный с упругим полупространством

Кренив Л. И., Садырин Е. В.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

В работе рассмотрена осесимметричная статическая задача о воздействии гладкого сферо-конического штампа на неоднородный слой, сцепленный с упругим полупространством. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона слоя изменяются по его глубине по произвольным заданным законам.

Под действием центрально приложенной силы P штамп перемещается в направлении оси z на величину δ . Граничные условия при сделанных предположениях и условия стыковки сферы и конуса имеют вид:

$$z = 0, \quad \tau_{zr} = \tau_{z\varphi} = 0, \quad \begin{cases} \sigma_z = 0, & r > a, \\ w = -\delta + \frac{1}{2R}r^2, & 0 \leq r \leq r_1, \\ w = -\delta_1 + \tan(\beta)r & r_1 \leq r \leq a. \end{cases}$$

Для решения граничной осесимметричной несмешанной задачи о заданном в пределах круга радиуса a произвольном вертикальном давлении используется аппарат интегральных преобразований Ханкеля, решение полученной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с функциональными коэффициентами в общем случае строится численно. В результате компоненты напряженно-деформированного состояния неоднородного полупространства представляются в виде интегралов.

Решение смешанной задачи о действии сферо-конического штампа на непрерывно-неоднородное полупространство сводится к решению системы парных интегральных уравнений.

С помощью специальных преобразований система парных интегральных уравнений приводится к более простому виду. Затем ядро аппроксимируется дробно-рациональным выражением. Решение системы дифференциальных уравнений, полученной с помощью операционного исчисления, представляется суммой общего решения однородного и частного неоднородного на отдельных участках области определения с неизвестными комплексными константами $C_i^j, D_i^j, j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, N$. Обратным преобразованием Фурье находится выражение для трансформанты распределения контактных давлений, затем с помощью обратного преобразования Ханкеля находится распределение контактных давлений. Подстановкой найденного решения в исходное уравнение (в упрощенном виде) строится система линейных уравнений для определения $C_i^j, D_i^j, j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, N$.

Приведены численные результаты, отражающие контактные напряжения под штампом для различных случаев изменения свойств в приповерхностном слое.

Также в работе проанализировано влияние геометрических параметров штампа на распределение контактных давлений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 15-07-05208, 16-07-00929 А, 15-07-05820) и Госзадания Минобрнауки РФ.

Анализ профессиональных предпочтений учащихся 8–11-х классов средней общеобразовательной школы

Кренева С. Д.¹, Кульпина Т. И.¹, Батищева Н. А.¹, Белуженко О. В.¹,
Кренев Л. И.²

¹Школа № 99, Ростов-на-Дону

²Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

Педагогический коллектив МБОУ г. Ростова-на-Дону «Школа № 99» не впервые использует инновационные информационные технологии в ходе реализации образовательного проекта «Наша здоровая школа».

С целью получения данных первичной диагностики психологического здоровья и профессиональных предпочтений в 2016–2017 учебном году мы осуществили социально-психологическое исследование выборки учащихся 8-х — 11-х классов при помощи следующего комплекса психодиагностических методик: опросника «Карта интересов» А. Е. Голомштока для выявления интересов и склонностей учащихся в различных сферах деятельности; теста В. В. Гуленко для установления соционического типа учащегося.

Всего было обследовано 142 человека (65 юношей и 77 девушек). Полученные индивидуальные результаты каждого учащегося заносились в так называемую «Карту интересов», отражающую уровень выраженности интереса к каждой из 29 профессиональных областей, и передавались учащимся для ознакомления. Результаты были сведены в общую базу данных и подвергнуты дисперсионному анализу при помощи программы SPSS.

Факторный анализ, проведенный по всем параллелям, показал, что в выделенных факторах на протяжении всех 4-х лет присутствует медицина. Причем, если у учащихся 8-х классов эта дисциплина находится на 6-м месте, то у 9-х уже на 5-м, у 10-х на 4-м, а к 11-му классу она занимает уже 3-е место.

С целью изучения влияния взросления подростков на их профориентационные предпочтения мы предприняли панельное исследование, в котором приняли участие 21 человек (13 девушек и 8 юношей), обучающиеся вначале в девятом (2015–2016 учебный год), а затем — в десятом (2016–2017 учебный год) классах. Основным инструментом этого исследования явился однофакторный дисперсионный анализ (ANOVA), осуществляемый при помощи программы SPSS.

Объектом нашего внимания стали профориентационные предпочтения учащихся в двух областях — «математика» и «медицина».

Оказалось, что в 9-м классе более высокий интерес к математике проявляют девушки (–1,08), тогда как в 10-м это первенство принадлежит уже юношам (0,38). В то же время более высокий интерес к медицине в обеих сравниваемых подгруппах демонстрируют девушки (0,69 и 3,25).

Необходимо также отметить, что при переходе от 9-го к 10-му классу рост интереса к математике был зафиксирован нами как для девушек от –1,08 до 0,31, так и для юношей от –2,25 до 0,38. Что же касается интереса к медицине, то для этих же подгрупп наблюдается почти пятикратный рост интереса у девушек от 0,69 до 3,25, а для юношей — небольшое падение интереса с 0,25 до 0,00.

О магнито-термо-электроупругих материалах в ACELAN

Курбатова Н. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В конечно-элементном пакете ACELAN развивается ресурс, обеспечивающий возможность моделирования сложных композиционных материалов, которые могут быть классифицированы как магнито-термо-электроупругие. Двухфазные или трехфазные композитные материалы, состоящие, например, из пьезоэлектрической и пьезомагнитной фаз приводят к появлению уникальных (вторичных) эффектов. Они уже характеризуют композитный материал в целом, макроскопически, и отличаются от свойств исходных индивидуальных фаз. Свойства композитного материала полностью зависят от структурных и геометрических составляющих элементарной ячейки и определяются один раз.

Весьма наглядно схема порождения вторичного эффекта представлена в виде произведения дробей следующим образом (R. E. Newnham и C. V. Nan):

$$\begin{aligned} \text{магнитоэлектрический эффект} &= \frac{\text{магнитный}}{\text{механический}} \frac{\text{механический}}{\text{электрический}} \\ \text{пироэлектрический эффект} &= \frac{\text{температурный}}{\text{механический}} \frac{\text{механический}}{\text{электрический}} \\ \text{пироэлектрический эффект} &= \frac{\text{температурный}}{\text{механический}} \frac{\text{механический}}{\text{магнитный}} \end{aligned}$$

каждая дробь определяет вид связности индивидуального материала, а правило сокращения позволяет определить природу вторичного эффекта. Это объясняет необходимость использования определяющих соотношений для результирующего композита из магнито-термо-электроупругого материала и вовлечения в конечно-элементное моделирование полного набора узловых неизвестных, даже на этапе решения серии краевых задач по определению эффективных характеристик представительного объема. Используются следующие определяющие соотношения

$$\begin{pmatrix} \sigma \\ D \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C & P^T & Q^T & \vartheta \\ P & K & \lambda & \xi \\ Q & \lambda & \mu & \eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon \\ E \\ H \\ T \end{pmatrix} \quad (1)$$

где σ — тензор механических напряжений; D — вектор электрической индукции; B — вектор магнитной индукции; ε — тензор механических деформаций; E — вектор напряженности электрического поля; H — вектор напряженности магнитного поля; T — температура; C_{ijkl} — коэффициенты упругости; P_{ijk} — пьезоэлектрические модули, Q_{ijk} — пьезомагнитные, θ_{ij} — коэффициенты теплового расширения; K_{ij} — диэлектрическая проницаемость; λ_{ij} — магнитоэлектрическая проницаемость, μ_{ij} — магнитная проницаемость, ξ_i — пироэлектрический и η_i — пирромагнитный тензоры. Заметим, что процесс использования определяющих соотношений в виде (1) для описания всех индивидуальных материалов задача в непростая и сочетает в себе эвристические и эмпирические подходы корректировки отсутствующих модулей для индивидуальных материалов в сочетании с использованием полного набора неизвестных узловых переменных.

О применении генетических алгоритмов при идентификации параметров нелинейных материалов

Лапина П. А.¹, Шубчинская Н. Ю.²

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону
Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

В работе предложен способ определения материальных параметров нелинейного материала по данным о зависимости растягивающей силы от удлинения при растяжении полого цилиндра. Задача идентификации рассмотрена на примере двух модельных нелинейных материалов: полулинейного материала, который характеризуется двумя материальными параметрами, и материала Блейца и Ко, определяемого тремя материальными параметрами.

Карякиным М. И. и его учениками сформулированы и решены краевые задачи о равновесии полого цилиндра при условии отсутствия напряжений на внутренней и внешней боковых поверхностях цилиндра при его растяжении относительно неизвестной функции изменения радиуса цилиндра (*Экологический вестник научных центров ЧЭС*. 2007. № 4. С. 43–48; *Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки*. 2013. № 6. С. 46–51). После определения функции изменения радиуса цилиндра становится возможным определить значение осевой растягивающей силы.

В данной работе параметры нелинейных материалов предложено отыскивать по зависимости осевой растягивающей силы от удлинения цилиндра. Вычисление значения растягивающей силы в данной постановке считаем прямой задачей. Задача идентификации может быть представлена как задача минимизации квадратичного функционала невязки, построенного для осевой растягивающей силы.

Минимизация функционала невязки осуществлена численно генетическим алгоритмом, целевой функцией для которого выступает функционал невязки, а областью поиска является область изменения значений материальных параметров.

Был использован генетический алгоритм, составленный И. В. Барановым (*Вычислительные технологии*. 2006. Т. 11. № 3. С. 14–26).

Проведен ряд численных экспериментов с разными параметрами генетического алгоритма. Погрешность восстановления материальных параметров в среднем составляет 2–3%, и в основном не превышает 5%. При этом количество сгенерированных пробных решений в среднем находится в границах от 1000 до 2000. Не следует выбирать количество разбиений отрезка изменения длины цилиндра более 100, очень большое значение этого параметра не сказывается на реконструкции, но, очевидно, увеличивает время работы программы.

Авторы выражают благодарность Ватульяну А. О. и Карякину М. И. за внимание к работе.

Предельные свойства локально неоднородного континуума в условиях бифуркации решения

Ларченко В. В.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

Ранее автором была предложена модель движения слабо неоднородной вязкой жидкости¹. Особенность постановки задачи состоит в том, что дифференциальный элемент среды обладает различными свойствами, каждое из которых реализуется с некоторой вероятностью. На них не накладывается ограничений кроме условий полноты представлений. Тем самым статистические распределения определяются, так называемыми, «беззаконными последовательностями». При редукции от нанометрового диапазона к макроскопическим масштабам в каждой точке области изменения независимых переменных в этой модели характеристики имеют разрывы 1-го рода порядка $o(1)$. Это утверждение имеет место при переходе от одной ее компоненты к другой. Вместе с тем в параметрах, допускающих вероятностную или дуальную интерпретацию, возможны разрывы порядка $O(1)$. Уравнения автора таковы, что указанные локальные нарушения гладкости не понижают дифференциальных свойств решений.

Особый интерес — формулировки основных законов механики в предложенной парадигме. В рамках этого направления поставлен вычислительный эксперимент с целью ограничения элементов p_{ik} матрицы вероятностей P , используемой при статистическом осреднении во 2-ом законе Ньютона. Расчеты ограничены стационарным конвективным течением в окрестности точек бифуркации. Предполагается, что жидкость ограничена двумя вертикальными изотемическими плоскостями, имеющими температуры $-\theta$ и θ . Гравитационное поле однородное, параметр Прандтля $\lambda = 5.4$, матрица P симметричная, ее порядок $n = 2$. Коэффициент объемного расширения задается двумя членами: $1 - \varepsilon$, $1 + \varepsilon$, $\varepsilon \in [0, 0.05]$ (малое ε отвечает тому факту, что жидкость слабо неоднородная); для теплоемкости $c = (c_1, c_2)$ принято $(0.5, 0.5)$. Получено $\chi \leq 1.736$ при $p \in [0, 0.975]$, $\chi \leq 0.951$ при $p \in [0, 0.95]$. Здесь χ есть отклонение, $\chi = 100(\tilde{\theta}^* - \theta^*)/\tilde{\theta}^*$, где $\tilde{\theta}^*$ — критическое значение θ для связанной системы Навье — Стокса и теплопроводности в приближении Обербека — Буссинеска, а θ^* — это же число в слабо неоднородной постановке, $p = p_{11}$ — элемент матрицы P , $p_{12} = 1 - p$.

На основании результатов эксперимента заключаем — предложенные последовательности параметризованных краевых задач позволяют оценить отклонения координат точек ветвления, если из левой окрестности точки 1 отрезка $p \in [0, 1]$ исключить множество меры $\sim 2.5 \cdot 10^{-2}$. Вместе с тем исследование систем автора предоставляет возможность сформулировать закономерности в отношении изменения собственных значений и условий существования вторичных течений слабо неоднородных жидкостей. В частности, их анализ позволяет указать те критические числа, на которых в типичных случаях отсутствует бифуркация решения.

¹Ларченко В. В. Закон Архимеда в условиях бифуркации решения и частичное осреднение феноменологических переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2011, № 4, С. 708–722

Интеллектуальные методы планирования и обработки результатов экспериментов на основе нечетких выводов

Лобова Т. В., Ткачев А. Н.

*Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ)
им. М. И. Платова, Новочеркасск*

Рассматривается обобщенная формулировка задачи планирования и обработки результатов эксперимента, возникающей при идентификации параметров имитационных моделей, описывающих состояние технических, экологических и экономических систем, а также при построении имитационных моделей прогнозирования показателей, характеризующих их динамику. Показано, что большой круг возможных на практике задач может быть формализовано описан с использованием предложенной обобщенной модели.

Отмечается, что характерной особенностью рассмотренных задач является отсутствие возможности выполнения большого числа экспериментов для оценки точности найденных параметров моделей и обоснованности принимаемых с их использованием решений. Это обстоятельство исключает возможность статистической оценки параметров и проверки гипотез. Предложено для решения задачи идентификации параметров моделей при выполнении экспериментов в условиях неопределенности использовать построенную интеллектуальную систему принятия решений, в основе которой лежит инструментарий теории нечетких множеств и нечетких выводов. Искомые параметры или показатели, характеризующие состояние системы, рассматриваются как лингвистические переменные, термножества которых определяются с учетом опыта применения стандартных четких процедур планирования и обработки эксперимента, а их элементы характеризуют возможный уровень ошибки оценки. Функции принадлежности для каждого значения переменной оцениваются или задаются нормативно, например, путем экспертных оценок. Далее, формируется система нечетких выводов, отражающая сложившийся опыт применения процедур планирования и интерпретации результатов эксперимента. В результате окончательное решение о текущем или будущем состоянии объекта принимается в результате корректировки стандартных процедур оценки с использованием интеллектуальной системы нечетких выводов.

Разработанный подход был реализован в среде MathLab и использовался для оценки состояния экологических объектов и экономических систем. Результаты выполненных расчетов показали, что его применение позволяет в среднем на 5% повысить точность оценок, выполняемых на основе прямой обработки результатов эксперимента.

Исследование предельного состояния
образцов из искусственных хрупких материалов
при одноосном сжатии с учетом внешнего и внутреннего трения

Локшина Л. Я., Костандов Ю. А.

Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского, Симферополь

Работа посвящена разработке метода аналитического расчёта предела прочности горных пород и строительных материалов при одноосном сжатии и является актуальной, поскольку его значение в значительной степени определяет как напряжённо-деформированное состояние горных массивов и строительных конструкций, так и их разрушение.

Рассматривается напряженно-деформированное состояние образца трапециевидной формы из хрупкого материала при одноосном сжатии между плитами пресса с учетом внутреннего трения материала и контактного трения на поверхности приложения нагрузки в предположении, что формирование очагов разрушения в локальных областях происходит на траекториях максимальных эффективных касательных напряжений (ТМЭКН). Под понятием эффективного касательного напряжения понимается активное касательное напряжение за вычетом фрикционной составляющей. Для описания равновесия на ТМЭКН используется критерий Кулона. Получены уравнения для вычисления предельного напряжения в трапециевидных образцах из хрупких материалов при одноосном сжатии с учетом контактного трения на поверхности приложения нагрузки и внутреннего трения материала образцов. Установлена связь между нормальными и касательными напряжениями через углы наклона касательных к ТМЭКН. Получены формулы для определения углов наклона касательной к ТМЭКН, углов поворота ТМЭКН за счет действия контактного касательного напряжения, обусловленного внешним трением на поверхности приложения нагрузки, и положения ТМЭКН в зависимости от приложенной нагрузки. Проведены численные расчеты для трапециевидных образцов из песчанно-цементного материала и из искусственного строительного материала на основе извести карбонизационного твердения. Найдено предельное (разрушающее) напряжение в образце и получены углы наклона касательных к ТМЭКН.

Установлено, что разрушение начинается от верхнего (меньшего) основания трапециевидного образца, а откалывающиеся фрагменты образца имеют форму, близкую к треугольной, поскольку траектория разрушения в образце практически совпадает с перпендикуляром, опущенным из угла на нижнее (большее) основание трапеции. В результате трапециевидный образец приобретает практически прямоугольную форму. Из анализа зависимости углов наклона касательных к ТМЭКН от касательного напряжения на поверхности приложения нагрузки следует, что с ростом касательного напряжения размер откалывающегося фрагмента образца уменьшается.

Исследование монотонной потери устойчивости в системе Шнакенберга

Лысенко С. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе рассматривается система Шнакенберга, моделирующая биохимические процессы и относящаяся к классу систем реакции-диффузии:

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} + a - u + u^2v, \\v_t &= dv_{xx} + b - u^2v.\end{aligned}$$

Система рассматривается на отрезке $x \in [0; \pi]$, на концах которого выполняются краевые условия Неймана. Стационарное состояние называется неустойчивым по Тьюрингу, если оно устойчиво по отношению к пространственно однородным возмущениям (при отсутствии диффузии) и неустойчиво по отношению к пространственно неоднородным возмущениям (при наличии диффузии). Известно, что необходимые условия неустойчивости стационарного состояния по Тьюрингу для системы двух уравнений реакции-диффузии задаются четырьмя условиями, которые должны выполняться одновременно. Два из них соответствуют устойчивости равновесия в пространственно-однородном случае, а два других описывают неустойчивость равновесия в пространственно-неоднородном случае.

Для системы Шнакенберга необходимые условия неустойчивости Тьюринга сводятся к двойному неравенству, которое может быть выполнено только при $d > 1$. Оно задаёт область необходимых условий неустойчивости Тьюринга на плоскости параметров (a, b) . Достаточные условия неустойчивости Тьюринга в настоящее время неполно отражены в литературе. Целью данной работы является нахождение области достаточных условий на плоскости параметров (a, b) , создание компьютерного приложения для её визуализации, а также исследование соотношения областей необходимых и достаточных условий.

Построена область достаточных условий неустойчивости Тьюринга для системы Шнакенберга, исследован её вид и расположение относительно границ области необходимых условий. Аналитически выведена формула дисперсионной кривой в общем виде для k -го волнового числа. Получены формулы для определения волнового числа, соответствующего выбранной комбинации параметров a и b .

Как известно, неустойчивости Тьюринга соответствует монотонная потеря устойчивости исследуемого равновесия, то есть прохождение собственного значения линейной задачи через ноль при критическом значении параметра. Для нахождения вторичных стационарных решений нелинейных уравнений, отвечающих от пространственно-однородного равновесия системы, применяется метод Ляпунова — Шмидта в форме, развитой В. И. Юдовичем. Выведены условия мягкой и жёсткой потери устойчивости в случае точки (a, b) , лежащей на границе области достаточных условий неустойчивости Тьюринга (при критическом значении параметра d).

Автор выражает благодарность своему научному руководителю С. В. Ревиной за постановку задачи и внимание к работе.

Деформирование пластины из пористого материала

Ляпин А. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Работа посвящена выводу уравнений деформирования пористых пластин. Основной вывод уравнений и граничных условий осуществлен на основе вариационного принципа, аналогичного принципу Лагранжа. В качестве примера построены решения для задачи цилиндрического изгиба консольно-защемленной пористой пластины под действием изгибающего момента, сосредоточенной силы и распределенной нагрузки. Отдельно построены и проанализированы решения для задачи изгиба под действием распределенной нагрузки. Продемонстрированы свойства решений задачи по типу погранслоя.

Будем анализировать задачу о равновесии изотропной пластины в рамках плоского напряженного состояния, считая нормальные напряжения $\sigma_{33} = 0$. Тогда удельную потенциальную энергию можно представить в виде:

$$W_0 = \frac{E}{2(1-\nu^2)}(\varepsilon_{11}^2 + 2\nu\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}^2 + 2(1-\nu)\varepsilon_{12}^2) + \frac{1}{2}\xi\varphi^2 + \frac{1}{2}\alpha\varphi_{,k}\varphi_{,k} + \beta\varphi(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})$$

где E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, ε_{ij} — компоненты тензора малых деформаций, ξ , α , β — параметры пористой среды.

После применения ряда преобразований, получим независимую систему дифференциальных уравнений изгиба пористой плиты:

$$\begin{aligned} D\Delta\Delta w - \beta\frac{h^3}{12}\Delta\psi - (p_3^+ - p_3^-) - \frac{h}{2}(p_{1,1}^+ + p_{1,1}^-) - \frac{h}{2}(p_{2,2}^+ + p_{2,2}^-) &= 0 \\ -\alpha\frac{h^3}{12}\Delta\psi + \left(\alpha h + \xi\frac{h^3}{12}\right)\psi - \beta\frac{h^3}{12}\Delta w + \frac{h}{2}(h_3^+ + h_3^-) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

независимую систему дифференциальных уравнений обжатия или деформации пористой плиты в своей плоскости:

$$\begin{aligned} -\frac{Eh}{1-\nu^2}\left(u_{,11} + \frac{1-\nu}{2}(u_{,22} + v_{,12})\right) - \beta h\phi_{,1} + p_1^+ - p_1^- &= 0 \\ -\frac{Eh}{1-\nu^2}\left(v_{,22} + \frac{1-\nu}{2}(v_{,11} + u_{,21})\right) - \beta h\phi_{,2} + p_2^+ - p_2^- &= 0 \\ -\alpha h(\phi_{,11} + \phi_{,22}) + \xi h\phi + h_3^+ - h_3^- &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, h — толщина пластины, u , v , w — соответственно горизонтальные и вертикальные перемещения точек пластины, ϕ , ψ — функции пористости для задачи обжатия и задачи изгиба, p_i — компоненты усилий на поверхностях пластины (\pm соответственно для верхней и нижней поверхности), h_3 — компонента вектора обобщенного усилия.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-17-10217.

Моделирование процесса идентификации дефектов расслоения ткани на основе метода ГИУ

Ляпин А. А., Жигульская Ю. И.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Рассматривается процесс определения параметров локального дефекта в виде расслоения многослойной ткани по измеряемому волновому полю на поверхности в режиме установившихся гармонических колебаний. Для решения прямой задачи определения волнового поля в слоистой среде с плоским ограниченным дефектом между слоями используется метод граничных интегральных уравнений. Построенные с использованием принципа суперпозиции фундаментальные решения для источника в многослойной полуограниченной среде позволяют разделить волновое поле на излучаемое от источника и переотраженные от границ раздела слоев. Это приводит к возможности после решения граничных интегральных уравнений относительно неизвестного распределения перемещений на границе дефекта перейти к определению поля на поверхности ткани, разделив его на составляющие, и применять к их определению наиболее эффективные численные методы.

На втором этапе исследовалась обратная задача по восстановлению размеров дефекта (параметр l) и его положения по полю на поверхности (параметр d). В качестве механизма определения выбранных параметров восстановления применена трехслойная нейронная сеть с обучением по методу обратного распространения ошибки. Для генерации эталонов использовано решение прямой задачи.

Здесь важным являлось выделение как частотного диапазона исследования, так и характеристик волнового поля, используемых для оценки близости решений задачи и наиболее чувствительных к наличию расслоения. В рассматриваемой постановке задачи на процесс выбора характеристик оказывает влияние отсутствие как таковых собственных частот колебаний тела, наличие физической диссипации энергии волнового распространения и явления переотражения волн от границ раздела слоев и дефекта. В частности, в работе рассматривались фазо-частотные характеристики нормального перемещения и амплитудно-частотные характеристики отношения касательного перемещения к нормальному на поверхности среды. Входами сети являлись распределение наблюдаемой характеристики по частотам в различных точках наблюдения (как правило не более, чем в 6), выходами — величины l, d . Установлена чувствительность предлагаемой методики исследования к соотношению физических параметров составляющих слоистой среды. В частности, при более жестком верхнем слое, являющимся низкочастотным фильтром для отраженных от границы дефекта волн, способность восстановления параметров дефекта незначительных размеров ухудшается.

Показана возможность эффективной реализации методики решения задачи для случая упругой и флюидонасыщенной сред, а также ее перенесение на случай дефекта, заполненного жидкостью.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 15-01-04995.

Математическая модель роста кровеносных сосудов

Манжиров А. В., Стадник Н. Э.

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлунского РАН, Москва

Заболевания, связанные с патологическим ростом стенок сосудов, являются основной причиной смертности населения. К наиболее распространенным типам патологического роста в артериальном сосуде относят атеросклероз, процессы роста при инфекционных и иммунных заболеваниях, артериоло- и артериосклероз при гипертонической болезни.

При атеросклерозе в стенку сосуда из крови поступают липиды и белки, что вызывает ее очаговый поверхностный рост в виде атеросклеротических бляшек, которые могут перекрывать кровоток. Аналогичные процессы возникают при инфекционном и иммунном поражении сосуда, причем процесс роста развивается преимущественно внутри стенки сосуда. При артериальной гипертензии возникают артериоло- и артериосклероз. При этом происходит перестройка крупных и мелких артериальных сосудов под воздействием их спазма и повышенного артериального давления. В мелких сосудах и артериолах клетки начинают вырабатывать полупрозрачные массы, напоминающие гиалиновый хрящ. Со временем эти массы становятся более плотными, утолщают стенки и суживают просвет. В стенках крупных сосудов повышается концентрация эластина, после чего происходит замещение эластина коллагеном. Так развивается артериосклероз. В результате сосуд теряет свою эластичность и сужается в просвете. В таких сосудах развивается также и атеросклероз.

Процессы роста стенок сосудов можно описать при помощи математических моделей объемного или поверхностного роста. Остановимся только на процессах поверхностного роста тонкостенных сосудов. Воспользуемся идеями механики растущих тел. Основными переменными краевой задачи для растущего тела выберем тензор скоростей напряжений, тензор деформации скоростей и вектор скорости перемещения. На поверхности роста поставим специфическое краевое условие, зависящее от тензора кривизны поверхности роста и натяга приращиваемых элементов.

Рассматриваются некоторые модельные плоские задачи для упругого тонкостенного поверхностно растущего цилиндра. Условие тонкостенности позволяет изучить конечные перемещения точек цилиндра при условии малых деформаций. Это, в частности, дает возможность решить задачу с точными краевыми условиями на движущейся поверхности. Обсуждаются особенности поведения основных характеристик, зависящие от давления на внутреннюю поверхность цилиндра, натяга притекающих новых элементов и скорости притока этих элементов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 17-01-00712).

Гранично-элементное моделирование динамики электроупругих трехмерных тел с полостями

Марков И. П., Игумнов Л. А.

НИИ механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород

Применение электроупругих материалов во многих областях (например, использование в качестве актуаторов и сенсоров) становится все более распространенным явлением благодаря тому, что такие материалы обладают сильной связанностью между механическим и электрическим полями. Численное моделирование нестационарного динамического поведения трехмерных электроупругих тел играет важную роль при проектировании различных структур, использующих подобные материалы. Для решения подобных сложных динамических задач требуется высокоточный, универсальный и надежный численный метод. Метод граничных элементов (МГЭ) подходит для расчета волновых процессов в средах со связанными полями различной природы.

Для решения начально-краевых задач линейной теории электроупругих трехмерных тел представлен прямой подход метода граничных элементов с использованием интегрального преобразования Лапласа по временной переменной. При постановке задачи подразумевались нулевые начальные условия, отсутствие массовых сил и свободных электрических зарядов. Использовалось регуляризованное граничное интегральное уравнение. Обобщенные динамические фундаментальные и сингулярные решения электроупругости записаны в виде сумм сингулярных и регулярных частей. Сингулярные части представлены в виде интеграла по единичной окружности, а регулярные — в виде интегралов по единичной полусфере. Пространственная дискретизация основана на совместном использовании смешанных граничных элементов и метода коллокаций. Для аппроксимации границы рассматриваемой области применяются четырехугольные квадратичные граничные элементы. Обобщенные перемещения и поверхностные усилия на каждом граничном элементе интерполируются линейными и постоянными функциями, соответственно. Численный метод обращения преобразования Лапласа используется для получения решения во временной области.

С помощью представленного гранично-элементного подхода решена динамическая задача об электроупругом теле под действием нестационарного нагружения и содержащем призматическую полость. Сравнение полученных гранично-элементных результатов с конечно-элементными решениями свидетельствует о высокой точности представленного подхода.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 16-38-60097 мол_a_дк, № 15-08-02814 А, № 15-48-02333 р_поволжье_a и гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-5395.2016.1.

Особенности компьютерного моделирования регенерации костной ткани в объеме пористого имплантата

Маслов Л. Б., Сабанеев Н. А.

Ивановский государственный энергетический университет

Замещение крупных дефектов костной ткани является одной из наиболее актуальных проблем современных реконструктивных операций в травматологии и ортопедии. В большинстве случаев подобные дефекты сопряжены со значительной патологией костей вследствие тяжелых травм (многооскольчатые переломы, огнестрельные повреждения), заболеваний (костные опухоли, тяжелые деформации суставов) и их осложнений (посттравматический остеомиелит, ревизионные оперативные вмешательства).

В настоящее время широкое применение находят объемные заменители значительных дефектов костей в виде имплантатов заданной формы, изготовленных из пористых материалов на основе гидроксиапатита. Механические характеристики подобных искусственных структур (скаффолдов) в зависимости от пористости могут варьироваться в широких пределах, что позволяет подобрать упругие и жесткостные свойства имплантата и обеспечить необходимую прочность всей биомеханической системы «кость-имплантат».

В работе представлено развитие ранее разработанной математической модели регенерации костной ткани, основанной на гипотезе дифференциации клеток под управлением внешнего механического стимула периодического характера. Математический алгоритм построен на численном решении уравнений колебаний среды, описываемой моделью пористого материала, насыщенного жидкостью. Существенным отличием представленного алгоритма от известных моделей регенерации кости в зоне перелома является наличие пористого имплантата. Это приводит к необходимости определения эффективных характеристик композитной структуры, образованной пористым имплантатом и тканью. При этом для расчета напряженно-деформированного состояния композита «имплантат-ткань» необходимо знать пороупругие характеристики сплошной среды в недренированном состоянии материала.

Имитационное моделирование дает возможность исследовать механизм восстановления поврежденных костных элементов опорно-двигательного аппарата человека при наличии динамической нагрузки и теоретически обосновать выбор оптимального периодического воздействия на поврежденные ткани с целью их скорейшего и устойчивого заживления. В частности, построенная модель позволила исследовать влияние частоты и амплитуды стимулирующей нагрузки на процесс восстановления ткани в объеме пористого имплантата, а также влияние раннего нагружения на восстановление упругих свойств костной мозоли. Полученные численные результаты представляются достаточно реалистичными и соответствующими известным медицинским исследованиям процессов регенерации костной ткани.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 15-29-04825.

Анализ методики определения прочности тротуарных плит

Матросов А. А.¹, Серебряная И. А.², Лукинова Н. А.², Бровко Т. Н.²

¹*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

²*Академия строительства и архитектуры ДГТУ, Ростов-на-Дону*

В настоящее время активно развивается промышленность производства мелкоштучных бетонных изделий методом вибропрессования. Данная технология получила популярность благодаря возможности использования жестких бетонных смесей, свойства которых являются гарантом качества, долговечности и оперативности в получении результата.

Задача производителя не только изготовить качественную продукцию для дорожного покрытия с высокими эксплуатационными характеристиками, но и объективно произвести оценку физико-механических характеристик изделия при приемо-сдаточных испытаниях.

Одной из главных характеристик, определяющих область использования мелкоштучных изделий, в том числе тротуарных плиток, является предел прочности при сжатии.

Для определения данного показателя российские производители опираются на ГОСТ 10180-2012 «Бетоны. Методы определения прочности», регламентирующий испытания изготовленных образцов-кубов, и ГОСТ 28570-90 «Бетоны. Методы определения прочности по образцам, отобраным из конструкции».

Практика доказала, что методики испытаний, используемые для оценки качества мелкоштучных изделий, изготовленных с применением малоподвижных бетонных смесей, не всегда приемлемы для получения корректных данных при изготовлении вибропрессованных изделий. Так, изготовление отдельных образцов-кубов, в условиях идентичных изготовлению базовых изделий, вызывает затруднение в связи с особенностями технологического процесса и невозможностью обеспечить в лабораторных условиях вибропрессование для такого образца. С другой стороны, выпиливание образцов из готового изделия не соответствует требованиям ГОСТ 28570-90, в связи с тем, что линейные размеры базового изделия меньше требуемых для испытываемого образца.

В настоящей работе анализируется нормативная база производителей бетонных тротуарных плит некоторых стран с целью адаптирования ГОСТ 17608-91 «Плиты бетонные тротуарные. Технические условия».

Так же в работе с помощью программного комплекса ANSYS методом конечных элементов рассчитываются напряженно-деформированные состояния, возникающие как в рассматриваемой тротуарной плитке, так и в испытываемом образце-кубе. Анализ полученных значений напряжений и деформаций позволяет оценить точность и корректность существующих методик испытаний, регламентируемых ГОСТ.

Влияние износа на основные параметры скользящего термофрикционного контакта

Митрин Б. И., Зеленцов В. Б., Лубягин И. А.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

Для изучения влияния износа покрытия на напряжения и температуру на контакте, а также на термоупругую устойчивость скользящего контакта рассматривается квазистатическая связанная задача термоупругости о скольжении жёсткого тела с постоянной скоростью по поверхности упругого покрытия, сцепленного с жёсткой подложкой. В процессе скольжения тело внедряется в покрытие и осуществляет его абразивный износ. Работа сил трения на контакте расходуется на нагрев и износ покрытия. С помощью интегрального преобразования Лапласа решения задачи получены в виде контурных квадратур обратного преобразования Лапласа. Подынтегральные функции полученных квадратур зависят от четырёх безразмерных параметров, содержащих в себе свойства материала покрытия, коэффициенты трения, износа и теплообмена, скорость скольжения жёсткого тела по поверхности покрытия, начальную температуру покрытия. В ходе исследования подынтегральных функций определены их асимптотические свойства и установлены области устойчивых и неустойчивых решений задачи в пространстве безразмерных параметров задачи. Формулы решений задачи — напряжений, температуры на контакте и по толщине покрытия, а также износа покрытия получены в виде рядов по полюсам подынтегральных функций. Анализ результатов позволил выявить следующие свойства контактного износа:

- Контактные напряжения в рассматриваемой связанной задаче термоупругости изменяются по толщине покрытия, в то время как напряжения соответствующей несвязанной квазистатической задачи не зависят от вертикальной координаты.
- При наличии износа покрытия полюса подынтегральных функций приобретают комплексные значения, что приводит к осцилляции решений задачи, в то время как в отсутствии износа все полюса — действительные при любых значениях параметров задачи.
- Термомеханическая связанность задачи приводит к изменению полюсов подынтегральных функций и, как следствие, границ областей устойчивых и неустойчивых решений.

Полученные решения могут быть использованы как для прогноза износостойкости покрытий, так и для подбора параметров контакта при механической обработке материалов.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ № 16-07-00929-а, 17-07-01376-а, Госзадания Минобрнауки РФ и стипендии Президента РФ № СП-137.2015.1.

Определение максимально допустимого давления в артериальных склеротизированных магистральных сосудах

Михайлин А. А., Бандурин М. А., Нефедов В. В., Нефедова Н. А.
*Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ)
им. М. И. Платова, Новочеркасск*

Артериальное давление с возрастом повышается, особенно когда у человека появляются признаки атеросклероза — склеротическое сужение и уплотнение артерий в результате разрастания в них соединительной ткани с последующим отложением в них солей.

Соединительная ткань разрастается вместо постепенно атрофирующейся мышечной и эластической ткани. Стенки артерий уплотняются, становятся толще, принимают вид извитых, эластичность их уменьшается, просвет сосудов сужается. Такие изменения отмечаются с увеличением возраста человека. Склеротизированные артерии, утрачивая эластичность, становятся хрупкими и ломкими.

Повышение артериального давления в результате физической работы и нервных возбуждений может привести к разрыву склеротизированной артерии, который может произойти в любом органе, вызывая более или менее обильные кровотечения (носовые, почечные и др.). В случае разрыва в мозге крупного сосуда наступает моментальная смерть.

Таким образом, стоит задача определения максимально допустимого давления в магистральных артериальных сосудах без рассмотрения и анализа причин возникновения склеротических изменений в организме. Обычно рассматривают аортальный склероз сосудисто-тромбоцитарного или дислипидемического типов. В нашем исследовании будет принята во внимание диффузная склеротизация стенок магистральных артерий. Такие сосуды имеют неэластичную стенку, которая практически не участвует в обеспечении циркуляции крови и непрерывности её движения по сосудам. К тому же магистральные сосуды проходят через оболочки, состоящие из соединительной ткани, полости и толщу мышечных тканей. Мышцы своим тонусом и работой, а также соединительная ткань оболочек обеспечивают дополнительную прочность стенки при прохождении по ней крови под давлением. При прохождении магистрального сосуда через полость дополнительное упрочнение исчезает и возникает местное ослабление.

Возникает необходимость оценки прочности стенок магистрального сосуда. Была построена модель напряжено-деформированного состояния сосуда. Рассматривались два варианта моделирования участка стенки сосуда, без атеросклероза и с атеросклерозом, при толщине стенки от 0,5 до 1 мм. В первом варианте участок представлял собой стенку с пораженной атеросклерозом ткани, во втором варианте рассматривалась стенка патологического участка, состоящая из здоровой стенки и бляшки. В результате проведённых расчетов определено максимально допустимое давление в сосуде в обоих случаях. Полученные результаты хорошо согласуются с известными данными.

Конечно-элементное моделирование слоистых конструкций в связанных полях

Михайлов И. Ю.¹, Миронов В. А.²

¹*Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону*

²*Рижский технический университет*

Метод обработки материалов импульсным электромагнитным полем широко известен с начала 70-х годов. Он основан на преобразовании электрической энергии, запасенной в накопителе, в импульсное магнитное поле, выполняющее работу пластической деформации заготовки или разгоняющее твердое тело. Среди известных фундаментальных работ в области теоретических исследований импульсного магнитного поля можно выделить работы Г. Кнопфеля, Дитца, В. Михайлова, Д. Монтгомери, Р. Винклера и других учёных. В 80-х годах особенно значительны были успехи в области практического использования импульсного магнитного поля для деформирования металлов. Широко известны исследования, которые выполняли в эти годы такие ученые, как Д. Бауер, Г. Вольф, Л. Хищенко, В. Глуценков.

С начала 2000-х годов центры наибольшей активности в области технологии данного метода обозначились в Германии, США, Китае, России и других странах. Среди удачных технологических применений метода обработки материалов импульсным электромагнитным полем можно назвать обжим труб из алюминия и медных сплавов, формовка оболочек, калибровка трубчатых заготовок, выполнение разделительных и сборочных операций. Большое количество публикаций посвящено использованию данного метода в том числе для уплотнения и деформирования порошковых материалов.

Настоящая работа посвящена моделированию процесса разделения и деформирования твёрдых тел при воздействии на них импульсным магнитным полем. Объект исследования представляет собой две пластины круглого сечения, выполненные методом прокатки или штамповки из стали и меди. Предполагается, что в месте контакта возникает резкое изменение напряжённости импульсного электромагнитного поля, что и способствует разделению заготовки. Основным показателем эффективности процесса служит качество отделенного покрытия, прежде всего отсутствие повреждений и дефектов поверхности покрытия и основы. На процесс отделения покрытия существенно влияют величина импульса напряженности и длительность импульсного магнитного поля, электрофизические и механические свойства материала покрытия и основы, а также прочность сцепления покрытия с основой.

Построена конечно-элементная модель и выполнен численный расчёт напряжённно-деформированного состояния двухслойной заготовки. Получено распределение напряжений в зоне контакта пластин. Можно предположить, что отрыв будет происходить в местах, где напряжения максимальны.

Математическое моделирование механического поведения
слоистых цилиндрических оболочек и панелей,
содержащих электро- и магнитореологические эластомеры

Михасев Г. И.¹, Млечко И. Р.¹, Маевская С. С.²

¹Белорусский государственный университет, Минск

²Витебский государственный университет им. П. М. Машерова

Предлагается модель тонких слоистых цилиндрических оболочек, содержащих слои, изготовленные из «интеллектуального» композиционного материала с адаптивными физико-механическими свойствами. В основу модели положены обобщенные кинематические гипотезы Тимошенко, определяющие нелинейный закон распределения тангенциальных перемещений по толщине пакета и учитывающие наличие сдвигов. Получена система из пяти дифференциальных уравнений относительно вектора перемещений и двух параметров, характеризующих трансверсальные сдвиги, с комплексными коэффициентами, зависящими от приведенных вязкоупругих характеристик (комплексные модули Юнга и сдвига, коэффициент Пуассона) для всего слоистого пакета. В качестве адаптивных материалов рассматриваются магнито- и электрореологические эластомеры (МРЭ и ЭРЭ), механические свойства которых (в частности, комплексный модуль сдвига) меняются под воздействием магнитного (электрического) поля.

Рассматривается три класса задач: 1) потеря устойчивости многослойных цилиндрических оболочек под действием внешнего давления, осевого сжатия, а также кручения при различных граничных условиях с учетом наличия внешнего стационарного физического поля (магнитного или электрического); 2) свободные и вынужденные колебания цилиндрических сэндвич-оболочек и панелей, содержащих МРЭ- или ЭРЭ-ядро, под действием стационарного магнитного (электрического) поля; 3) мягкое гашение бегущих локализованных колебаний (волновых пакетов) в цилиндрических сэндвич оболочках средней длины с МРЭ-ядром под воздействием нестационарного магнитного поля. Показано, что включение в слоистый пакет вязкоупругих «мягких» слоев, изготовленных из МРЭ или ЭРЭ, приводит к появлению значительных сдвигов (в частности, у краев оболочки в случае их шарнирного опирания без диафрагм, а также в случае жесткой заделки краев с диафрагмами), которые, в свою очередь, являются причиной снижения собственных частот свободных колебаний, а также критических нагрузок. Однако увеличение интенсивности действующего магнитного поля (силы тока) приводит к увеличению, с одной стороны, жесткости всей системы и ее несущей способности, а с другой стороны — ее демпфирующих свойств.

Данная работа выполнена как часть задания № 3.4.01 ГПНИ Республики Беларусь «Физматтех» на 2016-2018гг., а также международного проекта PIRSES-GA-2013-610547-TAMER в рамках 7-ой Рамочной Программы Европейского Союза FP7/2007-2013.

Математическое моделирование установки и управления формой стента из материала с памятью формы при проведении хирургических вмешательств в желчевыводительной системе

Молчанова М. С., Лохов В. А., Няшин Ю. И., Кучумов А. Г.,
Туктамышев В. С.

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

В России заболевания желчного пузыря и желчевыводящих путей (желчнокаменная болезнь) занимают третье место по распространенности. По данным министерства здравоохранения России в 2013 году в нашей стране болезнями желчного пузыря и желчевыводящих путей страдало 2,1 млн. человек, к концу 2014 года этот показатель составил 2,12 млн. человек. Для устранения стеноза большого дуоденального сосочка применяются эндобилиарные хирургические методы лечения (например, установка стента из сплава с памятью формы в желчный проток — стентирование), направленные на создание нормального оттока желчи и секрета поджелудочной железы в двенадцатиперстную кишку. На сегодняшний день в литературе и клинических рекомендациях недостаточно представлено биомеханическое обоснование индивидуального выбора хирургической тактики у конкретного пациента. Таким образом, целью работы является математическое моделирование геометрии стента с памятью формы при его установке в ампулу большого дуоденального соска при рубцовом стенозе, для объективизации лечения и повышения качества жизни пациента во время проведения эндобилиарных вмешательств. Для того, чтобы повысить эффективность стентирования и уменьшить вероятность появления послеоперационных осложнений, необходимо подобрать такую форму стента, при которой отток желчи будет близким к показателям нормы (1500 мл/сут). Данная задача разбивалась на несколько этапов. На первом этапе была найдена конфигурация канала, при которой расход желчи будет наиболее близок к нормальным значениям. Далее, с учетом применения теории управления собственными деформациями, предложенной в статьях F. Ziegler, H. Irschik, Ю. И. Няшина, В. А. Лохова, и определяющих соотношений, описывающих поведение сплавов с памятью формы А. А. Мовчана, была решена задача об управлении формой стента за счёт фазовых деформаций (которые являются собственными деформациями) в результате эффекта памяти формы для придания протоку с рубцовым стенозом. Кроме того, необходимо провести оценку напряженно-деформированного состояния в системе «стент — рубцовая ткань — желчный проток», которая рассматривается как три соосных цилиндра с различными свойствами. На стенку протока действует суммарная нагрузка от давления желчи и усилия стента с памятью формы. В результате решения найдено напряженно-деформированное состояние системы. Построены зависимости радиального и окружного остаточных напряжений в желчном протоке от радиуса протока. Также построены зависимости главного радиального и окружного напряжений в стенте, прослойке и желчном протоке. На основе полученных данных сделаны попытки объективизации методики установки стентов с памятью формы при проведении эндобилиарных вмешательств.

Данная работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-08-00718 и при поддержке гранта «Государственное задание 2017–2019».

Вынужденные колебания неоднородного упругого цилиндрического волновода

Моргунова А. В.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Конструкции из неоднородных материалов, в частности трансверсально-изотропных, часто используются в технике, строительстве, биомеханике, машиностроении и многих других областях. В настоящей работе представлен метод исследования вынужденных колебаний неоднородного полого цилиндрического волновода из трансверсально-изотропного материала. Рассмотрен вопрос распространения упругих волн в неоднородном по толщине волноводе кольцевого поперечного сечения.

Разработан метод построения полей смещений для неоднородного трансверсально-изотропного цилиндра от действия локализованных нагрузок. Предложенный метод основывается на применении преобразования Фурье к исходным уравнениям движения и определяющим соотношениям, рассмотренным в цилиндрической системе координат. Решения в трансформантах построены с помощью метода пристрелки и проекционного метода типа Бубнова — Галеркина. Обращение преобразованных решений проведено при помощи численного интегрирования по формулам Филона и теории вычетов.

Отмечена применимость предложенных методов к исследованию полей для различных видов неоднородностей, включая непрерывные, характерные для функционально-градиентных материалов, и кусочно-постоянные, описывающие слоистые структуры. Также стоит отметить использование теории вычетов, в частности, метод приближенного вычисления вычета функции в особых точках, заданной численно. В ранее проведенных исследованиях с применением метода пристрелки были получены дисперсионные множества для исследуемого типа неоднородных волноводов. Информация о положении точек дисперсионного множества необходима для решения рассматриваемой задачи, поскольку вычеты подынтегральной функции необходимо вычислять в особых точках, которые и составляют дисперсионное множество задачи.

Анализ полей перемещений на внешней поверхности цилиндра позволил выявить влияние вида неоднородности на форму волновых полей в цилиндрическом волноводе в различных диапазонах частот. Также проведен сравнительный анализ результатов вычисления интегралов Фурье при помощи прямого численного интегрирования и по теории вычетов. Выявлены особенности структуры полей перемещений в ближней к источнику зоне. Получена оценка точности вычисления интегралов в зависимости от количества учитываемых вещественных и мнимых полюсов.

Численно-аналитический способ решения задачи связанной термоупругопластичности

Мурашкин Е. В.¹, Дац Е. П.²

¹*Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлунского РАН, Москва*

²*Владивостокский государственный университет экономики и сервиса*

Известно, что процессы интенсивного деформирования в упругопластическом материале сопровождаются нагревом в зоне пластического течения. Целью представленной работы является исследование влияния связанности полей пластических деформаций и температуры при быстром нагреве. Предложен численно-аналитический алгоритм расчета температурного поля в одномерной задаче связанной термопластичности.

В качестве модельной задачи использовалась классическая постановка о нагреве поверхности сплошной упругопластической сферы. Аналитические решения для параметров напряженно-деформированного состояния данной задачи ранее были получены в рамках теории температурных напряжений. Известно, что в процессе распространения температурного поля, одновременно могут возникать области разгрузки и пластического течения. В областях разгрузки нестационарное уравнение теплопроводности имеет простейший вид в сферической системе координат. В области пластического течения в уравнении теплопроводности добавляются слагаемые, выражающие источник температурного поля. Для решения системы уравнений теплопроводности использовался классический метод Галеркина. Было сделано существенное предположение о том, что решение в общем виде может быть представлено в виде произведения функций, каждая из которых зависит только от координаты и времени (метод разделения переменных). Функция от координаты была представлена в виде полинома n — степени содержащего n коэффициентов — неизвестных функций времени. Производные по времени заданы при помощи простейшей конечно-разностной аппроксимации.

Показано, что использование предложенного представления функции температуры при решении уравнения теплопроводности автоматически позволяет удовлетворить граничным условиям температурной задачи и условиям равенства температур на упругопластических границах. При этом имеется возможность непосредственного интегрирования по координате выражений, содержащихся в записи функции источника и функций пластических деформаций.

При решении таким способом задачи было установлено, что связанность полей пластических деформаций и температуры имеет наибольшее влияние при быстром нагреве поверхности и учете зависимости предела текучести от температуры. При постоянном пределе текучести поля температуры и пластических деформаций имеют распределения, аналогичные полученным в рамках теории температурных напряжений.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 17-01-00712 А).

Моделирование вязкого турбулентного руслового потока

Надолин К. А.¹, Жиляев И. В.²¹*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*²*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону*

Вопросы математического моделирования гидродинамики русловых потоков имеет большое практическое значение и представляет значительный интерес, как с теоретической, так и с методологической точки зрения. С одной стороны, задачи гидрологии и водопользования требуют решений, удовлетворяющих инженерные потребности, с другой стороны, современный уровень развития прикладной математики и вычислительной техники позволяет перейти от простых гидравлических подходов к более сложным (и потенциально более точным) гидромеханическим. При этом сложность гидродинамических моделей должна быть оправдана в том смысле, что результаты моделирования должны не только воспроизводить наблюдаемые особенности рассматриваемых природных объектов, но и быть более точными по сравнению с гидравлическими формулами.

Важные методологические аспекты моделирования водных объектов обсуждаются, например, в работе В. И. Никишова «От гидравлики открытых потоков — к гидромеханике речных систем» (Прикладная гидромеханика. 2007. Т. 9. № 2–3. С. 103–121), статье D. W. Knight «River hydraulics — a view from midstream» (Journal of Hydraulic Research Vol. 51, No. 1 (2013), pp. 2–18) и других работах, где отмечается специфика, присущая математическим моделям русловых потоков.

В докладе представлены результаты аналитического и численного моделирования турбулентного течения в безнапорном открытом потоке вязкой жидкости. Используется предложенная ранее редуцированная трехмерная математическая модель мелкого протяженного и слабо искривленного руслового течения. Отмечается, что авторы разделяют точку зрения исследователей, считающих, что адекватные математические модели могут быть получены из полных уравнений гидродинамики путем математически обоснованных преобразований. Условия выполнения этих преобразований раскрывают математический смысл тех предположений, которые необходимо сделать относительно изучаемого процесса, и очерчивают круг применимости получаемых математических моделей.

Обсуждаются особенности моделирования естественных русловых потоков, в том числе, при ветровых воздействиях, вызывающих нагон — противотечение в приповерхностных слоях потока. Особое внимание уделено учету турбулентности потока, для чего вводится функциональный параметр турбулентной вязкости. Отмечается зависимость этого параметра от локальных характеристик течения и предлагается формула, связывающая параметр турбулентной вязкости и живое сечение потока.

Концепция магистерской программы
“Computational Mechanics and Informational Technologies”,
когерентной программ европейских университетов-партнеров

Надолин К. А., Карякин М. И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Повышение интереса абитуриентов и студентов к математике и информатике, как основе научных исследований, высокотехнологичного и наукоемкого производства является актуальной задачей современного высшего образования в области естественных наук и инженерии.

Мехмат ЮФУ известен своими достижениями в подготовке специалистов по механике и прикладной математике, которая в прежние годы производилась в основном в интересах научно-исследовательских и проектно-конструкторских организаций. Сейчас молодые люди не видят карьерных перспектив в этих областях деятельности и популярность математического образования среди студентов существенно снизилась. При этом весьма высок спрос на программы обучения, связанные с информационно-коммуникационными технологиями. Также большой интерес у студентов вызывает возможность периода обучения в зарубежных университетах. Поэтому англоязычная магистерская программа, сочетающая прикладную математику и механику с современными информационными технологиями и предполагающая международную академическую мобильность в европейские университеты-партнеры должна заинтересовать и привлечь студентов и абитуриентов.

Мехмат ЮФУ активно сотрудничает с европейскими университетами в форме кредитной академической мобильности в рамках двухсторонних соглашений и программы ЕС Erasmus+. Среди университетов-партнеров Lappeenranta University of Technology (Финляндия), Twente University (Нидерланды), Saarland University (Германия), Vilnius University (Литва) и др. Более глубокой формой сотрудничества является реализация соглашения между мехматом ЮФУ и LUT School of Engineering Science о присуждении двух дипломов (Double Degree Programme). Это соглашение предусматривает пребывание студента магистратуры в университете-партнере в течение одного учебного года и защиту выпускной квалификационной работы (магистерской диссертации).

В докладе представлена концепция новой англоязычной магистерской программы, близкой по структуре и содержанию магистерским программам европейских университетов-партнеров, входящих в Европейский Консорциум Индустриальной Математики (European Consortium for Mathematics in Industry – ЕСМИ), и прежде всего, магистерским программам «Computational Engineering and Technical Physics» и «Computer Science», реализуемым в финском Технологическом университете Лаппеенранты. Выбор партнерского университета объясняется тем, что мехмат ЮФУ сотрудничает с коллегами из Школы Инженерных наук LUT более 10 лет.

Конечно-элементный анализ микро- и наноразмерных спиральных пьезопреобразователей

Наседкин А. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

С использованием современных нанотехнологий можно получать оболочечные структуры микро-, субмикро- и наноразмерной толщины. Такие пленочные объекты перспективны для применений в микроэлектронике, в магнитооптических носителях информации, в MEMS, NEMS и в других устройствах. В данной работе в продолжение исследований В. А. Еремеева и А. А. Гирченко рассматриваются спиральные биморфные пьезопреобразователи микро- и наноразмеров. Для учета наноразмерных факторов использованы модели несвязанных поверхностных электромеханических эффектов. Спиральный пьезопреобразователь считался двухслойным с одним пьезоэлектрическим слоем и с одним упругим слоем. Один торец спирали принимался жестко закрепленным, а все остальные его границы считались свободными от напряжений. Основная особенность пьезопреобразователя заключалась в неоднородной поляризации пьезоэлектрического слоя вдоль криволинейной оси спирали. Последнее связано с тем, что на практике пьезоэлектрический слой поляризуется до скручивания, находясь первоначально на плоской подложке, а затем биморфная структура принимает хиральную форму под действием внутренних напряжений. Оба торца спирали принимались электродированными, и задача заключалась в исследовании собственных частот, коэффициентов электромеханической связи и амплитудно-частотных характеристик биморфной спирали при ее электрическом возбуждении.

Моделирование проводилось с использованием конечно-элементного пакета ANSYS и специально разработанных пользовательских программ на командном языке APDL ANSYS. При этом поляризация пьезоэлектрического материала преобразователя считалась кусочно-однородной на выбранной конечно-элементной сетке так, что в пределах каждого конечного элемента ось поляризации была направлена вдоль касательной к криволинейной оси спирали в центре элемента. Для учета наноразмерных факторов внешняя поверхность конечно-элементной сетки преобразователя покрывалась согласованной сеткой оболочечных элементов с мембранными напряжениями и с поверхностной электрической индукцией.

С использованием разработанных программ в ANSYS были проведены расчеты низших частот электрических резонансов и антирезонансов и построены амплитудно-частотные характеристики электрического импеданса пьезопреобразователя в режиме установившихся колебаний вблизи рабочих резонансных частот при различных значениях поверхностных модулей материалов пьезопреобразователя. В результате проведенных вычислительных экспериментов был сделан вывод об эффективности спирального преобразователя для генерирования различных типов движений, а также оценены возможности определения значений поверхностных модулей по собственным частотам преобразователя.

Работа выполнена в рамках проекта РНФ № 15-19-10008.

Моделирование и конечно-элементная гомогенизация двухфазных композитов стохастической структуры с интерфейсными межфазными границами

Наседкин А. В., Кудимова А. Б.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе рассматриваются смесевые композиты, состоящие из двух, в общем случае анизотропных, упругих фаз, перемешанных случайным образом. Считается, что первая фаза является матрицей материала композита, а вторая фаза состоит из расположенных случайным образом включений. Существенной особенностью композита является предположение о наличии интерфейсных межфазных границ с поверхностными напряжениями. Такие границы характерны для задач с наноразмерными включениями, когда размерные факторы моделируются теорией поверхностных напряжений.

С механической точки зрения эффект интерфейсной границы может быть промоделирован упругой мембраной, располагающейся на поверхности раздела тела с различными материальными свойствами. В более общем случае, вместо мембраны можно рассматривать упругую оболочку. Такой вариант моделирует наличие тонких прослоек на межфазных границах, возникающих, например, при спекании композита.

Для определения эффективных свойств такого композита применяется метод эффективных модулей, согласно которому в представительном объеме решаются шесть статических задач теории упругости со специальными линейными граничными условиями первого рода, либо с постоянными граничными условиями второго рода. После решения этих задач находятся средние по объему напряжения или средние деформации, и по ним — упругие модули жесткости или модули податливости, соответственно.

Для моделирования представительного объема и для решения краевых задач теории упругости использовался метод конечных элементов и программный комплекс ANSYS, для которого были написаны пользовательские программы на языке APDL ANSYS. Представительный объем вначале создавался в форме куба, равномерно разбитого на упругие кубические конечные элементы первой фазы. Затем датчиком случайных чисел в зависимости от доли включений для ряда кубических элементов их материальные свойства модифицировались на свойства материала второй фазы. С использованием специального алгоритма выбирались границы между элементами первой и второй фаз, и на этих границах помещались оболочечные конечные элементы с опциями только мембранных напряжений.

Проведенные тестовые расчеты показали, что интерфейсные границы могут оказывать существенное влияние на величины эффективных модулей, причем важны как значения поверхностных модулей жесткости, так и размеры интерфейсных границ. Аналогичный подход может быть распространен и на композиты более сложной структуры, в том числе на термоупругие, пьезоэлектрические, магнитоэлектрические композиты.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ № 16-01-00785-а.

Расчет эффективных модулей регулярной композитной структуры на примере кирпичной кладки из сплошных и пустотелых кирпичей

Наседкина А. А., Рожковецкий А. О.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе представлен интегрированный подход к гомогенизации кирпичной кладки и определению ее материальных свойств с учетом внутренней структуры. Кирпичную кладку можно рассматривать как двухфазный регулярный композит, состоящий из материалов кирпича и раствора. Для расчета эффективных свойств кирпичной кладки мы используем метод эффективных модулей. Согласно этому методу, рассматривается представительный объем, представляющий собой ячейку периодичности регулярной композитной структуры. Далее с помощью метода конечных элементов решаются несколько краевых задач теории упругости со специальными граничными условиями для неоднородной среды представительного объема. Заметим, что число таких задач зависит от предполагаемого вида анизотропии композитного материала как однородной среды. Осреднение полученных результатов решения указанных задач по представительному объему позволяет найти полный набор эффективных модулей композитной структуры.

Для иллюстрации предложенного метода были рассмотрены несколько примеров кирпичной кладки с различными видами кирпичей. В качестве представительного объема была рассмотрен фрагмент кирпичной стены толщиной в один кирпич, представляющий собой ячейку периодичности по длине и ширине стены. Рассматриваемый фрагмент кирпичной кладки состоял из одного целого кирпича и четырех половинок кирпичей вместе с раствором между кирпичами. Были изучены варианты гомогенизации для одной ячейки периодичности и для укрупненных блоков, состоящих из нескольких базовых ячеек периодичности. Размеры кирпичей и толщина раствора были фиксированными, при этом моделировались случаи сплошных, пористых, а также содержащих крупные пустоты кирпичей. Для учета пористости кирпичей в кладке на микроуровне были предварительно решены задачи определения эффективных свойств пористых кирпичей как композитных тел со случайной структурой пористости. После этого в ячейках периодичности кирпичной кладки на макроуровне пористые кирпичи рассматривались как однородные тела со своими эффективными свойствами.

Фазы кирпича и раствора моделировались как линейные изотропные материалы. Для полученной однородной композитной структуры предполагалось анизотропное поведение, поэтому для определения 36 компонент матрицы упругих модулей размером 6×6 потребовалось решить 6 краевых задач, каждая из которых позволила найти одну строку матрицы упругих модулей.

Результаты расчетов эффективных свойств кирпичной кладки показали, что для кладки из сплошных кирпичей матрица упругих модулей симметрична и характеризуется 9 различными отличными от нуля компонентами, и таким образом полученная композитная структура является ортотропной. Также было выявлено, что значения упругих модулей зависят от геометрии представительного объема и размера пустот кирпичей.

О постановке задач
для предварительно напряженных неоднородных электроупругих тел

Недин Р. Д.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Одними из наиболее перспективных неоднородных пьезоэлектриков являются функционально-градиентные пьезоэлектрики (ФГПЭ), основная особенность которых состоит в непрерывном изменении электрических и механических свойств. В отличие от дискретных свойств слоистых композитов, это свойство не приводит к разрушению в результате расслоения, вызванного концентрацией напряжений в пограничных зонах. Тем самым функциональный градиент материальных свойств определяют структурную целостность и прочность всего изделия. Задачи о распространении упругих и электроупругих волн в изотропных, анизотропных и пьезоэлектрических материалах изучаются довольно давно; отдельный интерес представляют задачи о распространении поверхностных акустических волн (ПАВ). На практике в ПАВ-приборы часто внедряют предварительно напряженные элементы с целью улучшения их рабочих характеристик или выбора наиболее оптимальных условий функционирования. С другой стороны, в пьезоэлектриках часто образуется неучтенное напряженно деформированное состояние (ПНДС) в процессе производства, проведения технологических операций, в результате механических или температурных воздействий. Необходимо отметить, что литературы, посвященной разработке моделей и расчету стержней и пластин с учетом ПНДС и связанных полей, относительно мало.

Одним из наиболее эффективных методов реализации неразрушающей реконструкции произвольных неоднородных свойств твердых тел является акустический метод. В настоящей работе представлена общая линеаризованная постановка краевой задачи о колебаниях неоднородного пьезоэлектрического тела, находящегося в предварительном напряженно-деформированном состоянии. Получена слабая постановка общей задачи для произвольных пробных функций, удовлетворяющим главным граничным условиям задачи. Сформулирован общий вариационный принцип для предварительно напряженного пьезоэлектрического тела, предложено несколько вариантов представления потенциальной энергии. На основе сформулированных принципов можно построить частные постановки краевых задач для преднапряженных пьезоэлектриков, в частности, об установившихся продольных колебаниях неоднородного пьезоупругого предварительно напряженного стержня и об установившихся радиальных колебаниях неоднородного поляризованного по толщине предварительно напряженного тонкого диска.

Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных исследований по стратегическим направлениям развития науки Президиума РАН №1 «Фундаментальные проблемы математического моделирования» (114072870112) «Математическое моделирование неоднородных и многофазных структур», Гранта Президента Российской Федерации МК-5440.2016.1, РФФИ (№ 16-01-00354, № 16-38-60157 мол_а_дк).

Показатели субъективного культурного опыта студентов технических вузов

Неклюдова Г. А.¹, Булавкина Т. А.², Евтух Е. С.¹

¹*Брянский государственный технический университет*

²*Брянский государственный инженерно-технологический университет*

Субъективный культурный опыт личности студента технического вуза структурируется под воздействием системы высшего образования, общественного мнения, личностных особенностей и установок и т. п. Профессиональная состоятельность и высокий уровень профессиональной компетентности студента, как идея современной высшей школы, должна соединяться с идеей качественного проживания личностью периода студенчества. Познание некоторых сторон внутренних механизмов перехода воспитания как внешнего воздействия в воспитание как внутреннее присвоение ценностного отношения личности возможно посредством анализа когнитивных концептов реальности, заключенных в биполярных конструктах, которые создает личность для структурирования собственной картины мира. Хотя источники влияния на формирование личностного опыта могут быть не известны, проявление этого влияния может отразиться на возникающих новообразованиях (чаще усложнениях) личности. Для этой цели нами была предпринята попытка использовать методику репертуарных решеток Дж. Келли. Репертуарная решетка, специально настраивалась нами на выявление конструктов в сфере высшего образования и на установление связей между предлагаемыми социальными ролями. В процессе эксперимента был проведен статистический анализ 1540 конструктов, созданных студентами.

В целом, конструкты будущей профессиональной деятельности в структуре личности студентов 1 курса представлены в меньшем объеме, нежели учебные. В ходе анализа выяснилось, что учебно-профессиональные конструкты полностью отсутствуют у 3,7% студентов первого курса, которые впоследствии (на 2, 3, 4 курсах) были отчислены за неуспеваемость. Конструкты «добиться успеха в жизни — не добиться успеха» (встречается у 53,2% студентов). Половина студентов использует конструкт «быть хорошим специалистом — не быть специалистом». А конструкт: «любить свою работу (профессию) — не любить», создает только десятая часть студентов. Создание таких конструктов отражает реальное, довольно расплывчатое, представление студентов о получаемой будущей профессии. Конструкт, отражающий значимость стремления быть культурным, мы встретили у пятой части студентов, а конструкт, отражающий значимость быть интеллигентными только у 11,2% студентов. Эрудиция, как конструкт, встречается у 30% студентов. Внимание же на то, сколько читает человек, обращает только десятая часть студентов.

Студенты, имеющие в своей когнитивной структуре конструкты, отражающие безразличие к учебе (10,3%) или не имеющие каких-либо конструктов, связанных с учебной или профессиональной деятельностью, представляют собой группу «риска», с большой вероятностью прогноза на отчисление.

О некоторых задачах термоупругости для материалов с неоднородными покрытиями

Нестеров С. А.

Южный математический институт — филиал ВНИИ РАН, Владикавказ

В современных конструкциях в качестве защитных или усиливающих элементов часто используются тонкослойные покрытия, связанные с основной конструкцией при помощи различных технологий напыления, сварки, осаждения. Кроме слоистых в последнее время широко применяются и функционально-градиентные покрытия. Неоднородные покрытия с непрерывно изменяющимися по глубине упругими свойствами (функционально-градиентные покрытия) дают возможность снизить концентрацию напряжений в зоне сопряжения покрытия с подложкой. Большинство известных в литературе результатов по деформированию неоднородных материалов получены при специальных предположениях о законе изменения функционально-градиентных свойств (экспоненциальном, степенном), которые дают возможность использовать явные аналитические решения для соответствующих дифференциальных уравнений. Актуальной является задача для широкого класса законов изменения неоднородности покрытия.

В работе покрытие, нанесенное на изделие, моделируется в виде термоупругого слоя с неоднородными по глубине термомеханическими свойствами — коэффициентом теплопроводности, удельной теплоемкостью, модулем упругости, плотностью, коэффициентом температурного напряжения. Исследуются задачи о колебаниях термоупругих тел (слоя и длинного полого цилиндра) с тонкими функционально-градиентными покрытиями. После применения преобразования Лапласа задачи термоупругости решаются численными методами. Задача для слоя в трансформантах решается на основе метода сведения к системе интегральных уравнений Фредгольма второго рода, а задача для цилиндра — на основе метода пристрелки. В качестве метода обращения преобразования Лапласа используется численный метод Дурбина. Проведено тестирование предложенных методов решения задач на примере покрытий из однородных материалов, часто используемых на практике. Определены параметры дискретизации численного решения задач, при которых погрешность решения не превышает 1%.

В ходе вычислительных экспериментов проведен анализ влияния жесткости (мягкости) покрытия, монотонно и немонотонно изменяющихся характеристик в приповерхностном слое, способов возбуждения колебаний (тепловой и механический), относительной толщины покрытия, параметра термомеханической связанности на распределение температуры, теплового потока, смещения и напряжения по толщине материала.

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН «Фундаментальные проблемы математического моделирования» (№ 114072870112).

Обратные задачи термоэластостатики для неоднородных тел

Нестеров С. А.

Южный математический институт — филиал ВЦ РАН, Владикавказ

В последнее время задачи термоэластостатики для неоднородных тел вызывают большой интерес в связи с широким внедрением функционально-градиентных пироматериалов. При этом точность математического моделирования механического поведения неоднородных пироматериалов зависит от знания законов изменения неоднородности термоупругих и электроупругих характеристик. Задача идентификации законов изменения неоднородных характеристик термоэластостатических тел относится к коэффициентным обратным задачам (КОЗ) термоэластостатики, которые практически не исследованы.

В работе представлена общая постановка нелинейной КОЗ для неоднородного термоэластостатического тела. На основе обобщенного соотношения взаимности и метода линеаризации получены операторные уравнения, позволяющие организовать итерационный процесс по восстановлению неоднородных характеристик. В качестве конкретных примеров рассмотрены КОЗ термоэластостатики для слоя и цилиндра.

Прямые задачи для слоя и цилиндра после применения преобразования Лапласа и исключения электрического потенциала сводятся к задачам термоэластостатики с модифицированными коэффициентами. Задача для слоя в трансформантах решается на основе метода сведения к системе интегральных уравнений Фредгольма второго рода и обращении решений на основе теории вычетов. Задача термоэластостатики для цилиндра решается на основе метода пристрелки и обращении трансформант на основе метода Дурбина. Проведено тестирование предложенных методов решения задач на примере однородных материалов, часто используемых на практике. В ходе вычислительных экспериментов проведен анализ влияния монотонно и немонотонно изменяющихся характеристик, способов возбуждения колебаний (тепловой и механической), параметров связанности на распределение физических полей по толщине материала.

Для решения обратной задачи термоэластостатики для слоя и цилиндра построен итерационный процесс, на каждом этапе которого находятся поправки восстанавливаемых характеристик путем решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Проведена серия вычислительных экспериментов по восстановлению монотонных и немонотонных законов неоднородности. Выяснено влияние зашумления входной информации, характера нагружения, параметров связанности на результаты идентификации. Даны практические рекомендации по определению наиболее информативных временных интервалов для измерения входной информации.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 16-01-00354) и программы Президиума РАН «Фундаментальные проблемы математического моделирования» (№ 114072870112).

Математическая модель коррекции формы роговицы глаза

Никитин И. С.¹, Журавлев А. Б.², Ирошников Н. Г.³, Якушев В. Л.¹

¹*Институт автоматизации проектирования РАН, Москва*

²*Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлунского РАН, Москва*

³*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова*

В работе предложена механико-математическая модель интрастромальной коррекции формы роговицы глаза при кератоконусе. Кератоконус — заболевание глаза, при котором роговица принимает коническую форму. Кератоконус может привести к серьёзному ухудшению зрения. Суть операции коррекции формы роговицы состоит в следующем. В ходе операции фемтосекундным лазером в структуре роговицы выполняют два полукруглых микроканала для последующего помещения туда имплантов. Импланты представляют собой два кольцевых сегмента с радиусом большим, чем радиус подготовленных каналов. Материал имплантов — полиметаметилкрилат. Эти гибкие кольцевые сегменты, вставленные в микроканалы, стремятся восстановить свою начальную форму, тем самым деформируя и растягивая роговицу. При этом разглаживается дефект ее формы — кератоконус.

В предложенной механико-математической модели коррекции кератоконуса решается задача совместного контактного деформирования гибких кольцевых сегментов и роговицы глаза. Деформирование кольцевых сегментов описывается дифференциальным уравнением изгиба криволинейного стержня. Деформирование роговицы глаза с дефектом рассчитывается методом конечных элементов как трехмерная упругая задача для слоя сферического сегмента со сглаженным коническим выступом на вершине. На основе этой модели разработан программный комплекс, позволяющий рассчитывать изменение формы роговицы после внедрения имплантов. Основные расчеты проводились для треугольного сечения кольцевого сегмента, используемого в медицинской практике. При этом было учтено внутреннее глазное давление на склере и роговицу. В результате измерений, сделанных до и после операции коррекции кератоконуса у пациентов клиники микрохирургии глаза, координаты реальных поверхностей роговицы представлены в виде полиномов Цернике. На основе этих данных была проверена работоспособность модели и получено удовлетворительное совпадение результатов расчета и фактической формы роговицы после операции при заданных параметрах импланта. Предложенная механико-математическая модель позволяет оптимизировать геометрические и механические характеристики кольцевого сегмента, вставляемого в роговицу для коррекции дефекта.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ 15-29-03895офи_м.

Плоская потеря устойчивости нелинейно-упругого цилиндра при радиальном сжатии

Обрезков Л. П.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Целью настоящей работы являлось изучение явления неустойчивости предварительно напряженного тела. Для различных моделей нелинейно-упругого поведения рассмотрен процесс нагружения по боковой внешней поверхности кругового нелинейно-упругого полого цилиндра равномерным давлением. Предварительные напряжения обуславливаются влиянием клиновидной дисклинации на процесс радиального сжатия полого цилиндра. Рассматриваются случаи, когда параметр дисклинации принимает значения больше и меньше единицы, т. е. так называемые положительная и отрицательная дисклинации. Для решения задачи применялся полуобратный метод. Посредством этого метода трехмерная задача сведена к исследованию нелинейной краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Для решения задачи устойчивости применялся метод линеаризации. В качестве метода линеаризации использовался метод наложения малой деформации на конечную. Используя полученные таким образом уравнения нейтрального равновесия, находится положение тела, которое отличается от первоначального на некоторую малую деформацию и существует без приложения дополнительных поверхностных сил. Такое равновесное состояние называется нейтральным, когда сколь угодно малой добавкой к параметру, характеризующему деформацию, тело может быть переведено из данного состояния в неустойчивое положение равновесия. Точку потери устойчивости будем отождествлять с точкой существования нетривиального решения линейной однородной краевой задачи. Использование таких подходов также позволяет провести компьютерную автоматизацию исследования равновесия и устойчивости, что и было проделано с использованием системы компьютерной алгебры Maple.

В результате исследования были получены уравнения равновесия и устойчивости, на плоскости параметров «коэффициент дисклинации» — «безразмерное внешнее давление» построены области устойчивости при сжатии для цилиндров из одноконстантной упрощенной модели материала Блейтца и Ко, двухконстантной модели Кирхгофа–Сен-Венана, а также для цилиндров из стали REX535 и оргстекла, описываемых пятиконстантной моделью Мурнагана. Также для всех рассмотренных материалов были найдены случаи потери устойчивости, происходящие только за счет внутренних напряжений, без приложения внешнего давления.

Автор выражает глубокую благодарность М. И. Карякину за постоянное внимание и большую помощь в работе.

Напряженно-деформированное состояние фиброзного кольца митрального клапана при недостаточности ишемического генеза

Овчаренко Е. А.¹, Клышников К. Ю.¹, Глушкова Т. В.¹, Коков А. Н.¹,
Сизова И. Н.¹, Нуштаев Д. В.², Одаренко Ю. Н.¹

¹НИИ комплексных проблем сердечно-сосудистых заболеваний, Кемерово

²ООО «Тесис», Москва

Реконструктивные вмешательства на митральном клапане являются стандартом лечения ишемической митральной регургитации, однако, несмотря на успешные ближайшие клинические результаты имплантации колец для аннулопластики, до 30 % случаев в отдаленном периоде сопряжены с повторной регургитацией вследствие развития паравальвулярной фистулы — в результате отрывы манжеты от фиброзного кольца. В связи с этим, для адекватного выбора конкретных колец для пациента, а также разработки новых медицинских изделий, актуальна задача создания метода, позволяющего оценивать механическое воздействие окружающих тканей в месте имплантации с учетом патологического состояния сердца.

Разработанный метод основан на визуализации рентген-контрастных колец для аннулопластики до имплантации и имплантированных в митральную позицию, с последующим выделением контура кольца (сплайна) с использованием программного обеспечения Mimics и экспортом данных в программу Matlab. Реализованный алгоритм Matlab осуществляет автоматическое взаимное позиционирование моделей геометрии исходного и имплантированного (в систолу и диастолу) кольца, интерполяцию геометрии, вычисление векторов перемещения узлов конструкции и формирование input-файла для комплекса инженерного анализа Abaqus, с последующим расчетом напряженно-деформированного состояния на основе метода конечных элементов с использованием балки Тимошенко. Исходная условная жесткость материала балки определена путем воспроизведения методом конечных элементов эксперимента по продольному и поперечному сжатию параллельными пластинами с использованием универсальной испытательной машины Zwick/Roell.

Исследование было выполнено на основе клинических результатов имплантации колец для митральной аннулопластики Edwards Physio I, Sorin Memo 3D, StJ Medical Segun и Medtronic Future CG. В ходе эксперимента также проводили оценку состояния створчатого аппарата и геометрии фиброзного кольца митрального клапана до- и после имплантации методом чреспищеводной 3D эхокардиографии.

По результатам исследования, было получено распределение деформированного состояния кольца, силы внешнего воздействия на узлы конструкции, определены наиболее нагруженные зоны и зоны наибольшего напряжения.

Разработанный метод оценки напряженно-деформированного состояния фиброзного кольца митрального клапана продемонстрировал состоятельность, может быть использован в дальнейших исследованиях, в том числе в случае органического поражения митрального клапана.

Разработка расчетных модулей и инструментов визуализации для клиент-серверной версии пакета ACELAN

Оганесян П. А., Надолин Д. К., Холостов С. И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе рассматривается набор технологических решений, позволяющих проводить расчеты задач теории электроупругости и магнитоупругости в клиент-серверной версии пакета ACELAN. На сегодняшний день ряд распространенных CAE пакетов допускает проведение расчета задачи на сервере, запущенном независимо от графической оболочки или с использованием вычислительной сети, например, ABAQUS, ANSYS Distributed Solve Option. Аналогичное решение разрабатывается в рамках комплекса ACELAN. Дополнительные модули комплекса, необходимые для реализации web-интерфейса приложения и серверных вычислений, представлены специальным программным интерфейсом, браузерным клиентом для отображения и редактирования трехмерных моделей и серверным решением, производящим непосредственно решение задачи. Программный интерфейс основан на формате JSON и позволяет передавать данные о конечно-элементном разбиении, материальных свойствам тел в модели, граничных условиях и результатах решения. Клиентское приложение построено на технологии WebGL, которая позволяет сделать графический интерфейс пакета кросс платформенным. Графический интерфейс позволяет просматривать геометрию в 3D, отображать скалярные результаты решения в виде тепловых карт и векторные в виде векторных полей. Учитываются специфические способы отображения для двухкомпонентных композитов с различными классами связности. Также разработаны графические решения для ввода данных о моделируемой задаче, включая ввод материальных констант для изотропных и анизотропных материалов. Дополнительным плюсом является возможность проводить моделирование на вычислительных машинах с ограниченными ресурсами, так как все ресурсоемкие вычисления выполняются на стороне сервера. Построенное на платформе .NET, серверное приложение может развернуто на отдельной вычислительной машине или на масштабируемой облачной платформе, что позволит эффективно использовать вычислительные мощности в зависимости от сложности рассчитываемой модели. Данная модель распространения пакета отвечает требованиям современных учебных заведений и позволяет в кратчайшие сроки развернуть пакет в вычислительных лабораториях. Расчетные модули для решения идентификационных задач с неоднородными телами на основе представительных объемов реализованы в виде динамически подключаемых библиотек, что позволяет использовать одни и те же модули в клиент-серверной и полной версиях пакета. В работе рассмотрены примеры использования различных конфигураций пакета и сравнение требуемых вычислительных ресурсов. Разработанные решения позволяют реализовать новые сценарии взаимодействия исследователей и учащихся с конечно-элементными комплексами.

Работа выполнена при поддержке гранта в рамках проектной части государственного задания (9.1001.2017/ПЧ).

Математическое моделирование виброкипящего слоя на основе метода дискретных элементов

Орлова Н. С.

Южный математический институт — филиал ВНИИ РАН, Владикавказ

Для описания виброкипения тонких слоев (монослоев, т.е. слоев с толщиной засыпки, высота которых равна одному или полтора размерам частиц) целесообразно использовать метод дискретных элементов. Движение частиц при таком методе описывается как детерминированное движение их достаточно представительного дискретного набора. В вычислительном отношении такой подход является достаточно трудоемким, так как для имитации движения слоя частиц требуется проведение большого числа расчетов движения отдельных частиц.

Для проведения вычислений по виброкипению относительно тонких слоев использовался свободный открытый программный код LIGGGHTS, в котором реализован МДЭ. Рассматривалось виброкипение частиц силикагеля, средний диаметр которых равен 4 мкм. Толщина слоя составляла 6 мкм. Результаты расчетов были получены при амплитуде колебаний 1,5 мкм, частоте 24 Гц и 28 Гц, а также при амплитуде 2 мкм и частоте 36 Гц. Полученные результаты расчетов сравнивались с ранее полученными результатами экспериментов. Следует отметить, что в качестве значения коэффициента восстановления в случае столкновения частиц друг с другом использовалось значение $e = 0,15$, полученное по результатам экспериментов.

По результатам вычислений были построены средние по времени графики изменения объемной доли частиц по высоте слоя. Средние по времени кривые распределения объемной доли частиц, полученные в результате расчетов, удовлетворительно описывают экспериментальные данные. В нижней и верхней части слоя по результатам расчетов значения объемной доли частиц занижены по сравнению с экспериментальными данными, в средней части слоя — завышены. В самой верхней части слоя наблюдаются единичные частицы (в этих зонах значение объемной доли частиц не превышает 0,1). Во всех случаях, площадь области, ограниченной расчетной кривой, примерно совпадает с площадью области, ограниченной экспериментальной кривой, что свидетельствует о качественном совпадении результатов.

Кроме того, было проведено сравнение результатов расчетов среднего значения высоты виброкипящего слоя с экспериментальными данными. В целом, результаты расчетов удовлетворительно описывают экспериментальные данные.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований по стратегическим направлениям развития науки Президиума РАН I.33П «Фундаментальные проблемы математического моделирования. Фундаментальные проблемы факторизационных методов различных областях. Алгоритмы и математическое обеспечение для вычислительных систем сверхвысокой производительности».

Одномерные модели деформирования электроактивных полимеров

Панфилов И. А., Ермаков Д. А.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

К электроактивным диэлектрическим полимерам (ЭАП) относят полимеры, способные изменять форму при приложении к ним электрического напряжения, а также преобразовывать механические воздействия в электрическую энергию. Условно, этот эффект можно описать, как сжатие под действием электростатических сил, или представить ЭАП в качестве конденсатора, который изменяет свою емкость при приложении электрического поля.

По аналогии с пьезокерамикой, можно сказать, что ЭАП обладают обратным и прямым эффектом преобразования энергии. Однако, по сравнению с пьезокерамикой, ЭАП обладают специфичными свойствами, а именно, возможностью испытывать большие деформации (100 и более процентов), возможностью изготовления форм сложной геометрии, имеют относительно небольшой вес и др. Благодаря этому ЭАП находят большое применение в моделировании приводов, в том числе моделировании биологических материалов, в частности мышц (Bar-Cohen Y. EAP history, current status, and infrastructure. In: Bar-Cohen Y, editors. *Electroactive Polymer (EAP) Actuators as Artificial Muscles*. Bellingham, WA: SPIE press; 2001, p. 3–44). Кроме того, ЭАП имеют меньшее «время отклика», чем материалы с памятью форм.

Не менее интересным является прямой эффект преобразования механической энергии в электрическую, что позволяет проектировать различные «гибкие» сенсоры и датчики, а также генераторы электромеханической энергии. Если пьезоэлектрогенераторы, получившие в настоящее время большое распространение, наибольшую эффективность имеют в преобразовании энергии высокочастотных колебаний, то особенностью генераторов из ЭАП является их возможность с высокой степенью эффективности «собирать» энергию от стационарных процессов (Costachea F.-A. et al. *Polymer energy harvester for powering wireless communication systems*. In: *Procedia Engineering*, Volume 120, 2015, p. 333–336).

В данной работе представлены основные уравнения электродинамики для моделирования ЭАП и постановки краевых задач без учета магнитных эффектов.

Для примера рассмотрена модель привода ЭАП с плоским конденсатором в центре и тонкими электроактивными полимерными слоями из квази-несжимаемого материала по краям. На полимерные слои нанесена проводящая пленка с электродами. При подаче разности потенциалов происходит сжатие полимера и, соответственно, расширение в других направлениях.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Исследование клиновых мод в зависимости от профиля сечения

Паринова Л. И.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Для дефектоскопии и акустики актуальны задачи о распространении поверхностных акустических волн в топографических волноводах с различным поперечным сечением: треугольным, прямоугольным и трапециевидным. Особенности формирования таких волн используются при создании акустоэлектронных устройств обработки сигналов в радиоэлектронных системах. Наиболее исследованы клиновые волны, обладающие низкой скоростью, меньшей релеевской. Аналитически был доказан результат о существовании поверхностных волн, распространяющихся вдоль ребра клина, при этом волновое поле локализуется вблизи ребра. Ранее численно было изучено распространение волнового поля вдоль бесконечного клина в рамках теории пластин переменной толщины. Было доказано, что в этом случае волновое поле не обладает дисперсией. Также в рамках теории пластин была рассмотрена задача о распространении упругой волны вдоль ребра жестко заземленного клина конечной высоты с малым углом раствора, численно на основе метода Ритца были построены дисперсионные соотношения для нескольких ортотропных материалов. В представленной работе изучается распространение нормальных волн в топографическом волноводе с трапециевидным поперечным сечением из ортотропного материала. В рамках гипотезы пластины переменной жесткости составлен функционал, аналогичный функционалу Гамильтона — Остроградского, содержащий два спектральных параметра. Отметим, что изучаемые типы движений отсутствуют для симметричного случая, поэтому в работе рассматривается только антисимметричный случай. Определена зависимость значения волнового числа от безразмерной частоты колебаний в случае распространения упругой волны в волноводе с трапециевидным поперечным сечением. Для численного нахождения дисперсионных зависимостей использован метод Ритца для специальных координатных функций, удовлетворяющих главным граничным условиям заземления на одной из граней. В ходе проведенных исследований изучена сходимость метода Ритца при изменении числа координатных функций, получены результаты для ортотропных материалов, построены дисперсионные зависимости, проведено сравнение с результатами исследованной ранее задачи для жестко заземленного клиновидного волновода конечной высоты. Получены результаты в задаче о распространения упругой волны для волновода с вытянутым прямоугольным поперечным сечением.

Автор выражает благодарность проф. Ватульяну А.О. за внимание к работе.

О применении информационных технологий в учебном процессе

Паринова Л. И.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

В конце 20 века общество вступило в постиндустриальную эпоху. Появились новые возможности для организации образовательной деятельности и мотивации студентов к обучению. В учебном процессе начали применяться кардинально новые для учебно-познавательной деятельности студентов компьютерные технологии.

Сегодня, в зависимости от целей и задач конкретной дисциплины, преподаватели могут выбирать как традиционные технологии обучения: лекции, практические занятия, семинары и лабораторные практикумы, так и принципиально новые: электронные курсы, которые состоят из уникальных электронных учебных пособий, методических рекомендаций для выполнения практических заданий, текстов лекций, презентаций и видеолекций. Электронные курсы размещаются на сайтах вузов и находятся в свободном доступе. В отличие от традиционных форм обучения, применение информационных технологий способствует повышению мотивации и развитию самостоятельности обучающихся. У студента появилась альтернативная возможность удовлетворить свои потребности в образовании — углубленно изучить некоторые разделы дисциплины, а в случае непосещения занятия — своевременно получить материал, изучаемый на пропущенной лекции, или получить практическое задание.

Благодаря электронным курсам, у студентов формируется новый стиль мышления и повышается мотивация к получению новых знаний, процесс обучения облегчается, аудиторная нагрузка преподавателей сокращается, освобождается время для занятия научно-исследовательской деятельностью. Применение электронных курсов и консультации с преподавателем посредством Сети Интернет актуальны для студентов, обучающихся по индивидуальному графику, для студентов заочной формы обучения, а также для инклюзивного образования.

В вузах страны широко развивается дистанционное обучение, которое представляет собой неизвестную ранее форму организации учебного процесса. Компьютеры высших учебных заведений имеют доступ к крупным научным библиотекам. Поэтому, занимаясь учебной и научно-исследовательской деятельностью, студенты и преподаватели легко могут найти необходимую информацию. Помимо традиционного экзамена или зачета появилась новая программная система контроля — независимая оценка знаний на основе тестового контроля.

Новые технологии способствуют гармоничному развитию студентов в зависимости от их индивидуальных потребностей. Использование в учебном процессе информационных технологий, повышает мотивацию студентов к обучению, а также качество и эффективность образования.

Моделирование волновых процессов в двух и трехкомпонентных пористых средах методом граничных элементов

Петров А. Н.¹, Игумнов Л. А.², Литвинчук С. Ю.²

¹*Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону*

²*НИИ механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород*

Для различных типов естественных и искусственных материалов, имеющих пористую структуру, применение широко практикуемых физических соотношений упругости или вязкоупругости не позволяет достичь необходимой точности при расчете их динамического поведения. Характерными примерами пористых материалов являются: насыщенные водой или другими жидкостями горные породы, искусственные пенные материалы с заполненными воздухом порами, а также различные биологические ткани.

Пороупругая сплошная среда является, к примеру, математической моделью неоднородного материала, одна из фаз которого представляет собой упругий скелет с неким распределением взаимосвязанных пор, а вторая — жидкость и/или газ, заполняющая систему пор материала. При этом наличие более одной текучей фазы приводит к возникновению разности давлений в наполнителях, что существенным образом влияет на динамическое поведение такой системы. Определяющие соотношения, записанные в терминах перемещений твердой и текучей фаз, осредненных по характерному элементу среды, были сформулированы Био на основе феноменологического подхода. Применение преобразования Лапласа позволяет записать уравнения динамики пороупругой среды в виде краевой задачи относительно неизвестных функций перемещений упругого скелета и порового давления наполнителя, параметризованных комплексной переменной преобразования.

В качестве метода решения регуляризованных граничных интегральных уравнений, соответствующих исходной краевой задаче математической теории пороупругости, применяется метод граничных элементов. Граница области при этом покрывается совокупностью четырехугольных восьмиузловых биквадратичных элементов. В качестве проекционного метода использован метод коллокации. Решение, полученной системы линейных алгебраических уравнений, является решением исходной краевой задачи. Значения во времени получаются с использованием шагового метода численного обращения преобразования Лапласа. С помощью описанной методики решена задача о действии силы в виде функции Хевисайда на торец призматического двух и трехкомпонентного пористого тела. Представлены динамические отклики перемещений, давлений и усилий. Проведено исследование решения на сеточную сходимость, сделано сравнение с аналитическим решением и решением других авторов. Продемонстрировано влияние параметров пористости, проницаемости и насыщенности материала на волновую картину.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-19-10237).

Биомеханический анализ армирования шейки бедра

Полиенко А. В.

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Перелом шейки бедренной кости — достаточно частая травма, которая в наибольшей степени характерна для пожилых людей. Стоит отметить, что женщины страдают от переломов шейки бедренной кости гораздо чаще, чем мужчины. Это обусловлено наличием заболевания — остеопороза, при котором снижается прочность костей. При данном заболевании значительно повышается риск получения перелома костей даже при небольших нагрузках. Связано это с факторами риска переломов, утвержденными ВОЗ такими, как: возраст, пол, вес, рост, предшествующий перелом, вредные привычки, сопутствующие заболевания, прием глюкокортикоидов и минеральная плотность костной ткани.

Одним из наиболее доступных методов исследования перелома шейки бедренной кости является рентгенография. В настоящее время существует несколько вариантов лечения: иммобилизация, остеосинтез металлоконструкциями, эндопротезирование и неоартроз. Наиболее часто применяется остеосинтез шейки бедра винтами, штифтом и т. д. и является более эффективным методом хирургического лечения. В настоящее время появилась новая методика, связанная с армированием шейки бедра, в том числе для профилактического остеосинтеза.

В данной работе проведено исследование по биомеханической оценке хирургической профилактики переломов шейки бедренной кости путем введения имплантата для увеличения ее прочности. Биомеханическое моделирование включало в себя серию натуральных экспериментов, геометрическое моделирование и численный анализ.

В ходе проведения натуральных экспериментов были изучены механические свойства образцов костной ткани (модуль Юнга, предел прочности, графики зависимости напряжение–деформация). Результаты позволили систематизировать данные по полу, возрасту и нозологическим единицам.

Геометрическое моделирование осуществлялось по данным компьютерной томографии с использованием программных комплексов Mimics и SolidWorks. С помощью программного пакета ANSYS Workbench был осуществлен численный анализ методом конечного элемента. При моделировании использовались данные натуральных экспериментов.

Были рассмотрены четыре задачи: бедренная кость в норме, при наличии остеопороза, с профилактическим армированием шейки винтом-штопором, с профилактическим армированием шейки двумя спицами. Численный анализ показал качественное и количественное различие распределения характеристик напряженно-деформированного состояния тканей бедренной кости. При наличии остеопороза максимальные значения эквивалентных напряжений достигаются на наружной поверхности шейки бедра. При армировании шейки бедра винтом-штопором и двумя спицами максимальные значения эквивалентных напряжений локализуются в зоне контакта тканей кости и металлоконструкций.

Об определении реологических параметров закрепления решетчатой пластинки глаза

Потетюнко О. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

При моделировании структур глаза упругие модели не всегда адекватно описывают деформирование изучаемого объекта. Наиболее простым способом учесть реологическое поведение является использование линейных вязкоупругих моделей с небольшим числом параметров. При этом важным аспектом такого моделирования является разработка способов идентификации по данным деформирования при действии локальной нагрузки или же при анализе установившихся колебаний. Отметим, что непосредственный контакт решетчатой пластинки (РП) со склерой требует учета упругого закрепления, что позволит более точно оценивать прогиб и в рамках такой модели с большей точностью восстанавливать значение ВГД. Подходы, развитые в этой работе, могут оказаться полезными при совершенствовании моделей деформирования РП.

В настоящей работе рассмотрены колебания РП глаза. Объект моделируется круглой вязкоупругой пластиной переменной жесткости с различными условиями на границе, в том числе при наличии линейных вязкоупругих связей. В рамках установившихся колебаний вязкоупругие связи на краю характеризуются двумя комплексными коэффициентами в граничных условиях. Использован принцип соответствия, согласно которому для изучения колебаний пластины из вязкоупругого материала необходимо заменить модуль упругости комплексной функцией частоты координаты. В осесимметричном случае сформулирована краевая задача для пластины переменной жесткости. На основе вариационного принципа Лагранжа для пластины был сформулирован и решен численно на основе метода Рунге ряд вспомогательных задач, не содержащих искомым коэффициентов. В рамках такой модели также была поставлена и решена задача реконструкции параметров вязкоупругости на основе известного прогиба в наборе точек. Сформулированы вспомогательные задачи, не содержащие коэффициентов граничных условий, выяснена структура для прогиба в виде дробно-рациональной функции от искомым коэффициентов, построена система нелинейных алгебраических уравнений для нахождения коэффициентов граничных условий. Также была поставлена и решена задача о восстановлении трех параметров — коэффициентов граничных условий и распределенной нагрузки, связанной с ВГД. В рамках исследования также была рассмотрена задача об оценке влияния комплексных коэффициентов в граничных условиях на деформативные характеристики пластины. Проведена оценка влияния неучета упругости заделки на реконструкцию при определении амплитуды нагрузки. Представлены результаты вычислительных экспериментов.

Автор благодарит Ватульяна А. О. за внимание к работе.

Равновесие цилиндрической мембраны,
частично одетой на негладкое осесимметричное абсолютно твёрдое тело

Пуртова И. С., Колесников А. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Тонкостенные высокоэластичные конструкции активно исследуются и всё чаще находят применение в инженерной практике. Наиболее исследованы задачи о деформации тонкостенных высокоэластичных оболочек под действием равномерного давления и закреплённых по краю. При использовании тонкостенных конструкций в инженерной практике, кроме давления, одним из распространённых воздействий является контактное взаимодействие с другими телами. Контактные задачи для высокоэластичных оболочек исследованы мало. В большинство исследований контактных задач рассматривается контакт без трения. Контактные задачи с трением практически не исследованы. В тоже время трение может оказывать существенное влияние на напряжённо-деформированное состояние конструкций, изготовленных из резиноподобных материалов.

В данной работе исследуется задача контакта между длинной тонкостенной высокоэластичной трубкой и твёрдым телом в форме конуса с учётом трения. Один конец трубки одет на твёрдый конус. Другой конец свободен от нагрузки. Поверхностная нагрузка отсутствует. Задача состоит в определении необходимой области контакта для того, чтобы трубка, надетая на конус, оставалась в равновесии.

Учитывая малую изгибную жёсткость стенок тонкостенной трубки и существенные растягивающие усилия, трубка моделируется упругой мембраной. В качестве модели высокоэластичного материала используется модель несжимаемого материала Бартенева — Хазановича. Полагаем, что контакт происходит без отрыва, и трение в области контакта описывается законом Кулона. В силу существенно большей жёсткости конуса, он принимается как абсолютно твёрдое тело. В осесимметричной постановке задача сводится к обыкновенным дифференциальным уравнениям на двух участках в области контакта и вне её. Вне области контакта часть оболочки также можно представить в виде двух областей. Одна представляется плоским кольцом, другая часть мембраны находится в недеформированном состоянии. На границе областей принимаются условия непрерывности деформаций. Сами границы являются заранее неизвестными и определяются при решении задачи. Для решения полученной краевой задачи для нелинейных дифференциальных уравнений используются численные методы. Заметим, что в предельном случае, когда конус вырождается в цилиндр, задача имеет аналитическое решение.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 16-08-00802).

О преподавании курса «Пакеты компьютерной алгебры» для студентов младших курсов мехмата

Пустовалова О. Г.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Описан опыт преподавания курса «Пакеты компьютерной алгебры» для студентов второго курса мехмата. Данный курс был включен в учебную программу для направления подготовки «прикладная математика» в 2016–2017 учебном году. Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, общее количество часов — 180, из которых 34 часа отводятся на лекции, 68 — на практику, а 78 — на самостоятельную работу студентов.

Программа курса рассчитана на два семестра и включает лекционные и практические занятия по пакетам компьютерной алгебры Maple и Matlab. Основные темы, рассматриваемые в лекционной части данного курса, связаны с разделами математического анализа, дифференциальной геометрии, линейной алгебры и дифференциальных уравнений. Некоторые из них это: анализ функций одной и нескольких переменных, дифференциальное и интегральные преобразования, построение графиков функций, аппроксимация и интерполяция данных, решение линейных и нелинейных уравнений и систем. Некоторые темы вынесены на самостоятельное изучение студентов, например создание основных компонентов Maple-приложения, принципы и техника построения пользовательского интерфейса (GUI), освоение движка pdetools — решения дифференциальных уравнений в частных производных, приложение функционала MatLab для решения оптимизационных задач с помощью генетических алгоритмов (GA).

Помимо классических примеров, заимствованных из курсов высшей математики, на практических занятиях уделяется большое внимание прикладным и техническим задачам, возникающим у научных работников. К таким задачам относятся: анализ полученных результатов, экспорт и импорт данных, представление данных в графическом виде, создание оконных приложений для автоматизации решения типовых задач. Применение современных пакетов компьютерной алгебры при решении математических задач позволяет не только систематизировать, структурировать и закреплять теоретические знания, но и получать новые знания, связанные с информационными технологиями и новыми методами исследования.

Проведение лекций, и в большей степени практических занятий показало, что повторение определений, основных понятий, решение задач по высшей математике с привлечением ИКТ, не только позволяет студентам вспомнить материал, пройденный на первом году обучения, но и понять те аспекты, которые были пропущены, или не поняты. Таким образом, можно отметить положительный эффект курса «Пакеты компьютерной алгебры», оказывающий влияние на уровень остаточных знаний по высшей математике и общий уровень подготовки студентов мехмата.

Численное моделирование больших деформаций изгиба составного бруса

Пустовалова О. Г.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Цель настоящей работы состоит в численном исследовании больших деформаций чистого изгиба составного бруса. Актуальность исследования связана с необходимостью создания методик проектирования двухслойных конструкций, которые находятся в условиях больших деформаций, исследования учета поверхностных эффектов, определения неоднородностей напряженно-деформированного состояния.

Задача решалась в двумерной постановке. Рассматриваемый брус разделен горизонтальной плоскостью на две части, материалы которых различны. Верхняя часть бруса, более тонкая и жесткая по сравнению с нижней. На торцы бруса действуют изгибающие моменты. В качестве расчетных были выбраны две схемы, реализующие состояние чистого изгиба.

Для описания механических свойств материалов при больших деформациях использовались общепотребительные модели сжимаемых нелинейно-упругих сред. Для нижней, более мягкой части бруса была выбрана модель материала Блейтца и Ко:

$$W = \frac{\mu\beta}{2} \left(I_1 + \frac{1}{\alpha} (I_3^{-\alpha} - 1) - 3 \right) + \frac{\mu(1-\beta)}{2} \left(I_2 I_3^1 + \frac{1}{\alpha} (I_3^{-\alpha} - 1) - 3 \right),$$

I_k — главные инварианты меры деформации Коши — Грина \mathbf{G} ; α, μ, β — материальные константы, причем при малых деформациях μ имеет смысл модуля сдвига, а параметр α связан с коэффициентом Пуассона ν соотношением $\alpha = \nu/(1 - 2\nu)$. Для жесткого покрытия была выбрана модель Мурнагана:

$$W = \frac{-6\lambda - 4\mu + 9l + n}{8} I_1 + \frac{\lambda + 2\mu - 3l - 2m}{8} I_1^2 - \frac{m}{4} I_1 I_2 + \frac{-4\mu + 6m - n}{8} I_2 + \frac{l + 2m}{24} I_1^3 + \frac{4}{8} (I_3 - 1) + \frac{9\lambda + 6\mu - 9l}{8}$$

где λ, μ — постоянные Ламе, l, m, n — константы Мурнагана. Был рассмотрен случай, когда коэффициент Пуассона непрерывен.

Численное исследование задачи проводилось в пакете FlexPDE. Для верификации расчетных схем были получены решения задач для упрощенных моделей материалов, когда $l = 0, n = 0, m = 0, \beta = 0, \alpha = 1/2$. В случае нелинейных материалов и больших деформаций подготовительная работа по получению уравнений равновесия осуществлялась специальными средствами Maple компьютерной системой автоматизации полуобратного метода нелинейной теории упругости. Было проведено исследование влияния материальных параметров жесткого и мягкого слоев на основные характеристики деформации чистого изгиба — напряжения, деформации, положение нейтральной линии, диаграмму изгиба, а также положение точек максимума на диаграмме изгиба в случае их существования.

Учебная и социокультурная деятельность как основа коммуникации иностранных студентов в технических вузах

Радченко С. И., Гончаров Д. И.

Брянский государственный технический университет

В докладе будут рассмотрены факторы, которые препятствуют студентам-иностранцам адаптироваться к студенческой жизни в российских вузах, а также способы решения данных проблем на примере Брянского Государственного технического университета.

На протяжении длительного периода формировался этнос и культурное многообразие России. На это повлияли окружающая среда, многоконфессиональность, разнообразие культур и традиций, геополитическое положение страны. Помимо русских, на территории Российской Федерации сформировались десятки коренных народов, которые имеют свои национальные особенности.

Россия, как известно, на протяжении всего своего исторического пути развивалась как многонациональное и многоконфессиональное государство, поэтому вопрос межнациональных отношений всегда был очень актуален. Не подлежит сомнению и тот факт, что для каждой образовательной организации важны терпимые, равноправные, гармоничные межнациональные отношения среди обучающихся. Поэтому важно изучать и анализировать эти отношения в каждом отдельно взятом учебном заведении и, на основе полученных данных, делать соответствующие выводы и корректировать систему взаимоотношений и выводить ее на новый уровень.

Существует несколько путей интеграции иностранных студентов в систему межличностных отношений на основе осознания освоения и принятия ими основных ценностей нашей культуры, которая заключается в знании языка, национальных особенностей, культурно-исторических явлений, геополитического места России в мире, а также традиций и ритуалов. Это требует дополнительной работы кураторов и преподавателей с иностранными студентами, а также вовлечения их в совместно-разделенную социально значимую и творческую деятельность. Такая работа обогащает внутренний мир как иностранных студентов, так и наших.

Из опыта нашего наблюдения можно констатировать, что студенты-иностранцы мотивированы на взаимодействия. Охотно представляют культуру своих стран, тем самым создается предпосылка для интеграции культур и развитие поликультурности.

В условиях глобализации увеличивается поток студентов из зарубежных стран (Пакистан, Нигерия, Португалия, Таджикистан, Армения и др.). Эта проблема имеет свои особенности, связанные с адаптацией, вживанием в другую культуру, освоением новой системы взаимоотношений. Общественностью вуза был проведен ряд мероприятий, направленных на гармонизацию системы отношений, такие как: круглые столы со студентами-иностранцами, «Первокурсник-ШОУ», «День Африки».

Исследование закрученного течения крови в модели извитого сосуда со стенозом

Радченко Я. Ф., Гатаулин Я. А., Юхнев А. Д.

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Большая часть кровеносных сосудов в организме имеют пространственную извитость. Извитости формируют закрученное течение крови, оказывающее благотворное влияние на сосудистую стенку. При этом на сильных извитостях в местах отрыва потока нередко формируются атеросклеротические бляшки. Данная работа посвящена расчетно-экспериментальному исследованию течения за атеросклеротической бляшкой на извитом участке сосуда.

Модель извитого сосуда имеет спиральную форму. Геометрические параметры модели: радиус кривизны 6 мм, шаг спирали 40 мм, внутренний радиус сосуда 3 мм. Выбранные параметры обеспечивают формирование закрученного течения с параметром закрутки близком таковому в общей сонной артерии.

Исследовано пульсирующее с частотой 1 Гц течение. Кривая среднерасходной скорости близка к кривой для общей сонной артерии. Число Рейнольдса (по среднерасходной скорости) изменялось от 200 до 1000. Степень стеноза, рассчитанная по площади, от 30 до 70%.

Расчет был проведен на основе уравнений Навье — Стокса по методу контрольных объемов с использованием программного пакета ANSYS CFX 16.2, со вторым порядком точности по пространственной и временной дискретизации.

В эксперименте поля осевой и окружной скорости измерялись ультразвуковым сканером LogicScan64 в дуплексном доплеровском режиме.

В течении по модели извитого сосуда можно выделить два участка: начальный и основной. На начальном участке течение еще не установилось и имеется влияние входного профиля. На основном участке влияние входного профиля отсутствует, а параметр закрутки, определяемый как отношение максимальной окружной скорости к максимальной осевой, выходит на постоянный уровень (0.25–0.3), совпадающий с интенсивностью физиологической закрутки.

Наличие стеноза приводит к тому, что за ним входная закрутка увеличивается. Вихри Дина, формирующиеся в зоне рециркуляции за стенозом, двигаясь вдоль внутренней стенки, трансформируются в закрученное течение с одним вихрем. Чем больше степень стеноза, тем больше интенсивность закрутки. В сужении максимальные окружная и осевая скорости возрастают, затем снова уменьшаются и выходят на уровень значений «без стеноза» на дистанции одного витка спиральной модели. На ультразвуковых изображениях и по данным расчета видно смещение к внешней стенке модели максимума осевой скорости и центра вихря закрученного течения.

Стеноз заметно трансформирует зависимость параметра закрутки (отношения окружной скорости к среднерасходной) от времени, а именно: значения параметра закрутки сохраняется постоянным в течение всего цикла. Это позволяет предположить, что за стенозом вихревая структура закрученного потока сохраняется неизменной в течение цикла, в отличие от потока перед стенозом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 15-01-07923).

Об устойчивости течения Колмогорова и его модификаций

Ревина С. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

При исследовании природных гидродинамических явлений важную роль играют модельные течения вязкой несжимаемой жидкости, которые можно реализовать в лабораторных экспериментах. Эти модельные течения благодаря упрощенной математической постановке задачи можно достаточно полно исследовать аналитическими методами. Примером служит течение Колмогорова с синусоидальным профилем скорости

$$\mathbf{V} = (0, \sin x_1).$$

Непосредственным обобщением является класс сдвиговых (параллельных) пространственно-периодических течений

$$\mathbf{V} = (0, V(x_1)),$$

а также течений, близких к параллельным

$$\mathbf{V} = (\alpha V_1(x_2), V_2(x_1)),$$

где $\alpha \rightarrow 0$. Условие периодичности поля скорости можно заменить предположением о почти периодичности, что позволяет приблизиться к рассмотрению реальной физической задачи.

Настоящая работа посвящена исследованию устойчивости указанных течений в классах периодических и почти периодических функций, а также нахождению вторичных стационарных течений и автоколебаний.

Построена длинноволновая асимптотика линейной спектральной задачи, получены рекуррентные формулы k -го члена длинноволновой асимптотики задачи устойчивости двумерных сдвиговых течений вязкой несжимаемой жидкости общего вида. Показано, что собственные значения линейной спектральной задачи являются нечетными функциями волнового числа, а критические значения вязкости — четными функциями.

Если среднее скорости вдоль длинного периода отлично от нуля, то происходит колебательная потеря устойчивости; если среднее равно нулю, то возможна как монотонная, так и колебательная потеря устойчивости.

Если отклонение скорости от ее среднего по периоду значения является нечетной функцией пространственной переменной относительно некоторого x_0 , то коэффициенты разложения скорости являются четными относительно x_0 функциями при четных степенях волнового числа и нечетными относительно x_0 при нечетных степенях, а коэффициенты разложения давления обладают противоположным свойством. В этом случае собственные значения находятся точно, что позволяет обосновать монотонную потерю устойчивости течения Колмогорова способом, отличным от имеющихся в литературе.

Найдены условия монотонной и колебательной потери устойчивости, а также ведущие члены асимптотики вторичных течений.

Численное моделирование гидрогазодинамических потоков подводной сварки

Рогозин Д. В., Маслов И. В., Булыгин Ю. И., Корончик Д. А.
Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Интенсивное развитие добычи нефти и газа в шельфовой зоне морей и океанов обуславливает необходимость строительства морских буровых платформ. Их монтаж и ремонт связан с необходимостью сварки под водой. Одним из перспективных направлений развития подводной сварки является механизированная сварка сплошной проволокой в защитном газе с использованием особой конструкции горелки с двойной защитой: водяной и газовой, что позволяет осуществлять сварку в газовой атмосфере за счет оттеснения воды из зоны сварки. Напор воды, подаваемый по отдельному каналу параллельно защитному газу создает водяную завесу вокруг сопла, что способствует формированию локальной полости, внутрь которой подается защитный газ. Дуговой процесс протекает в среде защитного газа аналогично условиям на суше, но с более интенсивным охлаждением свариваемых деталей. Водяной занавес препятствует быстрому высвобождению защитного газа сразу из-под сопла горелки и попаданию окружающей воды в зону сварки. При этом необходимо создать условия надежной гидроструйной защиты от края сварочного сопла до поверхности свариваемых деталей, которая образует границу между окружающей водой и внутренней поверхностью защитного газа. В этом случае будут обеспечены условия надежной защиты зоны сварки и сварочной ванны от воздействия окружающей воды.

Численное моделирование потоков воды и газа позволило определить время полного вытеснения воды из зоны сварки, скорости и направления потоков газа вблизи дуги и их давления на поверхность сварочной ванны, исследовать влияние углов подачи воды к свариваемым деталям и гидродинамических характеристик водяной завесы при различных конфигурациях выходного среза сопла.

Численное моделирование выполняли с помощью программного комплекса ANSYS CFX в стационарной и нестационарной постановке. В качестве расчетной области использовалась CAD-модель секторной части с углом 6° с заданием на боковых поверхностях сектора условия симметрии, диаметр основания цилиндра 100 мм, высота 50 мм. Геометрическая модель разбивалась неструктурированной сеткой тетраэдральных элементов с уплотнением между близкими элементами геометрии. Расчеты производились с параметрами глубины 10 м, скорость подачи защитного газа составляла 60 л/мин, воды 60 л/мин, углы наклона подачи воды принимались 30, 45 и 60 градусов. С учетом повышения давления на глубине и сжимаемости газа, подачу воды и газа задавали через массовый расход для сопоставления с нормальными условиями. В качестве модели турбулентности приняли модель SST (ShearStressTransport — модель переноса сдвиговых напряжений), которая хорошо описывает как свободные, так и пристеночные течения. Процесс сходимости контролировался по значениям среднеквадратичных невязок (RMS) уравнений динамики и турбулентности.

Исследования выполнены при поддержке гранта РФФИ №16-38-60055.

Осесимметричные пьезоэлектрические генераторы на основе неоднородно поляризованных кольцевых пластин

Романенко П. В., Ивенский К. С., Бабенкова А. Г.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

Получение возобновляемой, так называемой «зеленой» энергии является актуальной научной и технической задачей современного общества. Свидетельством чему является большой интерес мирового научного и инженерного сообщества, которое планирует развитие этого направления на ближайшие десять лет под лозунгом «Energy Harvesting is Now a Megatrend» (<http://www.idtechex.com/reports/topics/energy-harvesting-000007.asp>). При этом интерес вызывают устройства позволяющие получать энергию разного уровня: от микроватт до мегаватт (Energy Harvesting: Off-Grid Microwatt to Megawatt 2017–2027). Источниками этой энергии могут быть, как природные явления, так и технические устройства. авторы приведенного выше отчета указывают несколько направлений, а именно: Technology, ElectroDynamic, Technology: Photovoltaics, Technology: Thermoelectrics, Technology, Piezoelectrics, Capacitive Electrostatic, Magnetostrictive, Microbial, Nantenna, Triboelectric.

В настоящей работе рассматриваются устройства накопления энергии на основе пьезоэлектрического эффекта — пьезоэлектрические генераторы (ПЭГ). В работах А. Н. Соловьева, А. С. Скалиуха и П. А. Оганесяна (Ferroelectrics 2015 483 (1), pp. 95–101) показана эффективность использования в ПЭГ пьезоэлементов с неоднородной поляризацией, в работах А. Н. Соловьева и Ле Ван Зыонга (International Journal of Applied Mechanics. Vol. 8, No. 3 (2016) 1650029) на основе конечноэлементного моделирования проводится оптимизация ПЭГ. В представленной работе на основе подходов предложенных в выше перечисленных статьях проводится конечноэлементное моделирование в пакетах ACELAN и ANSYS ПЭГ с неоднородно поляризованными пьезоэлементами и на основе серии расчетов выбираются рациональные геометрические параметры ПЭГ.

Рассматриваемый ПЭГ представляет собой многослойную круглую пластину с одним или двумя пьезоактивными слоями и инерционной массой прикрепленной в центре. Пьезоактивные слои имеют на лицевой поверхности систему кольцевых электродов, которые используются, как для осуществления неоднородной поляризации, так и для генерации энергии (Manufacturing, Physics, Mechanics and Applications. Chapter 46. 2016. Springer Proceedings in Physics. V. 175. P. 651–658). Построены конечноэлементные модели ПЭГ в пакетах ACELAN и ANSYS. В результате серии расчетов находятся выходные характеристики ПЭГ (собственные частоты резонанса и антирезонанса, выходной электрический потенциал, и энергия), при нагружении полем акустического давления и колебаниях в подвижной системе координат в зависимости от геометрических параметров устройства.

Авторы выражают благодарность своему научному руководителю А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Численное моделирование механики левого желудочка сердца

Сёмин Ф. А.

НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва

В докладе представлена многомасштабная пространственная модель левого желудочка сердца. В настоящий момент разработаны сложные электрические модели тканей сердечной мышцы (миокарда), и персонифицированные электромеханические 3D модели сердца и его левого желудочка. Однако описание механики сокращения миокарда в существующих моделях довольно примитивно, что не позволяет воспроизвести насосные характеристики левого желудочка сердца в норме и патологии. Предлагаемая модель левого желудочка включает в себя разработанную нами ранее модель миокарда. Миокард в ней описывали как трансверсально–изотропную несжимаемую сплошную среду с нелинейно упругими свойствами, в которой развиваются пассивные и активные напряжения. Описание сокращения сердечной мышцы и её активации задано системой ОДУ, что позволяет использовать эту модель для пространственного моделирования с достаточно малыми вычислительными затратами, в то время как для подобного моделирования они существенны. Волокна миокарда в стенке желудочка направляли по спиральям с углом наклона, линейно меняющимся от внутренней стенки желудочка (субэндокарда) до внешней стенки (субэпикарда). Систему уравнений замыкали моделью сосудистого русла с сосредоточенными параметрами, также заданной системой ОДУ.

Численное моделирование осуществляли методом конечных элементов. Проводили расчёт сокращения левого желудочка для установившегося сердечного цикла при различных условиях сокращения. Варьировали, например, преднагрузку и постнагрузку желудочка, изменяя соответствующие параметры сосудистого русла. Результаты моделирования сердечного цикла с параметрами из диапазонов, характерных для здорового сердца человека, хорошо согласуются качественно и, для некоторых величин, количественно с опытными данными. В том числе получены адекватные кривые временного хода давлений в основных частях сосудистого русла и в желудочке, а также объёма желудочка. Изменение геометрии желудочка также соответствует измеренной в клинических исследованиях. Получены удовлетворяющие опытному данным диаграммы давление–объём и зависимости производительности желудочка от различных факторов, влияющих на сокращение: параметров сосудистого русла, геометрии желудочка, пред– и постнагрузки.

Предложенная модель является важным шагом для перехода к моделированию сердец с персонифицированной геометрией в клинических условиях.

Работа поддержана грантами РФФИ №16-04-00693 и №15-04-02174.

К применению метода механических квадратур к решению сингулярных интегральных уравнений с обобщенным ядром Коши

Саакян А. В., Амирджанян А. А.

Институт механики НАН Армении, Ереван

Как известно, решение смешанных задач теории упругости для массивных тел, содержащих концентраторы напряжений типа трещины, жесткого или упругого тонкого включения, выходящих на границу либо на линию раздела материалов, главным образом в постановке плоской задачи, сводится к решению одного или системы сингулярных интегральных уравнений с обобщенным ядром Коши, известными также как уравнения с неподвижной особенностью на конце. В общем случае, при наличии неподвижной особенности на обоих концах, такое уравнение можно представить в виде:

$$a\varphi(y) + \int_{-1}^1 \frac{\varphi(x)}{x-y} dx + \int_{-1}^1 \sum_{j=0}^m c_j (y+1)^j \frac{d^j}{dx^j} \left(\frac{1}{x+y+2} \right) \varphi(x) dx + \\ + \int_{-1}^1 \sum_{j=0}^n d_j (y-1)^j \frac{d^j}{dx^j} \left(\frac{1}{x+y-2} \right) \varphi(x) dx + \int_{-1}^1 K(x,y) \varphi(x) dx = f(y)$$

где a , m , n , c_j , d_j , $K(x,y)$, $f(y)$ — известные величины и функции, обусловленные постановкой задачи.

Решение такого уравнения аналитическими методами крайне сложно, если вообще возможно.

По мнению авторов, наиболее близкое к аналитическому решение такого уравнения позволяет получить численно-аналитический метод механических квадратур. Аналитичность метода заключается в явном выделении особенности поведения решения у концов отрезка интегрирования в виде весовой функции Якоби, которая находится путем аналитического исследования поведения самого уравнения у концов отрезка интегрирования. Далее, после представления решения в виде произведения выделенной весовой функции и регулярной, ограниченной на концах, функции, уже новую искомую функцию ищем в виде интерполяционного многочлена по узлам в корнях соответствующего многочлена Якоби.

Решение ряда конкретных задач, сводящихся к уравнению указанного типа, показало, что полученное решение, даже при увеличении порядка аппроксимации, приближается к истинному решению только до определенной степени точности. Для получения же более точного решения необходимо провести дополнительное исследование поведения уравнения у концов отрезка интегрирования с целью выявить и выделить особенности и более низкого порядка. На одном частном примере было показано, что при учете одной, следующей за главной, особенности низкого порядка и при одинаковом порядке аппроксимации среднеквадратичное отклонение левой части уравнения, вычисленной на основе приближенного решения, от заданной правой части уменьшается почти на порядок.

Подходы к исследованию механических свойств кортикальной ткани

Сафонов Р. А., Голядкина А. А., Кириллова И. В., Коссович Л. Ю.

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

В настоящее время планирование хирургического реконструктивного лечения проводится на основе знаний и личного опыта хирурга. Вследствие этого, состояние больного после проведенного лечения не всегда соответствует запланированному. Для повышения надежности предоперационного прогнозирования состояния пациента может быть использованы методы математического и биомеханического моделирования. Наилучшие результаты этот подход может дать при планировании хирургического реконструктивного лечения на опорно-двигательном аппарате, в частности, на позвоночно-тазовом комплексе.

Создание биомеханической модели на предоперационном этапе имеет ряд сложностей, связанных с невозможностью применения классических способов исследования механических свойств биологических материалов. Основным методом определения механических параметров является использование разрывных машин, однако в данном случае это неприменимо, поскольку строится модель элементов живого организма *in vivo*.

В настоящее время механические свойства тканей (в частности, модуль Юнга и предел прочности) могут определяться по эмпирическим формулам на основе компьютерной томограммы пациента.

$$\rho = 1,29 \cdot 10^{-3} + 0,975 \cdot 10^{-3}(HU + 1024), \quad E = 2195 \rho^3, \quad \sigma = 60 \rho^2,$$

где HU — оттенок серого на компьютерной томограмме, ρ , E , σ — приведённые массовая плотность, модуль Юнга и предел прочности, соответственно. Стоит, однако, отметить, что, хотя данные формулы и позволяют учитывать индивидуальные особенности пациента, их точность невысока.

Для повышения точности определения механических свойств тканей предлагается использовать результаты компьютерной томографии и магнитно-резонансной томографии совместно. Как известно, данные виды исследований позволяют получить информацию различной физической природы, поэтому использование этих данных в совокупности позволит более полно описать свойства тканей. Для построения методики получения механических свойств на основе компьютерной и магнитной резонансной томограммы необходимо проведение ряда испытаний, которые будут включать компьютерную томографию, магнитно-резонансную томографию и механические испытания на разрывных машинах, проведенные над одними и теми же образцами. Численная модель будет создана на основе методов математической статистики.

Моделирование разрушения композита типа «металл-графен»

Семенов Б. Н.¹, Овидько И. А.²

¹Санкт-Петербургский государственный университет

²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Прочность и другие механические характеристики металлических материалов могут быть значительно повышены за счет усиления металлических матриц нановключениями второй фазы. Например, в качестве армирующих наполнителей в металлических композиционных материалах эффективно используются керамические наночастицы и нановолокна, металлические наночастицы и углеродные нанотрубки. Очень перспективно использование в качестве армирующего элемента в различных композиционных материалах графена, обладающего уникальными механическими свойствами, такими как высокий модуль Юнга (1 ТПа), предел прочности (130 ГПа), высокая степень деформируемости (более 20%) и высокой удельной площади поверхности. Наряду с монослойным графеном графеновые листы, состоящие из нескольких слоев графена, обладают сходными свойствами. Однако использование графеновых листов в качестве наполнителя в металломатричных композитах до недавнего времени было сопряжено с серьезными технологическими проблемами. В последние годы удалось найти решение этих проблем и получить металломатричные нанокompозиты, упрочненные графеновыми включениями, расположенными преимущественно на границах зерен металлической матрицы. Было отмечено, что композиты системы «металл-графен» имеют высокую прочность и твердость. В частности, у алюминиевых композитов при армировании графеновыми листами с массовой долей 0.3% предел прочности увеличился на 69% .

Целью настоящей работы является компьютерное моделирование в среде пакета ANSYS деформирования и разрушения композита «металл-графен», определение его эффективных механических параметров и объяснение повышения прочности с позиций механики деформируемого твердого тела.

Разработаны конечно-элементные модели процессов деформации и разрушения в образцах высокопрочных нанокompозитов «металл-графен» и «нанометалл-графен». Для оценки влияния графеновых включений на деформационные характеристики нанокompозита «металл-графен» проведен конечно-элементный анализ деформирования представительного объема с последующей гомогенизацией механических свойств и исследована зависимость эффективных модулей и пластического течения от концентрации графеновых включений. Показано, что влияние включений на упругие модули и предел пластичности нанокompозита не велико.

Для оценки трещиностойкости нанокompозита «(нано)металл-графен» построена компьютерная модель распространения трещины в таком композите и исследовано поле напряжений в окрестности вершины трещины в однородном металлическом материале с эффективными модулями и в нанокompозите с трещиной, вершина которой находится вблизи графенового включения.

Дальнее поле волны Рэлея в задаче Лэмба
для наследственно-упругого слоя

Сергеева Н. В., Вильде М. В.

Саратовский национальный исследовательский государственный
университет им. Н. Г. Чернышевского

В работе исследуется нестационарный волновой процесс в наследственно-упругом слое при ударном нормальном воздействии на лицевые поверхности. Наследственно-упругий материал слоя моделируется уравнениями состояния, записанными в интегральной операторной форме. Интегральные операторы имеют вид

$$\tilde{E} = E(1 - \Gamma^*), \quad \tilde{\nu} = \nu + \frac{1 - 2\nu}{2}\Gamma^*, \quad \Gamma^* f(t) = k \int_{-\infty}^t \Theta_\alpha(-\beta, t - \tau) f(\tau) d\tau,$$

где E, ν — мгновенные значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона, k, β, α ($-1 < \alpha \leq 0$) — параметры материала, t — время.

В качестве ядра интегрального оператора используется дробно-экспоненциальная функция Работнова

$$\Theta_\alpha(-\beta, t) = t^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n t^{n(1+\alpha)}}{\Gamma((n+1)(1+\alpha))},$$

где $\Gamma(n) = \int_0^\infty y^{n-1} \exp(-y) dy$ — гамма-функция.

Предполагается, что слой находится в условиях плоской деформации. Рассматривается случай антисимметричного напряженно-деформированного состояния слоя, соответствующий случаю распространения изгибных нестационарных волн в пластинах.

Граничные условия на лицевых поверхностях в безразмерных переменных имеют вид

$$\sigma_{13} = 0, \quad \sigma_{33} = \pm Q \delta(\xi) H(t) \quad \text{при} \quad \zeta = \pm 1,$$

где Q — амплитуда нагрузки, $\delta(\xi)$ — дельта-функция Дирака, $H(t)$ — функция Хевисайда.

Для решения задачи используются преобразование Лапласа по времени и преобразование Фурье по продольной координате. Изучается влияние наследственно-упругих свойств материала на напряженно-деформированное состояние в окрестности условного фронта волны Рэлея. Решение анализируется на примере перерезывающего усилия, для которого записывается решение в изображениях. Преобразование Фурье обращается с использованием теории вычетов. При обращении преобразования Лапласа учитываются только полюса, соответствующие условному фронту волны Рэлея. С использованием выведенных авторами асимптотик корней дисперсионного уравнения получены асимптотические представления для перерезывающего усилия в окрестности условного фронта волны Рэлея. Исследовано влияние параметров наследственной упругости на характер сглаживания скачка перерезывающей силы при переходе через фронт волны Рэлея. В частности, сопоставляются случаи, когда параметр α равен нулю (стандартное вязкоупругое тело) и когда параметр α принимает рациональные значения вида $\alpha = -\frac{m-1}{m}$, где m — натуральное число.

Обучение бакалавров и магистров в опорном техническом университете с использованием информационных технологий

Серебряная И. А.

Академия строительства и архитектуры ДГТУ, Ростов-на-Дону

В соответствии с Федеральным Государственным стандартом, бакалавры и магистры по направлению 08.04.01 «Строительство», профиль «Производство строительных материалов, изделий и конструкций» могут вести производственно-технологическую, научно-исследовательскую и педагогическую деятельность. Любой из этих видов деятельности требует знаний и умений в овладении и применении математического обеспечения для решения задач инженерного моделирования. Студенты, начиная с младших курсов, обучаются системам компьютерной алгебры. Однако это обучение носит ознакомительный и теоретический характер. Прикладной же опыт общения с различными математическими программами студенты должны получать на выпускающих кафедрах. Преподаватели этих кафедр представляют какие именно программы и каким образом могут пригодиться будущим бакалаврам и магистрам в их профессиональной деятельности. Сложность представляет обилие математических программ, предлагаемых на рынке программного обеспечения, ограниченные возможности аппаратного и программного обеспечения выпускающих кафедр, отсутствие тесного взаимодействия между выпускающими и общенаучными кафедрами. На базе кафедры «Технологии вяжущих веществ, бетонов и строительной керамики» Академии строительства и архитектуры ДГТУ, являющейся выпускающей кафедрой по представленному направлению, серьезно подходят к решению этих вопросов. Было принято решение перенести центр тяжести изучения практических курсов «Планирование и обработка результатов эксперимента в научных исследованиях» и «Статистический контроль прочности портландцемента и бетона» в учебную программу подготовки магистров. Такой подход позволяет дать бакалаврам общее представление о применении в профессиональной деятельности компьютерных технологий, а магистры могут более эффективно изучать новый материал. Магистры учатся самостоятельно составлять программы для решения задач с применением математического планирования эксперимента для неполноквадратичных и квадратичных полиномиальных уравнений. Данная программа легко реализуется в программе Microsoft Excell. Однако, построение изоповерхностей откликов и их интерпретация в данной программе невозможны. Для написания магистерских диссертаций, подкрепленных экспериментальными исследованиями по изучению свойств и технологий строительных материалов, представляет интерес оснащение кафедры такими программами как Mathcad, STATISTICA и проч. Это позволяет в рамках написания магистерской диссертации производить также расчет экономической эффективности проектных решений. Такой подход позволяет в рамках магистерской диссертации решать достаточно серьезные задачи и обеспечивает качественный процесс подготовки квалифицированных специалистов для современной промышленности и предприятий стройиндустрии.

Применение метода операторов преобразования к некоторым обратным задачам механики

Ситник С. М.

Воронежский институт МВД России

Теория операторов преобразования—это существенное обобщение теории подобия конечномерных матриц.

Определение. Пусть дана пара операторов (A, B) . Оператор T называется *оператором преобразования* (ОП, сплетающий оператор, transmutation, intertwining operator), если на элементах подходящих функциональных пространств выполняется соотношение

$$T A = B T. \quad (1)$$

В настоящее время теория операторов преобразования представляет собой полностью оформившийся самостоятельный раздел математики, находящийся на стыке дифференциальных и интегральных уравнений, функционального анализа, теории функций, комплексного анализа, теории специальных функций и дробного интегродифференцирования.

Необходимость теории операторов преобразования доказана большим числом её приложений. Методы операторов преобразования применяются в теории обратных задач, определяя обобщённое преобразование Фурье, спектральную функцию и решения знаменитого уравнения Левитана; в теории рассеяния через операторы преобразования выписывается не менее знаменитое уравнение Марченко; в спектральной теории получаются известные формулы следов и асимптотика спектральной функции; оценки ядер операторов преобразования отвечают за устойчивость обратных задач и задач рассеяния; в теории нелинейных дифференциальных уравнений метод Лакса использует операторы преобразования для доказательства существования решений и построения солитонов. В теории уравнений с частными производными методы операторов преобразования применяются для построения явных выражений для решений возмущённых задач через решения невозмущённых, изучении сингулярных и вырождающихся краевых задач, псевдодифференциальных операторов, задач для решений с существенными особенностями на части границы во внутренних или угловых точках, оценки скорости убывания решений некоторых эллиптических и ультраэллиптических уравнений. Кроме уже известных для метода Лакса и преобразований Дарбу всё время увеличивается число новых приложений ОП к нелинейным дифференциальным уравнениям и исследованию солитонов.

В докладе рассмотрено применение метода операторов преобразования к получению аналитических представлений и численных алгоритмов для решения некоторых обратных задач механики (Ватульян А. О. Обратные задачи в механике деформируемого твёрдого тела. М.: Физматлит, 2007).

Одномерная модель акустического волновода с сенсором и актуатором

Скалиух А. С., Киреева В. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Изучение распространения звуковых возмущений в волноводных одномерных структурах неизбежно связано с моделированием работы передающего и приемного преобразователей, их конструкцией и способом встраивания в общую акустическую цепочку. Примером могут выступать тонкостенные упруго-эластичные сосуды, заполненные газом или жидкостью. В настоящем исследовании рассмотрена математическая модель прохождения гармонических звуковых сигналов, генерируемых пьезокерамическим актуатором, через акустическую среду до пьезокерамического сенсора в одномерном случае. В исследовании рассмотрена качественная сторона распространения звуковых колебаний от источника до приемника без учета конкретных конструкций преобразователей, включающих в себя корпус, пьезоэлемент, движущиеся и неподвижные части, внешние покрытия и пр. В качестве сенсора и актуатора выбирались пьезокерамические элементы с неоднородной поляризацией. Проводником упругих колебаний являлась акустическая жидкость без учета затухания. Основной целью исследований являлась проверка влияния неоднородности поляризации на уровень воспринимаемого сигнала в большом диапазоне частот. Для исследования были выбраны пьезокерамические элементы, у которых направление колебаний совпадало с направлением поляризации. При определенной технологии предварительной поляризации сегнетоэлектрических поликристаллических образцов можно добиться такого распределения остаточной поляризации, что для решения поставленной задачи можно использовать модель обобщенного плоского напряженного состояния. Для акустической среды была выбрана цилиндрическая область с ограничивающей ее жесткой стенкой, с превалирующим направлением вдоль распространения упругих волн. Неоднородное распределение поляризации по длине преобразователя необходимо сопряжено с применением метода конечных элементов. Решение в области акустической среды получено в аналитическом виде. Для определения генерируемого потенциала на электродах сенсора было использовано дополнительное условие из закона прохождения тока во внешней цепи. Были исследованы полученные матрицы линейных уравнений, найдены резонансные частоты и амплитудно-частотные характеристики генерируемого потенциала на пассивных электродах при различных законах поляризации и различных значениях внешнего реактивного сопротивления. При определенной модификации рассмотренная модель может служить основой для определения неоднородностей акустической среды при распространении звуковых сигналов от актуатора до сенсора.

Биомеханическое моделирование искусственных клапаносодержащих протезов сосудов

Скрипаченко К. К.¹, Голядкина А. А.¹, Челнокова Н. О.²

¹*Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*

²*Саратовский государственный медицинский университет им. В. И. Разумовского*

Заболевания сердечно-сосудистой системы многие годы занимают лидирующее место среди причин смертности населения Российской Федерации. Наиболее часто встречаются заболевания связанные с патологиями аорты и аортального клапана. Современная медицина позволяет проводить хирургическое реконструктивное лечение с сохранением естественных тканей либо с замещением участка патологического сосуда с клапаном на клапаносодержащий протез сосуда. Существует множество видов конструкций клапаносодержащих протезов, работа по усовершенствованию которых введется постоянно.

В данном исследовании предлагается модифицирование клапаносодержащих протезов. Предлагаемый способ модификации протезов заключается в соединении элементов протеза операцией совулканизации, с предварительной обработкой поверхностей фторопластов и фторсодержащих резин методом магнетронного напыления алюминия. Данный способ позволяет получить соединение с улучшенными физико-механическими характеристиками.

Дальнейшее исследование включает в себя проведение биомеханического моделирования и натуральных экспериментов. Биомеханическое моделирование позволило провести тестирование виртуальных моделей клапаносодержащего протеза методом конечных элементов с учетом физиологических показателей сердечно-сосудистой системы. Результаты биомеханического моделирования позволили визуализировать распределение значений давления и скорости потока жидкости в зонах створок клапана и мест крепления элементов протеза, а также оценить напряжено-деформированное состояние в зонах контакта аортальных тканей с имплантатом. В дальнейшем результаты будут учитываться при выборе конструкции протеза с рациональными технологическими характеристиками производства для проведения дальнейших натуральных экспериментов. Натурные эксперименты проводились с помощью испытательного стенда — искусственного сердца. Данный метод позволяет оценить гемодинамику в клапаносодержащем протезе в условиях максимально приближенными к физиологическим. Комплексный анализ результатов биомеханического моделирования и натуральных экспериментов позволит рационализировать технологию производства и модификацию клапаносодержащих протезов сосудов, а также повысить качество его сборки. Предложенный технологический процесс позволит минимизировать операционные риски и снизить послеоперационные осложнения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда содействия развитию малых предприятий в научно-технической сфере (У.М.Н.И.К.).

Равновесная трещина в клине с покрытием

Соболь Б. В., Рашидова Е. В., Петренкова С. Б.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Рассмотрена задача об исследовании концентрации напряжений в окрестности вершин равновесной внутренней трещины, расположенной вдоль биссектрисы упругого клина. Клин находится в состоянии плоской деформации; грани его подкреплены тонким гибким покрытием, с внешней стороны свободным от напряжений. Трещина поддерживается в раскрытом состоянии под действием распределенных нормальных усилий, приложенных к ее берегам.

Влияние покрытия на напряженно-деформируемое состояние рассматриваемого тела моделирует специальное граничное условие, вытекающее из асимптотического анализа решения задачи для упругой полосы при принятых допущениях. На данном этапе исследования не удалось установить аналитически диапазоны изменения геометрических и физических параметров, в которых использование данной модели представляется целесообразным. Эта задача решается экспериментально, с использованием пакета FlexPDE.

С использованием интегрального преобразования Меллина задача сведена к решению сингулярного интегрального уравнения первого рода с ядром Коши относительно производной функции раскрытия трещины. Исследовано асимптотическое поведение регулярной части ядра в нуле и на бесконечности (экспоненциальное убывание).

Решение интегрального уравнения построено методом коллокаций в виде линейной комбинации базисных функций, явно учитывающей особенность в окрестности вершин трещины. В качестве базисных функций приняты полиномы Чебышева; узловые точки корни полиномов Чебышева. Установлен диапазон изменения геометрических и физических параметров задачи, в котором метод коллокаций дает достаточно высокую эффективность.

Целью исследования в каждом конкретном случае является определение значений фактора влияния — приведенного коэффициента интенсивности напряжений в окрестности вершин трещины. Проведен анализ влияния геометрических и физических параметров задачи на величину исследуемого параметра.

Так, в частности, установлено, что: с увеличением угла раствора клина, при неизменных прочих значениях параметров, значения фактора влияния возрастают; увеличение толщины и жесткости покрытия ведет к снижению фактора влияния; увеличение относительной длины трещины или ее приближение к вершине клина влечет увеличение фактора влияния. Рассмотрены известные частные случаи рассматриваемой задачи. Так, в случае отсутствия покрытия, а также в случае, когда угол раствора клина соответствует полуплоскости, результаты сопоставлены с имеющимися в литературе данными.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № № 17-08-00275 а, 17-08-00621 а.

Моделирование и расчёт физически и геометрически нелинейных тонкостенных конструкций

Столяр А. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе рассматривается широкий класс задач динамики упругопластических цилиндрических панелей/пластин и сферических оболочек; проводится интегрирование нелинейных уравнений математической физики, описывающих колебания оболочек как для сжимаемого, так и для несжимаемого материала. Математическая модель оболочки содержит, помимо уравнений движения, начальных и граничных условий, так называемые определяющие соотношения, устанавливающие связь между напряжениями и деформациями в случае учёта пластических свойств материала. Разработаны алгоритмы численного интегрирования уравнений математической модели. Вводится понятие «универсальной кривой» зависимости между интенсивностями напряжений и деформаций. Движение изображающей точки по данной кривой отражает процесс упругопластического деформирования элемента оболочки в каждый момент времени. При этом допускается, чтобы различные элементы оболочки, в том числе и лежащие на одной нормали к срединной поверхности, находились на различных участках своих «универсальных кривых». Для учёта пластических свойств материала применяются модифицированные соотношения деформационной теории Генки — Надаи — Ильюшина. Учет пластичности материала. Алгоритмы численного интегрирования учитывают возможность неоднократного упрочнения материала элемента оболочки после предшествующей разгрузки — как в прежнем, так и в противоположном направлении (повторное и переменное упрочнение) (А. М. Столяр, Поведение узких панелей и сферических оболочек в условиях статического и динамического нагружения, 2014). Приводятся результаты численных расчетов колебаний цилиндрических панелей, арок и сферических оболочек и их сравнение с результатами других авторов, полученных с применением различных вариантов теории течения при различных режимах динамического нагружения, в том числе и при определении критической нагрузки динамического прощелкивания. Кроме этого, численно подтверждается результат (асимптотического интегрирования) о предельном переходе от уравнений колебаний узких упругих цилиндрических панелей со свободными продольными границами к соответствующим уравнениям арки и в случае упругопластической оболочки. Алгоритм численного решения основан на применении явной схемы метода конечных разностей.

Анализ модели нелинейного взаимодействия нормальных волн кручения в трансверсально-изотропных цилиндрах

Сторожев В. И., Моисеенко И. А., Сидаш О. Ю.

Донецкий национальный университет

Исследование модели нелинейного взаимодействия нормальных волн деформаций в цилиндрических упругих волноводах в рамках концепции генерирования нелинейных ангармонических возмущений остается открытой по весьма обширному кругу аспектов проблемой, связанной с кругом важных актуальных приложений в акустоэлектронике и ультразвуковой дефектоскопии. При ее анализе ранее затрагивались вопросы нелинейного ангармонического взаимодействия осесимметричных нормальных упругих волн крутильного и продольно-сдвигового типа в изотропных цилиндрах с краевыми условиями отсутствия напряжений, жесткого закрепления либо наличия гибкого нерастяжимого покрытия на боковой поверхности цилиндра.

В представляемом исследовании проблема описания характеристик нелинейного ангармонического взаимодействия осесимметричных нормальных волн деформаций рассмотрена применительно к случаю одновременного распространения пар волн крутильного типа с различными частотами и относительными длинами из различных мод дисперсионного спектра волн кручения вдоль протяженного трансверсально-изотропного цилиндра со свободной либо жестко закрепленной боковой поверхностью. Описываемые решения получены в рамках модели геометрически и физически-нелинейного динамического деформирования трансверсально-изотропного упругого тела, которая базируется на представлении упругого потенциала с квадратичными и кубическими членами по конечным деформациям, и с коэффициентами, выражаемыми через пять независимых упругих постоянных второго порядка и десять независимых упругих постоянных третьего порядка. В применяемой численно-аналитической методике использована концепция приближенного описания характеристик динамического напряженно-деформированного состояния рассматриваемого анизотропного упругого тела двумя низшими членами разложений по малому параметру в виде отношения максимальной амплитуды исследуемых волн к радиусу волновода и последующего сведения задачи поиска нелинейных ангармонических возмущений к рекуррентной последовательности краевых задач первого (линейного) и второго (нелинейного) приближения. Для характеристик искомого решения с использованием аппарата компьютерной алгебры получены имеющие форму степенных рядов по радиальной координате описания нелинейных комбинационных вторых гармоник продольно-сдвигового типа для пар взаимодействующих нормальных волн кручения. Осуществлен численный анализ зависимостей кинематических и энергетических характеристик для характеризующих степень нелинейного взаимодействия комбинационных вторых гармоник от факторов относительных длин и номеров мод линейных нормальных волн кручения, а также от рассматриваемого типа краевых условий на поверхности цилиндра.

Анализ модифицированных моделей оптимизации размещения объектов пространственной геометрии

Сторожев С. В.¹, Болнокин В. Е.², Нгуен Динь Чунг²

¹Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, Макеевка

²Научно-исследовательский и экспериментальный институт автомобильной электроники, Москва

Совершенствование подходов к конструированию и анализу моделей оптимизации размещения объектов пространственной геометрии является проблемой, сохраняющей актуальность ввиду самого широкого круга приложений. Среди них одними из наиболее важных с позиций обеспечения высоких показателей экономической эффективности являются задачи оптимизации схем размещения грузов на складских площадях транспортных комплексов, оптимизации ресурсных объемов контейнеров для морских и сухопутных перевозок за счет уплотнения упаковки. В подавляющем числе выполненных исследований в качестве модели грузов рассматриваются трехмерные объекты в форме параллелепипеда — коробки, — а заполняемое при упаковке пространство интерпретируется как контейнер. Комплексный характер рассматриваемой задачи заключается и в необходимости получения оперативных решений по схемам размещения, учитывающим реальные технологические ограничения. В отношении размеров коробок возможны ограничения по распределению веса, устойчивости упаковки, допустимости совместной перевозки, особенностям очередности разгрузки. С введением понятия идентичных, однородных или разнородных контейнеров, а также однородных и неоднородных наборов коробок при комбинировании указанных свойств формулируют шесть основных типов проблем упаковки. Для их исследования предложена серия подходов, включающая эвристические алгоритмы и алгоритмы локальной оптимизации Ю. Г. Стояна, методы линейного программирования (методы активного набора) и ряд других. При этом в качестве наиболее перспективного подхода рассматривается адаптация метаэвристических методов локального поиска в комбинации с методами моделирования геометрических преобразований, основанных на выполнении условий взаимного непересечения.

Вместе с тем, большинство отмеченных подходов не учитывает факторы неопределенности и реального разброса характеристик моделируемых объектов, в связи с чем ранее выполнены пилотные исследования по интервальному моделированию оптимизационных задач размещения. В контексте вышеизложенного настоящее исследование посвящено вопросам применения методов нечетко-интервального моделирования к проблемам оптимизации размещения объектов пространственной геометрии, а именно к задачам контейнерной упаковки. Рассмотрены приемы введения нечетко-интервальных отображений, удовлетворяющих свойствам метрики и порождающих метрические нечетко-интервальные пространства. Предложены конструктивные средства математического моделирования поверхностей евклидовых пространств с учетом погрешностей в нечетко-интервальных пространствах.

Анализ неопределенности в оценках концентрации напряжений
у контура эллиптического отверстия
с нечетким показателем эксцентриситета в анизотропной пластине

Сторожев С. В., Номбре С. Б.

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, Макеевка

При исследованиях проблем концентрации двумерных полей механических напряжений около полостей и отверстий в упругих телах и элементах конструкций актуальным и малоисследованным аспектом является эффективный учет влияния факторов неопределенности в данных о геометрической форме концентраторов. В настоящее время он может быть альтернативно выполнен в рамках применения подходов, базирующихся на методах вероятностного стохастического анализа, либо на методах теории нечетких множеств.

В данном контексте, представляемое исследование посвящено получению оценок для разброса показателей концентрации механических напряжений в растягиваемой ортотропной пластине у границы эллиптического отверстия, неопределенность в описании формы которого связана с нечеткостью эксцентриситета — разбросом в соотношении длин полуосей эллиптического контура. Реализуемый анализ базируется на представлении неопределенного экзогенного параметра рассматриваемой модели (показателя эксцентриситета эллиптического контура отверстия) в виде нечеткого трапецидального интервала в сочетании с последующим применением эвристического принципа обобщения к классическому аналитическому представлению напряжения в точках контура отверстия в равномерно растягиваемой тонкой ортотропной пластине для получения нечеткой оценки эндогенного параметра. Расширяемое на область нечетких аргументов функциональное представление для контурного напряжения в удобной для реализации принципа обобщения аналитической форме получено с применением классического метода теории функций обобщенных комплексных переменных. Принцип обобщения для получения искомой нечетко-множественной формы эндогенного показателя концентрации напряжений применяется в форме, использующей представление нечетко-интервального экзогенного параметра эксцентриситета в форме суперпозиции по множествам альфа-уровня (альфа-срезам), и соответственно эндогенная характеристика на основании разработанного алгоритма решения формируется в аналогичной форме.

Представлены и проанализированы результаты численной реализации описываемого теоретического алгоритма решения проблемы при задании ряда вариантов исходных характеристик разброса в значениях параметра эксцентриситета контура эллиптического отверстия.

Рассмотрен также вариант базирующегося на применении алфа-уровневой формы эвристического принципа обобщения теоретического алгоритма анализа рассматриваемой проблемы с дополнительным учетом факторов неопределенности в значениях параметров экспериментально определяемых упругих постоянных ортотропного материала пластины, также описываемых в модели нечеткими трапецидальными интервалами

Моделирование возмущений полугораниченной упругой среды,
вызываемых заглубленным подвижным осциллирующим
источником колебаний

Сыромятников П. В.

Южный научный центр РАН, Краснодар

Исследованию волновых полей, вызванных заглубленными источниками, движущимися внутри твердого тела параллельно его поверхности, посвящено относительно небольшое количество исследований. К задачам подобного рода применимы те же методы, что и для поверхностных подвижных источников (штампов), но по сравнению с задачами для поверхностных источников задачи с заглубленными источниками технически более громоздки. Данная работа посвящена нахождению возмущений на поверхности и в глубине изотропного слоя, вызванных нагрузкой в виде скачка сосредоточенной либо распределенной нормальной нагрузки, заданной в прямоугольной области, совершающей гармонические колебания и перемещающейся с постоянной скоростью. Задача решается с помощью интегральных преобразований Фурье и двух методов численного интегрирования — метода прямого контурного интегрирования и метода интегрирования вычетов. Метод прямого контурного интегрирования, благодаря своей простоте, можно считать инженерным, хотя он вполне может использоваться для научных исследований. Метод интегрирования вычетов является более точным, но технически существенно более трудоемким в реализации, данный метод используется для контроля вычислений. Специфика задачи, как и в случае с поверхностными источниками, заключается в появлении так называемой наведенной анизотропии и, как следствие, нетипичном расположении вещественных полюсов символа матрицы Грина. Кроме прочего необходимо привлечение формализма блочных матриц Грина для моделирования воздействий от внутреннего источника в виде скачка напряжений. В предлагаемой работе рассматриваются плоская и пространственная задача о движении заглубленного источника в однородном слое и двухслойном пакете. В системе координат, связанной с подвижным источником, исходная нестационарная краевая задача сводится к модифицированной гармонической краевой задаче. В зависимости от комбинации механических параметров верхнего и нижнего слоя, их относительных толщин, а также скорости и частоты, могут существенно изменяться свойства решения и тип определяющих уравнений. Приведены численные примеры расчета поверхностных и внутренних возмущений двухслойного пакета для плоского и пространственного случая, вызываемых подвижным заглубленным гармоническим источником в диапазоне скоростей от нуля до скорости продольной волны при различных частотах осцилляций, исследована зависимость амплитуды от скорости, частоты, глубины залегания источника, параметров верхнего и нижнего слоя. Метод может быть без дополнительных модификаций применен к многослойным изотропным и анизотропным материалам в качестве упругой подложки.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ и администрации Краснодарского края 16-48-230336_p-а.

Метод блочного элемента в решении краевых задач теории упругости для различных блочных структур

Сыромятников П. В.¹, Кириллова Е. В.²

¹*Южный научный центр РАН, Краснодар*

²*Технический университет г. Висбадена*

На сегодняшний день среди аналитических методов перспективным и универсальным методом решения краевых задач для неоднородных структур со сложной геометрией и физико-механическими свойствами представляется метод блочного элемента, в котором область задания краевой задачи моделируется как блочная структура, состоящая из конечного числа взаимодействующих блоков. Метод основан на методах дифференциальной и интегральной факторизации.

Под блочной структурой понимается совокупность контактирующих блоков, занимающих ограниченные, полугораниченные или неограниченные области. Каждому блоку в блочной структуре соответствует своя краевая задача для системы связанных дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами. Блоки могут обладать специфическими свойствами при воздействии на них физическими полями различной природы. Среды такого типа свойственны композиционным материалам, кристаллическим структурам, материалам электроники, наноматериалам, строению земной коры. Понятие блока предполагает, что граница области задания краевой задачи должна быть неизменной и кусочно-гладкой. Частным случаем блочных структур являются слоистые структуры.

Для классических областей краевые задачи относительно просто могут быть решены методом интегральных преобразований. В случае сложных областей задания краевых задач применим дифференциальный метод факторизации, позволяющий сводить краевые задачи к функциональным уравнениям меньшей размерности. В рассматриваемых краевых задачах дифференциальный метод факторизации не привязан к типу систем дифференциальных уравнений в частных производных, что делает данный метод достаточно универсальным. Большим достоинством метода является интегральная форма представления решения краевой задачи. В качестве примера рассматриваются блочные структуры при наличии блочных элементов разной размерности. Это случаи контакта трехмерных деформируемых тел с двумерными: оболочки, покрывающие трехмерные тела, технологические включения из пластин и т. д. Часть покрытий может содержать трещины, быть расколотой. На основе топологического подхода получены аналитические и полуаналитические представления решения краевой задачи для двух полубесконечных пластин, контактирующих с упругим полупространством.

Работа выполнена при поддержке гранта Технического университета г. Висбаден № 40130106, программ Президиума ЮНЦ РАН.

Электрофизические свойства неупорядоченных соединений

Тарасевич Ю. Ю., Гольцева В. А., Лаптев В. В.

Астраханский государственный университет

На протяжении многих десятилетий физические свойства неоднородных материалов (в первую очередь бинарных систем) привлекают большое внимание научного сообщества. Этот интерес поддерживается многочисленными приложениями, связанными, в частности, с производством и применением нанокomпозитов. Теоретические предсказания эффективных свойств таких систем очень важны для анализа свойств материала и создания новых материалов. Особое внимание уделяется электрическим свойствам композиционных материалов. Одной из главных проблем в теории неупорядоченных систем является расчёт электрической проводимости для случайной смеси непроводящих и проводящих материалов. В частности, представляет интерес сингулярное поведение электропроводности вблизи порога перколяции.

Мы количественно исследуем электропроводность двумерных систем¹ с особым вниманием к влиянию дефектов на электрические свойства², рассматривая такие системы как случайные сети резисторов (RRN). Для расчёта электропроводности используется алгоритм Франка — Лобба, позволяющий точно определить электропроводность даже на пороге перколяции.

При проведении вычислительных экспериментов электропроводность неупорядоченной системы при одной и той же концентрации проводящего компонента вблизи точки перколяции в одном испытании может соответствовать изолятору, а в другом — проводнику. При проведении статистической обработки результатов вычислительных экспериментов это приводит к тому, что вблизи области фазового перехода разброс значений электропроводности становится огромным, а поведение зависимости электропроводности от концентрации существенно искажается. Мы предлагаем методику обработки результатов вычислительных экспериментов, которая позволяет избежать указанных проблем. Главная идея состоит в том, что нельзя усреднять значения физической величины, характеризующие разные физические состояния. В нашем подходе вблизи фазового перехода кривая зависимости физической величины от параметра (температуры, концентрации) имеет погрешности как по оси абсцисс, так и по оси ординат, поскольку в конечных системах фазовый переход может возникать при разных значениях параметра в разных испытаниях.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (госзадание № 3.959.2017/ПЧ).

¹Tarasevich Y. Y., Goltseva V. A., Laptev V. V., Lebovka N. I. Electrical conductivity of a monolayer produced by random sequential adsorption of linear k -mers onto a square lattice // Phys. Rev. E. 2016. Vol. 94, no. 4. P. 042112.

²Tarasevich Y. Y., Laptev V. V., Goltseva V. A., Lebovka N. I. Influence of defects on the effective electrical conductivity of a monolayer produced by random sequential adsorption of linear k -mers onto a square lattice // ArXiv: 1611.02404 [cond-mat.dis-nn].— 2016.

Управление биомеханическим давлением в зубочелюстной системе человека

Тверье В. М.

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Зубочелюстная система является комплексной многоуровневой структурой, состоящей из твердых и мягких тканей, которые образуют сложные многоуровневые подструктуры, именуемые блоками. К твердотканевым блокам относятся костно-мышечный блок в области височно-нижнечелюстных суставов и зубоальвеолярный блок, соединяющий зубные дуги верхней и нижней челюстей. К мягкотканевым блокам относятся передний и задний мягкотканевые блоки.

Рассмотренные проблемы взаимосвязи между блоками зубочелюстной системы могут быть решены в рамках междисциплинарного подхода, проявляющегося при биомеханическом моделировании. Управляющим фактором, обеспечивающим сохранение состава и структуры зубочелюстной системы и ее блоков, поддержание режима деятельности, является биомеханическое давление (механические напряжения). Например, для задачи управления прикусом, определяющим состояние височно-нижнечелюстного сустава, требуется в первую очередь определение внешних нагрузок, развиваемых мышечной системой и приложенных к нижней челюсти в целом. Для описания процессов, обеспечиваемых зубочелюстной системой (сосание новорожденных, дыхание, речь), необходимо построение математических моделей. Расчет гидравлического сопротивления соска молочной железы позволяет моделировать искусственное вскармливание, приближая его энергосиловые характеристики к значениям силовых параметров естественного. Постановки задач об определении напряженно-деформированного состояния должны учитывать не только неоднородность свойств твердых и мягких тканей, но и их внутреннюю структуру. Тогда для описания перестройки костной ткани необходимо поставить и решить начально-краевую задачу перестройки трабекулярной костной ткани.

Разработаны эволюционные уравнения направленной адаптационной перестройки архитектуры трабекулярной костной ткани к локальному механическому воздействию в пространствах А. А. Ильюшина с использованием новой математической формы закона Вольфа. Установленное совпадение ориентации трабекул губчатой кости с главными направлениями тензора напряжений позволило построить совмещенные пятимерные пространства напряжений и структуры, в которых соответствующие тензоры представлены пятимерными векторами. Первое эволюционное уравнение описывает уменьшение угла между векторами напряжений и структуры, а второе — определяет изменение величины вектора структуры со временем, что обеспечивает согласованность уравнений с определяющим соотношением. В первом уравнении введена одна новая материальная константа — скорость изменения угла между векторами. Константы во втором уравнении связаны с константами определяющего соотношения S. C. Cowin. Рассмотрен пример, в котором показана достоверность сделанных предположений.

Очевидно, что разработанный подход предоставляет возможность рассматривать и другие постановки задач биомеханики зубочелюстной системы человека.

Моделирование физических полей в кусочно-однородных нелинейных средах методом Монте-Карло

Ткачев А. Н., Назаров А. С.

*Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ)
им. М. И. Платова, Новочеркасск*

Метод Монте-Карло является универсальным бессеточным методом расчета потенциала физических полей, отличительной особенностью которого является возможность нахождения решения только в отдельных точках или в части расчетной области. Недостаток метода, состоящий в высокой трудоемкости, в настоящее время в связи с ростом вычислительных ресурсов современных компьютеров перестает быть определяющим при его использовании в качестве решателя краевых задач. В связи с этим метод Монте-Карло может конкурировать с другими часто используемыми методами моделирования (конечных элементов, конечных разностей, конечных объемов).

Рассматривается задача расчета потенциала физического поля в части пространства, заполненной средой с нелинейными характеристиками, удовлетворяющего граничным условиям Дирихле на одной части границы и условиям Неймана на другой. В расчетной области потенциал является решением нелинейного уравнения, соответствующий оператор которого содержит функцию от решения, описывающую нелинейные материальные свойства среды.

Решение задачи находится методом Монте-Карло. На первом этапе расчет выполняется при допущении линейности характеристик среды. Решение ищется в небольшом числе точек с целью оценки изменения потенциала или поля (градиента потенциала). При этом используется алгоритм случайного блуждания по сферам с поглощением в точках границы, соответствующих условиям Дирихле, и отражениям по нормали в точках границы, соответствующих условиям Неймана. На втором этапе расчетная область разбивается на элементы так, что в каждом из них материальные свойства среды аппроксимируются линейной функцией. Далее, реализуется процедура блуждания по сферам с частичным отражением при прохождении через границы, разделяющие элементы разбиения. При этом происходит итерационное уточнение материальных характеристик среды в элементах разбиения. Число реализаций процесса оценивается по величине среднеквадратичного отклонения и по изменению решения в зависимости от этого числа.

В качестве примера приводятся результаты расчета магнитного поля электромагнитного подвеса методом Монте-Карло и сравнение найденного решения с решениями, полученными другими методами.

Численный анализ нелинейной задачи трёхмерного чистого изгиба

Тютюнникова Е. Д.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Изгиб является одним из основных типов деформаций самых разнообразных элементов конструкций, и учёт физической и геометрической нелинейности при изгибе необходим во многих случаях. Так, например, большие деформации имеют место при сильном изгибе упругопластических тел; для их описания в условиях активного нагружения можно применять модель нелинейно упругого материала.

Настоящая работа основывается на статье А. А. Зелениной и Л. М. Зубова (ПММ. 2000. Т. 64. №3. С.416–424), где для исследования изгиба применён новый вариант полуобратного метода нелинейной теории упругости, позволивший свести трёхмерную задачу к двумерной в области поперечного сечения. Для её численного исследования предложена схема, существенно использующая явное выражение градиента деформации C через тензор напряжений Пиолы D , т. е. аналитическое обращение определяющего соотношения нелинейно-упругого материала. В настоящей работе представленная А. А. Зелениной и Л. М. Зубовым методика распространяется на случай материалов, у которых такое аналитическое обращение отсутствует.

Для определения напряжённо-деформированного состояния бруса используется вычислительная схема, основанная на стационарности функционала типа Кастильяно. При этом функционал над полем напряжений заменяется функцией нескольких скалярных параметров, определяющих поле тензора напряжений Пиола, согласованное с граничными условиями. Вычисление значения этой функции требует, в свою очередь, знания удельной дополнительной энергии в некотором наборе точек поперечного сечения для дальнейшего вычисления интеграла от энергии по этому сечению, например методом прямоугольников или Симпсона. Для определения величины дополнительной энергии, выражающейся через тензоры D и C , требуется построить зависимость градиента деформации от тензора Пиолы. Эта зависимость также строится численно в каждой из рассматриваемых точек сечения с помощью модифицированного метода Ньютона для решения систем нелинейных уравнений. Построение этой зависимости, т. е. численное обращение определяющего соотношения нелинейно-упругого материала, и представляет собой основную цель данной работы.

Задача решалась для двух моделей материалов: полулинейного и Блейтца и Ко. В результате, для каждого значения угла изгиба полностью определяется напряжённо-деформированное состояние бруса, что даёт возможность, в частности, построить графики зависимости изгибающего момента от кривизны изогнутой оси. Такие расчёты проведены для прямоугольной и эллиптической формы поперечного сечения. Проведено сравнение результатов с классической линейной теорией изгиба и с данными, приведёнными в работе А. А. Зелениной и Л. М. Зубова.

Прямая и обратная задачи
о колебаниях поперечно-неоднородного упругого слоя

Углич П. С.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Рассмотрены прямая и обратная задачи о вынужденных колебаниях поперечно-неоднородного упругого слоя. Механические характеристики слоя (упругие параметры и модуль сдвига) считаются функциями поперечной координаты. Предложена методика решения прямой задачи, основанная на использовании интегрального преобразования Фурье. После применения интегрального преобразования Фурье исходная задача сведена к краевой задаче для канонической системы обыкновенных дифференциальных уравнений, в которой неизвестными являются компоненты вектора перемещений и тензора напряжений. Построенная краевая задача может быть решена только численно. Решение задачи производится при помощи метода пристрелки, причем для решения вспомогательных задач Коши используются вложенные формулы Рунге порядка 4(5). После решения краевой задачи строится поле перемещений в трансформантах и для того, чтобы найти оригиналы, производится обращение преобразования Фурье. Для обращения преобразования Фурье предложены два метода, первый из которых основан на непосредственном численном интегрировании, а второй - на теории вычетов. При использовании теории вычетов необходимо знать полюсы подынтегральной функции. Построено дисперсионное уравнение для их приближенного отыскания, решение которого основано на методе Ньютона. При использовании метода Ньютона для отыскания корней требуется знать не только трансформанты перемещений и напряжений, но и их производные по параметру преобразования Фурье. Для отыскания производных по параметру преобразования построена вспомогательная краевая задача. Результаты, полученные разными методами, сравниваются друг с другом, а также с аналитическими результатами для однородного слоя.

Далее рассмотрена обратная задача об отыскании законов распределения механических параметров по известной информации о волновом поле на части верхней поверхности. Построены итерационные последовательности интегральных уравнений. Интегральные уравнения относятся к интегральным уравнениям Фредгольма с гладким ядром, для их решения используется регуляризация Тихонова. Для решения системы линейных алгебраических уравнений, которая образуется при дискретизации регуляризованного уравнения, использован метод Воеводина, который основан на сведении исходной системы линейных уравнений к системе с трехдиагональной матрицей, которая решается методом прогонки. Метод позволяет организовать автоматический подбор параметра регуляризации, основанный на критерии обобщенной невязки. Приведены результаты численных экспериментов, даны рекомендации по оптимальному выбору частоты колебаний и отрезка, с которого снимается информация. Предложен алгоритм вычисления ядра, основанный на теории вычетов.

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН «Фундаментальные проблемы математического моделирования» (№ 114072870112).

О методах расчетов канатов. Задачи изгиба

Устинов Ю. А., Курбатова Н. В., Портнов Е. Н.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Под канатом понимается «скрученный пучок» тонких деформируемых элементов, так, что все элементы, кроме центрального, приобретают форму пространственной спирали. Канат, у которого элементы металлические (обычно стальные), принято называть тросом. В известных авторам источниках как правило исследуется «задача на растяжение». В одной из работ авторов впервые было показано, что растяжение может сопровождаться кручением и была построена матрица жесткостей, позволяющая рассчитывать сложное НДС типа растяжения-кручения. В ряде технических приложений (подвесные канатные дороги) канаты испытывают изгибные деформации, которые сопровождаются еще более сложным НДС.

В предлагаемом докладе канат рассматривается как цилиндр из композитного материала, который получается путем намотки упругих нитей на цилиндрическую поверхность малого радиуса так, что шаг винтовых спиралей h и крутка $\tau = 2\pi/h$ не зависят от радиальной координаты. Процесс намотки сопровождается покрытием слоем нитей полимерным связующим. В результате получается волокнистый композит. Для описания упругих свойств полученного композита используются методы теории осреднения и на их основе получаются соотношения обобщенного закона Гука для трансверсально-изотропного материала, которые преобразуются к винтовой системе координат.

$$\begin{aligned}\sigma' &= c' e' \\ c' &= (c_{ij}), i, j = 1, \dots, 6 \\ \sigma' &= (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6)^T \\ e' &= (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6)^T\end{aligned}\tag{1}$$

где σ_i — компоненты вектора напряжений, e_i — компоненты вектора малых деформаций в базисе $e_i(1, 2, 3)$ (здесь используется терминология, принятая в книге С. Г. Лехницкого «Теория упругости анизотропного тела»).

В процессе исследования задачи «чистого изгиба» каната получены аналитические формулы, описывающие соответствующее НДС и изгибную жесткость каната, которая описывается следующим выражением

$$d_{11} = \frac{1}{2} \frac{\pi a^4 E'}{kt^2} - \frac{1}{2} \frac{\pi a^4 E' \ln(1 + kt^2)}{k^2 t^4}, \quad k = \frac{1}{4}(1 + \nu), \quad t = \operatorname{tg} \beta.$$

Здесь a — внешний радиус цилиндра, $E' = kE$, E, ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала винтовых спиралей, β — угол между осью цилиндра и касательной к ним на боковой поверхности каната, k — коэффициент упаковки элементов (зависит от профиля поперечного сечения элемента, для кругового профиля $k = \pi/4$).

Простая электро-механическая модель сердечной мышцы

Цатурян А. К.

НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва

Для моделирования насосной функции сердца или его отдельных камер нужна математическая модель, описывающая процесс распространения электрических импульсов по сердечной мышце (миокарду), электромеханическое сопряжение, т. е. цепочку биохимических процессов, запускаемых электрическим импульсом и приводящих к развитию активных напряжений и деформаций, и собственно механику сердечной мышцы, включая как пассивные упругие, так и активные напряжения и деформации. Несмотря на большое количество моделей, разработанных различными группами в разных странах мира, большинство из них либо слишком сложны с вычислительной точки зрения, чтобы их можно было использовать для решения сложных пространственных задач, либо, наоборот, слишком упрощены, чтобы адекватно описать механику активно сокращающегося миокарда.

Мы разработали новую простую модель, объединяющую популярную модель электрических процессов в рабочем миокарде желудочков сердца Алиева — Панфилова (Aliev, Panfilov, 1996, *Chaos, Solution & Fractals*. 7:293-301) содержащую всего два дифференциальных уравнения, с недавно опубликованной нами простой моделью механики и кальциевой регуляции миокарда (Syomin, Tsaturyan, 2017, *J. Theor. Biol.* 420:105-116), в которой связь между напряжениями и деформациями зависит от 4 внутренних параметров, для каждого из которых постулируются кинетическое дифференциальное уравнение первого порядка. Электромеханическое сопряжение описывали в модели системой четырех кинетических дифференциальных уравнений для концентрации Ca^{2+} в цитоплазме, саркоплазматическом ретикулуме и его терминальных цистернах, а также для степени фосфорилирования малого белка фосфоламбина, которое модулирует скорость поглощения Ca^{2+} ретикулумом.

Модель описывает экспериментально наблюдаемые изменения амплитуды активных сокращений сердечной мышцы от межимпульсных интервалов: стационарную зависимость от частоты стимуляции и переходные процессы, возникающие при изменении частоты сокращений (лестница Боудича), величину механического ответа на внеочередной стимул (экстрасистола) и на кратковременную паузу в стимуляции (пост-экстрасистолическая потенциация). Такая модель может быть использована для описания насосной функции сердца при изменении частоты сокращений и при аритмиях.

Работа поддержана грантами РФФИ 16-04-00693 и 15-04-02174.

Мультистабильность в задачах популяционной динамики

Цибулин В. Г.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В ряде докладов автора на предшествующих школах-семинарах (Будянский А. В., 2014; Кругликов М. Г., Епифанов А. В., 2016) были представлены результаты анализа пространственных моделей популяционной динамики, основанного на теории косимметрии В. И. Юдовича. Для исследования мультистабильных стационарных и нестационарных решений уравнений диффузии–реакции–конвекции применялся метод «вспыхивающих» косимметрий, состоящий из следующих этапов: 1) проводится определение соотношений на параметры задачи, при которых имеется нетривиальная косимметрия («вспыхивающая» косимметрия); 2) при найденных условиях вычисляется однопараметрическое семейство решений (равновесий или периодических режимов); 3) строится селективная функция и анализируются возможные сценарии нарушения условий косимметрии.

Данный подход позволяет изучать мультистабильность в широком круге задач, а также объяснить явление метастабильности, которое может быть обусловлено эффектом «памяти» системы о косимметричном состоянии. При этом сокращается объем необходимых вычислительных экспериментов.

В докладе представлены результаты для новой модели распространения по одномерному ареалу конкурирующих за единый ресурс близкородственных популяций. Например, для двух видов система уравнений формулируется следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{u}_i &= -(-k_i u_i' + u_i \varphi_i') + \eta_i u_i f, \quad \varphi_i = \alpha_i \ln p + \beta_i \ln u_{3-i}, \quad i = 1, 2, \\ f &= 1 - \frac{\sum u_j}{p(x)}, \quad p(x) = e^{\mu(x)}. \quad (\dot{}) = \partial_t(), \quad ()' = \partial_x(). \end{aligned}$$

Здесь $u_i(x, t)$ ($x \in [0, a]$) — плотности, коэффициенты η_i отвечают за рост численности популяций. Миграционные потоки выражаются через градиенты плотностей и дополнительные слагаемые, описывающими направленную миграцию (таксис). Диффузионные коэффициенты k_i являются положительными функциями пространственных координат, а функция обобщенного ресурса $p(x) > 0$ определяет неоднородность жизненных условий.

При выполнении условий на параметры $k_i = \alpha_i + \beta_i$, $i = 1, 2$ у системы имеется явное решение $u_1 = \gamma p(x)$, $u_2 = (1 - \gamma)p(x)$, $\gamma \in [0, 1]$. Это семейство связано с косимметрией $L = (\frac{u_2}{\eta_1}, -\frac{u_1}{\eta_2})$, которая возникает при выполнении условий $k_i = \alpha_i + \beta_i$, $i = 1, 2$, $u_1 = c_1 p$, $u_2 = c_2 p$. Также система имеет косимметрию $L = e^{\frac{-\varphi_2}{k_2}} (\eta_2 u_2, -\eta_1 u_1)$ при следующих соотношениях на параметры:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{(\varphi_1)'}{(\varphi_2)'}$$

Исследование устойчивости движущейся границы при электрофорезе
в многокомпонентной среде

Цывенкова О. А., Жуков М. Ю.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Рассматривается модель, описывающая концентрационную гравитационную конвекцию при проведении изотахофореза химически активной смеси из двух электролитов. В процессе изотахофореза происходит разделение смеси на отдельные компоненты, которые движутся с постоянной скоростью под действием электрического поля. Действие силы тяжести может приводить к конвективной неустойчивости границы между зонами и перемешиванию смеси. Целью работы является определение параметров, при которых возможно возникновение конвективной неустойчивости границы между зонами.

Уравнения в безразмерных переменных, описывающая поведение многокомпонентной вязкой несжимаемой жидкости в электрическом поле, имеют вид

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{v}}{dt} &= -\nabla p + \mu\Delta\mathbf{v} - \sum_m \beta^m u^m \mathbf{k}, \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \\ \frac{du^k}{dt} + \operatorname{div} \mathbf{i}^k &= 0, \quad \mathbf{i}^k = -\varepsilon\mu^k \nabla u^k + \mu^k u^k \mathbf{E}, \\ \operatorname{div} \mathbf{j} &= 0, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad \mathbf{E} = -\nabla\varphi, \quad \sigma = \sum_k u^k.\end{aligned}$$

Здесь \mathbf{v} — скорость смеси в целом, p — давление, u^k — «эффективная» концентрация компоненты смеси, \mathbf{i}^k — плотность потока концентрации, μ — коэффициент кинематической вязкости смеси, β^k — коэффициент концентрационного сжатия, $\mu^k > 0$ — подвижность компоненты смеси в электрическом поле, $\varepsilon\mu^k$ — коэффициент диффузии, \mathbf{E} , φ — напряженность и потенциал электрического поля, \mathbf{j} — плотность электрического тока, σ — проводимость смеси, \mathbf{k} — орт оси z .

Для задачи, рассматриваемой на бесконечной оси, изучается линейная гидродинамическая устойчивость границы между двумя зонами. Задача линеаризуется на решении, отвечающем механическому равновесию, которое строится численно. Полученная спектральная задача исследуется методом нормальных мод с целью определения критических значений параметров возникновения конвективной неустойчивости. Для выполнения численных расчетов выбираются параметры, отвечающие смеси из двух электролитов NaCl и KCl.

Работа выполнена при финансовой поддержке базовой части государственного задания 1.5169.2017/БЧ Министерства образования и науки РФ, ЮФУ.

Математическое моделирование контактного взаимодействия тел сложной формы с учетом износа

Чебаков М. И., Данильченко С. А., Ляпин А. А., Колосова Е. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Прогнозирование износа ответственных деталей различных трибосопряжений в машиностроении представляется одной из важнейших задач. Одним из путей прогноза является математическое моделирование контактного взаимодействия деталей узлов трения при наличии износа. В настоящее время в литературе описано достаточно много различных моделей износа. Их математические выражения варьируются от простых эмпирических соотношений до сложных уравнений, опирающихся на физические понятия и определения. Параметры и переменные, используемые в них, часто действительны только для конкретных случаев. В представляемом докладе рассматривается нестационарная контактная задача, моделирующая взаимодействие вращающегося тормозного диска и тормозной колодки при наличии износа их контактирующих поверхностей. Скорость износа рассчитывалась согласно модели Аркарда при различных значениях ее параметров. Для решения данной задачи был использован метод конечных элементов и специальный программный комплекс ANSYS. Был разработан комплекс программ на макроязыке APDL ANSYS, позволяющих решать рассматриваемые задачи при различных значениях геометрических и физических входных параметров. Для улучшения сходимости алгоритма расчета задачи и сокращения времени вычислений, решение осуществлялось в два этапа. На первом этапе решалась статическая контактная задача теории упругости о вдавливании колодок в упругий диск. На втором этапе — нестационарная задача о взаимодействии вращающегося диска и колодки с учетом трения и износа. Конечно-элементная сетка строилась с использованием 20-узловых упругих элементов SOLID186. Для моделирования контактного взаимодействия между поверхностью диска и колодкой создавались две контактные пары, определяемые элементами CONTA174 и TARGE170. Необходимость такого подхода обуславливалась тем, что расчет износа взаимодействующих поверхностей производился только в контактных элементах. Для решения статической задачи были установлены минимальное и максимальное количество подшагов и максимальное количество итераций для каждого подшага. Для нестационарной задачи задавались значения минимального и максимального шагов по времени, первоначального шага для каждой итерации, а также установлены параметры, позволяющие пакету определять оптимальный шаг по времени при расчетах. Представлены результаты расчетов величины износа при различных значениях механических и геометрических параметров модели дисковой тормозной системы. Особое внимание уделено влиянию скорости вращения диска и прижимающей силы, а также материала колодки, на величину износа и напряженно-деформированного состояния.

Работа выполнена при поддержке Минобрнаука РФ (проект № БЧ 0110-11/2017-48) и Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 16-08-00852а)

Экспериментальные исследования пьезоэлектрических генераторов двух типов

Чебаненко В. А.¹, Захаров Ю. Н.², Рожков Е. В.², Паринов И. А.²

¹*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону*

²*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Пьезоэлектрический генератор (ПЭГ) представляет из себя устройство, преобразующее энергию внешних механических колебаний среды в электрическую. Своё название данный тип устройств получил в связи с тем, что основным элементом устройства является преобразователь, изготовленный из материала, обладающего пьезоэлектрическими свойствами. В работе рассмотрены экспериментальные исследования ПЭГ двух типов: стекового и кантилеверного.

В качестве стекового типа были испытаны многослойные пьезоэлектрические генераторы с призматической и кольцевой геометриями.

Стековый генератор с прямоугольным поперечным сечением имел размеры $24 \times 16 \times 21$ мм³. Слои ПЭГ были выполнены из пьезоэлементов на основе керамики ЦТС-19М толщиной 0,5 мм, электроды которых выведены на внешние поверхности и соединены параллельно. Спеченные в пакете по традиционной керамической технологии пьезоэлементы были поляризованы по высоте. Нагружение производилось на разработанной в лаборатории испытательной установке, обеспечивающей гармоническое нагружение.

ПЭГ кольцевого типа состоял из 11 параллельно соединенных пьезоэлементов дискового типа, каждый толщиной 1 мм. Внутренний и внешний диаметр колец был равен 18 мм и 8 мм, соответственно. При этом каждый из ПЭ был поляризован по толщине, в качестве материала была использована пьезокерамика ЦТС-19. Данный ПЭГ был испытан на другой испытательной установке, обеспечивающей низкочастотное импульсное нагружение.

Кантилеверный ПЭГ имел конструкцию консольной балки с тонкими биморфными пьезоактивными слоями, наклеенными на неё. Геометрические размеры консоли были следующими — $10 \times 9.8 \times 1$ мм³, а пьезоэлементы состояли из двух одинаковых пьезопластин, поляризованных по толщине, изготовленных из керамики ПКР-7М, имевших размеры $54 \times 6 \times 0,5$ мм³. Ближе к концу консольной балки крепилась присоединённая масса величиной 3 гр. Величина расстояния изменялась от 65 до 103 мм. Нагружение происходило по гармоническому типу на лабораторном вибростенде.

Для каждого типа были получены основные выходные характеристики, такие как выходное напряжение, выходная мощность, а для кантилеверного ПЭГ также были получены АЧХ.

Авторы благодарят проф. А. Н. Соловьева за внимание к работе.

Работа выполнена при поддержке РФФИ проекты 16-08-00740_а, 16-58-52013 МНТ_а и государственного № 007-01114-16 ПР (проект 0256-2015-0074)

Численно-аналитическое моделирование пьезоэлектрических генераторов многослойной структуры

Чебаненко В. А.¹, Паринов И. А.², Рожков Е. В.²

¹*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону*

²*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

В работе проводится математическое моделирование пьезоэлектрического генератора (ПЭГ) стекового типа, обладающих многослойной структурой. Рассматривались многослойные пьезопакеты, прямоугольного и кольцевого сечения, слои которых электрически были соединены параллельно. В силу малости, толщиной электродов между слоями пренебрегаем. Нагружение происходит путём воздействия на один из концов пьезопакета периодической силой. Второй конец имеет граничное условие типа скользящей заделки, перпендикулярной направлению нагружения. Отклик ПЭГ измеряется на электрическом сопротивлении, для удобства определения максимальной выходной мощности рассматриваемого устройства.

Вывод уравнений, описывающих поведение ПЭГ стекового типа, проводился на основе вариационного уравнения, обобщающего принцип Гамильтона в теории электроупругости для случая продольных колебаний при отсутствии массовых сил:

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \left\{ \iiint_V \left[\left(-c_{33}^E \frac{\partial w(x_3, t)}{\partial x_3} + e_{33} \frac{v(t)}{h} \right) \delta \left(\frac{\partial w(x_3, t)}{\partial x_3} \right) + \left(\frac{e_{33}}{h} \frac{\partial w(x_3, t)}{\partial x_3} + \epsilon_{33}^S \frac{v(t)}{h^2} \right) \delta v(t) - \rho \ddot{w}(x_3, t) \delta w(x_3, t) \right] dV + \iint_S \left(p_3 \delta w(x_3, t) + \frac{\sigma x_3}{h} \delta v(t) \right) dS \right\} = 0$$

где V — объём тела, S — поверхность, ограничивающая объём, $w(x_3, t)$ — продольные перемещения, $v(t)$ — разность потенциалов, c_{33}^E — константы упругости, e_{33} — пьезоконстанты, ϵ_{33}^S — диэлектрическая проницаемость, p_3 — внешние нагрузки, h — толщина одного слоя пьезопакета, σ — плотность внешних зарядов, ρ — плотность материала.

Для решения задачи о вынужденных продольных колебаниях стекового ПЭГ использовался метод Релея — Ритца. Получение результаты сравнивались с известными и показали хорошую сходимость. Были получены решения как для стационарных колебаний, так и для импульсных колебаний, аппроксимированных рядом Фурье. На основе полученных решений были рассмотрены влияния различных параметров стекового преобразователя на выходную мощность ПЭГ, таких как: количество слоёв, толщина слоёв, ширина слоёв.

Авторы благодарят проф. А. Н. Соловьева за внимание к работе.

Работа выполнена при поддержке РФФИ проекты 16-08-00740 _а, 16-58-52013 МНТ _а и государственного № 007-01114-16 ПР (проект 0256-2015-0074)

Усовершенствование интерфейса интерактивного расписания

Чердынцева М. И., Куц К. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В институте математики, механики и компьютерных наук ЮФУ студентами ИТ-лаборатории разработано интерактивное расписание в виде веб-ресурса. Основная цель данного ресурса — предоставить возможность быстро получать доступ к расписанию, в том числе в форматах, отличных от традиционного. В том числе, имеется возможность просмотра расписания для выбранной группы и для выбранного преподавателя. Для удобства пользователей, реализован мобильный клиент, поддерживающий устройства на платформе Android. Но требования, предъявляемые к интерактивному расписанию, постоянно возрастают и его интерфейс постоянно улучшается. В качестве последних изменений, можно выделить добавление такой возможности, как просмотр расписания для выбранной аудитории.

Основным преимуществом интерактивного расписания является возможность оперативно вносить изменения в текущее расписание. Причем характер таких изменений может быть разным. Например, изменения, действующие в течении определенного промежутка времени, заранее запланированные, срочные, периодические и т. д. Например, в начале семестра, становится известно время проведения различных конференций и других мероприятий, которые требуют изменения расписания на время их проведения. На сегодняшний день, уже выполнена поддержка верхней и нижней недели, что позволяет изменять расписание в зависимости от четности недели. Но до сих пор не решенной остается проблема составления такого изменяющегося расписания, в которое бы включались любые запланированные изменения. Так же, возникает необходимость реализации автоматической замены (в заданный момент времени) расписания семестра на расписание сессии с сохранением возможности просмотра расписания за прошлые семестры.

Для решения всех этих задач предлагается использовать такую современную технологию, как хронологические базы данных (temporal database). В СУБД PostgreSQL, на базе которой функционирует интерактивное расписание, такая технология реализуется с помощью диапазонных типов данных (range types). Используя такие типы данных, можно модифицировать некоторые существующие таблицы, добавив в них, например, столбец значений типа tsrange — диапазон подтипа timestamp without time zone. Это дает возможность легко и быстро сохранять и модифицировать информацию о временных интервалах. Например, для таблицы, содержащей данные об аудиториях, можно вносить информацию о времени, в течение которого данная аудитория используется не в учебных целях. Анализ таких данных значительным образом упрощает задачу поиска свободной аудитории в заданный момент времени.

Описанный подход к решению подобных задач не является единственным, однако отличается простотой понимания и легкостью реализации. Данный метод выделяется сравнительно небольшими накладными расходами на его реализацию, а класс задач, для которых можно его применить — широк.

Об опыте организации проектной деятельности студентов первого курса

Чернявская И. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Проектная деятельность является одним из видов учебной работы студента, формирующая у него способность работать в коллективе, самостоятельно ставить задачи и отыскивать пути их решения, использовать современные информационные технологии, умение грамотно оформить и публично представить результаты своей работы. Организация проектной деятельности студентов первого курса имеет ряд особенностей:

- студент пока ещё не имеет профессиональной мотивации;
- объём знаний не позволяет выполнять серьёзные научные проекты;
- у студента нет навыка работы в команде;
- студент первого курса не имеет опыта работы с научной литературы;
- студенты первого курса не умеют излагать свои мысли в письменной и в устной форме.

Предлагаемый междисциплинарный проект представляет собой первый опыт реализации проектной деятельности студентов первого курса направления подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», в котором сделана попытка преодолеть перечисленные выше проблемы. Этот проект включает в себя две дисциплины: «Алгебра и геометрия» и «Основы программирования», которые изучаются в первом и втором семестрах. Тема проектного задания: «Общая теория кривых второго порядка. Визуализация образов». Проект предполагает выполнение заданий в команде из двух-трёх человек. Основные разделы проекта: изучение теории, решение задач (математическая часть), визуализация образов (компьютерная часть), реферат на тему «оптические свойства кривых второго порядка» (работа с литературой). На первом этапе все участники проекта самостоятельно изучают метод преобразования координат приведения общего уравнения кривой к каноническому виду для определения типа кривой. На этом этапе возникает мотивация к решению предложенных по данной теме задач и появляются навыки работы с научной литературой. Далее участники проекта распределяют «роли» в работе над проектом так, чтобы каждый участник внёс свой вклад в каждую часть проекта. К этому времени в курсе «Основы программирования» студенты уже получили необходимые знания для выполнения компьютерной части проекта по визуализации образов. Для выполнения второй части проекта студент должен составить программу в системе PascalABC.NET. Для написания реферата на тему «Оптические свойства кривых второго порядка» студенту предоставляется полная свобода в выборе литературы, содержания и объёма реферата (но не более 5 страниц).

Для реализации проекта подготовлено методическое пособие для студентов. Проект успешно реализован в группах первого курса направления 02.03.02 в 2015–2016 учебном году.

Математическая модель селективной миотомии икроножной мышцы у детей с детским церебральным параличом

Шамик В. Б., Черникова И. В., Рябоконеv С. Г.

Ростовский государственный медицинский университет

Детский церебральный паралич (ДЦП) — одно из наиболее тяжелых инвалидизирующих заболеваний нервной системы и опорно-двигательного аппарата, являющееся следствием повреждений головного мозга. Характерная особенность ДЦП — нарушение моторного развития ребенка, обусловленное аномальным распределением мышечного тонуса и нарушением координации движений. Нарушения мышечного дисбаланса ведут к возникновению различных деформаций преимущественно в дистальных отделах конечностей. Деформации стоп встречаются в среднем в 60% случаев. Разработка эффективного лечения их является приоритетной задачей в области нейроортопедии.

В движении стопы принимают участие две основные группы мышц голени: передняя группа — участвует в разгибании (тыльном сгибании) стопы, задняя — осуществляет сгибание (подошвенное сгибание) стопы. По своим силовым качествам преобладает задняя группа мышц голени. При нарушении процессов нейрорегулирования в головном мозге возникает чаще всего стойкое подошвенное сгибание стопы (эквинусная установка). На устранение данной деформации и восстановление правильного паттерна ходьбы с функционированием стопы направлены неврологические и ортопедические методы лечения, которые взаимно дополняют друг друга.

Одним из методов лечения в системе восстановления функции ходьбы является селективная миотомия мышц, участвующих в сгибании стопы (патент РФ № 2332180). Для определения объема и уровня миотомий необходимо создание математической модели движения стопы при ДЦП. Разработана модель функционирования стопы на основе мультисегментного моделирования с использованием сегментов голени и стопы. В каждом сегменте этой модели учтены величины массы, положение центра масс и величина момента инерции. Включены два сустава цилиндрического типа (коленный и голеностопный). В модель добавлены силы, развиваемые каждой группой мышц, величина их рычагов и приложения сил к точкам истока и прикрепления мышц, равных по модулю и противоположны по направлению. Применен третий закон Ньютона. Определены уровни оптимального хирургического воздействия для создания наиболее эффективного устранения эквинусной деформации стопы и восстановления движений в голеностопном суставе, приближенного к физиологической норме, в зависимости от первоначального положения стопы при ДЦП.

Математическая модель используется в практическом здравоохранении при выполнении хирургических вмешательств на мышечном аппарате голени у больных ДЦП. Получены первые обнадеживающие результаты.

Идентификация частотной зависимости комплексных модулей упругости внутреннего слоя сэндвич-панелей

Шевцов М. Ю.¹, Баранов И. В.¹, Барканов Е. Н.²

¹*Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону*

²*Рижский технический университет*

Механические свойства композиционных материалов характеризуются наличием значительной диссипации. В современных САЕ пакетах учет этих свойств производится с помощью некоторых коэффициентов демпфирования. Известно их определение через набор собственных частот и добротность на этих частотах. В общем случае проблема определения этих параметров остается актуальной. Целью данной работы является идентификация частотной зависимости комплексных модулей упругости сэндвич-панелей по набору измеренных смещений ключевых точек исследуемого образца. Алгоритм базируется на использовании метода конечных элементов (МКЭ) и генетического алгоритма (ГА). Исследования в данной области проводятся в многих странах однако немаловажным будет отметить тот факт что широкого распространения методика не получила в виду низкой производительности и высоких трудозатрат. На текущий момент стремительное увеличение удельной производительности вычислительной техники позволяет предположить что в ближайшем будущем подобные методы неразрушающего контроля получат широкое распространение, поэтому исследования в данной области считаются перспективными.

Настоящая работа посвящена разработке методов определения характеристик демпфирования зависящих от частоты колебаний, применяемых в пакетах, в которых реализован МКЭ. Одним из вопросов, который решается в работе, является численное определение достаточного объема дополнительной информации для однозначного нахождения указанных характеристик. В работе рассматриваются вынужденные колебания консольно-закрепленной композитной пластины, эффективные ортотропные упругие свойства которой предполагаются известными. В качестве дополнительной информации для решения обратной задачи используется амплитуда и фаза волновых полей смещений в наборе точек (позиционное сканирование). В дискретном варианте это точки на амплитудно-частотной характеристике (АЧХ) в наборе частот в окрестностях резонансов (частотное сканирование). Обратная коэффициентная задача определения диссипативных характеристик решается на основе минимизации с помощью ГА функционала невязки между измеренными и рассчитанными значениями поперечных смещений этих точек, в наборе частот в ANSYS или на основе аналитической модели многослойной панели с внутренним вязкоупругим слоем. Проведены численные эксперименты, показывающие принципиальную возможность определения частотной зависимости демпфирующих свойств исследуемого образца с помощью позиционного и частотного сканирования.

Влияние поверхностных напряжений на устойчивость нелинейно-упругой цилиндрической трубы

Шейдаков Д. Н., Михайлова И. Б.

Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

Вследствие развития современных технологий и появления новых материалов весьма актуальным становится вопрос анализа устойчивости равновесия деформируемых тел с учетом различных поверхностных явлений. Например, характер деформирования микро- и наноразмерных тел зачастую существенно отличается от поведения тел макроразмеров, что может быть объяснено поверхностными эффектами. Кроме того, данные эффекты могут играть значительную роль в механике тел, на поверхности которых нанесено сверхтонкое покрытие или произведена некоторая обработка поверхности, изменяющая ее свойства. В последнее время для моделирования поверхностных явлений получила развитие теория упругости с поверхностными напряжениями. В рамках этой теории помимо обычных напряжений, распределенных в объеме, учитываются еще и независимые поверхностные напряжения на границе тела или ее части, которые обобщают известное в гидромеханике скалярное поверхностное натяжение на случай твердых тел. Введение поверхностных напряжений позволяет, в частности, описать характерный для наноматериалов размерный эффект.

Целью настоящего исследования является изучение бифуркации равновесия нелинейно упругих труб с поверхностными напряжениями. В рамках общей теории устойчивости трехмерных тел проведен анализ выпучивания цилиндрической трубы при осевом сжатии и внутреннем давлении. Для описания поведения трубы использовалась модель Гертгина — Мердока. Данная модель тела с поверхностными напряжениями с механической точки зрения эквивалентна деформируемому телу, на поверхности которого приклеена упругая мембрана. Тензор поверхностных напряжений в рамках модели Гертгина — Мердока может рассматриваться как тензор усилий, действующий в этой мембране.

Для определения докритического напряженно-деформируемого состояния цилиндрической трубы в условиях больших деформаций применялся полуобратный метод. При выводе линеаризованных уравнений равновесия в объеме и на поверхности использовался метод линеаризации, адаптированный к задачам нелинейной теории упругости. Путем численного решения полученной линеаризованной краевой задачи для ряда материалов найдены критические кривые и соответствующие им моды выпучивания, построены области устойчивости в плоскости параметров нагружения, которыми являются коэффициент осевого сжатия и внутреннее давление. Используя полученные результаты, подробно проанализирован размерный эффект и изучено влияние упругих свойств внутренней и внешней поверхности трубы на потерю устойчивости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 16-08-00802-а, 16-01-00647-а, 15-01-01492-а).

Теоретическое и экспериментальное исследование взаимодействия
отслоившихся прямоугольных пьезоэлектрических преобразователей
с упругим волноводом

Шпак А. Н.

Институт математики, механики и информатики КубГУ, Краснодар

Пьезоэлектрические преобразователи активно используются в современных системах неразрушающего контроля с целью возбуждения и/или регистрации ультразвуковых колебаний, распространяющихся в inspected объекте. Выход из строя части преобразователей может привести к некорректной работе системы неразрушающего контроля, поскольку возбуждаемый поврежденным преобразователем сигнал, как правило, отличается от эталонного по ряду параметров. Успешное развитие систем ультразвукового неразрушающего контроля предполагает, прежде всего, понимание полной картины всех возможных изменений, которые происходят с волновыми полями, возбуждаемыми поврежденными преобразователями. Для этого необходимо создание достоверных математических моделей, описывающих взаимодействие отслоившихся пьезоэлектрических преобразователей с упругим волноводом при условии отслоений и/или несовершенного контакта.

Были проведены экспериментальные исследования влияния области контакта на излучаемые пьезоэлектрическим преобразователем волновые поля в трехмерном случае. Для этого были использованы 4 квадратных преобразователя, приклеенных на алюминиевую пластину с разной формой контакта. Измерения проводились по окружности с радиусом 40 мм от центра преобразователя с шагом 3° на частотах от 10 до 240 кГц. На основе полученных данных с помощью преобразования Гильберта построены диаграммы излучения и определены резонансные частоты. Кроме того, были проведены измерения колебаний преобразователя на резонансных и нерезонансных частотах. Построены поверхности скоростей перемещений пластины, возбуждаемых пьезоэлектрическими преобразователями с разной степенью контакта. Проведен анализ зависимости волновых полей, излучаемых преобразователем, от формы его отслоения. Полученные данные будут использованы при верификации трехмерной математической модели.

Разработана и экспериментально верифицирована двумерная математическая и компьютерная модель, сочетающая метод конечных элементов высокого порядка точности и интегральный подход. Демонстрируется достоверность и эффективность разработанной модели на частотах до 240 кГц. С ростом частоты, проявляются дополнительные эффекты, для описания которых необходимо построение трехмерной связанной математической модели. Обсуждаются варианты построения трехмерной математической модели на основе гибридного подхода для описания волновых полей, излучаемых отслоившимся пьезоэлектрическим преобразователем.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-51-53043).

Конечно-элементное моделирование диссипативного разогрева трубчатого пьезоэлектрического вибрационного гироскопа

Шпрайзер Е. И.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Пьезоэлектрические вибрационные гироскопы нашли широкое применение в современной технике в качестве малогабаритных датчиков угловой скорости. Как известно, пьезоэлектрические вибрационные гироскопы, как и другие пьезоэлектрические устройства, при колебаниях могут достаточно сильно нагреваться. При этом важной проблемой становится решение задачи об определении полей температур при установившихся колебаниях пьезоэлектрических вибрационных гироскопов за счет диссипации энергии. Эти задачи являются задачами о диссипативном разогреве, общая теория которых была представлена в работах В. Г. Карнаухова и в дальнейшем применялась для многих задач, в том числе и задач для пьезоэлектрических тел.

При конечно-элементном решении линейных задач о диссипативном разогреве наиболее сложным этапом является нахождение функции диссипации и передача найденных значений в температурную задачу. Однако использование частотно-независимой модели учета демпфирования позволяет очень просто реализовать решения таких задач в конечно-элементном комплексе ANSYS.

В докладе описана методология конечно-элементного решения линейных и нелинейных задач о диссипативном разогреве пьезоэлектрических вибрационных гироскопов, работающих в режиме установившихся колебаний. Представлены континуальные постановки задач и их конечно-элементные аппроксимации. Описаны алгоритмы решения задач о диссипативном разогреве гироскопов с использованием нестандартных возможностей конечно-элементного комплекса ANSYS и его командного языка APDL.

Предложены некоторые модели и численные методы динамического поведения пьезоэлектрических устройств с учетом их вращения и диссипативного нагрева. При реализации подхода с учетом вращения рассматривался вибрационный гироскоп, выполненный в форме радиально поляризованной пьезокерамической трубки с двумя парами электродов, расположенными на внешней боковой поверхности, и с одним сплошным электродом на внутренней поверхности. Устройство такой конфигурации рассматривалось ранее в работах J. S. Yang, H. Y. Fang, A. A. Левицкого и П. С. Маринушкина с использованием приближенных теорий изгиба, метода конечных элементов и экспериментальных данных без учета вращения и влияния температурных полей.

Проведенные вычисления показали эффективность описанного метода в дополнение к стандартным конечно-элементным методам исследования различных вибрационных гироскопов, пьезоэлектрических преобразователей и устройств, для которых силы Кориолиса или температурные эффекты от явления диссипативного нагрева оказывают большое значение.

Автор выражает благодарность проф. А. В. Наседкину за помощь в работе.

Использование новых информационных технологий в обучении студентов направления 15.03.03 «Прикладная механика»

**Шпрайзер Е. И., Гультияев В. В., Колева И. Н., Матросов А. А.,
Мордвинкин В. А.**

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Процесс обучения студентов специальности 15.03.03 «Прикладная механика» (профиль «Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры») построен на взаимном единстве изучения на лекциях и практических занятиях различных аналитических методов и информационных технологий. Подобное сочетание теоретических и численных методов, предоставляемых современными информационными технологиями, позволяет обеспечить непрерывный процесс подготовки квалифицированных специалистов.

На втором и третьем курсах студенты обучаются системам компьютерной алгебры, таким как Maple, MatLab, FlexPDE. Это позволяет при подготовке бакалавров дополнять аналитические методы решения задач («теоретическая механика», «аналитическая динамика и теории колебаний», «сопротивление материалов», «гидроаэромеханика») численными методами. Эти же системы позволяют производить значительную часть расчетов при выполнении курсовых работ, предусмотренных соответствующими спецкурсами.

Ранее при подготовке специалистов изучение спецкурсов, связанных с расчетом напряженно-деформированного состояния тел («теория упругости», «теория пластичности и ползучести», «строительная механика», «динамика машин»), сопровождалось изучением САЕ-систем. В данном случае САЕ-системы выступают уже не столько в роли помощника при проведении расчетов, сколько являются основой и сутью проведения таких расчетов. Такой подход позволял в рамках дипломного проекта решать достаточно серьезные задачи по расчету напряженно-деформированного состояния не только простых учебных моделей, но и реальных объектов.

Однако при подготовке бакалавров ощущается дефицит времени на реализацию данного подхода. Поэтому было принято решение перенести центр тяжести изучения САЕ-систем в учебную программу подготовки магистров. Благодаря этому магистры могут эффективно изучать новый материал, поскольку он не только излагается на лекциях и практических занятиях для всей группы, но и закрепляется при индивидуальной работе с научным руководителем в рамках подготовки магистерской диссертации. Это позволяет при написании магистерской диссертации производить расчет напряженно-деформированного состояния при статических и динамических нагрузках, проводить расчеты форм и частот собственных колебаний, вынужденных колебаний, определять устойчивость элементов различных конструкций и машин и т. д. Наличие бесплатной студенческой лицензии ANSYS разрешает магистрам производить расчеты не только в дисплейном классе кафедры, но и у себя дома. Подобное сочетание теоретических и численных методов, предоставляемых современными информационными технологиями, обеспечивает качественный процесс подготовки квалифицированных специалистов для современной промышленности.

О влиянии неоднородности
на НДС нелинейно-упругого цилиндра с собственными напряжениями

Шубчинская Н. Ю.¹, Котов В. Л.²

¹*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

²*НИИ механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород*

С развитием техники стали появляться новые конструкционные материалы, свойства у которых превосходят традиционные: повышены удельные механические свойства (прочность, упругость); сопротивляемость воздействию рабочей среды (температуры, агрессивной среды, различным видам излучения); долговечность и надежность при эксплуатации. Среди них выделяют среды с неоднородной по глубине структурой — функционально-градиентные материалы.

В целях исследования влияния неоднородности упругих свойств материала было изучено равновесное состояние нелинейно-упругого цилиндра с дополнительным полем напряжений. Источником дополнительного поля напряжений служат изолированные дефекты: клиновое искривление и винтовая дислокация — на оси цилиндра. Неоднородность моделировалась функциональной зависимостью по толщине стенки цилиндра двух видов одного из упругих модулей:

- $\mu(r) = \frac{\mu_1 - \mu_0}{r_1 - r_0} (r - r_0) + \mu_0;$
- $\mu(r) = \mu_0 \exp\left(\frac{r - r_0}{r_0 - r_1} \ln \frac{\mu_0}{\mu_1}\right),$

где r_0, r_1 — внутренний и внешний радиусы цилиндра, μ_0, μ_1 — значения характеристики на внутренней и внешней стенке цилиндра соответственно.

Для описания нелинейно-упругих свойств были использованы: модель полулинейного материала (материал Джона) и материал Блейтца и Ко.

В случае полулинейного материала было установлено, что тип монотонности и вид функциональной зависимости неоднородности влияет не только на деформацию, но и на ее характер. В частности, цилиндр удлиняется в случае искривления, соответствующей вырезанию сектора цилиндра, а при вставке клина — может как удлиняться, так и укорачиваться. При рассмотрении модели Блейтца и Ко в случае различных значений материальных параметров для всех типов искривления цилиндр либо укорачивается, либо удлиняется. Был показан обратный эффект Пойнтинга для обеих моделей материалов при образовании дислокации в свободном от осевой силы и крутящего момента цилиндре.

Причем величины деформаций цилиндра с дефектами для обеих моделей материалов гораздо больше, чем при исследовании аналогичных задач с постоянными коэффициентами.

Выполнено при финансовой поддержке РФФИ, грант №16-38-50191-мол_нр.

Дисперсионные соотношения для цилиндра с модифицированными граничными условиями

Юров В. О.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

При изучении распространения волн в волноводах наиболее употребительными являются условия свободной или заземленной границы. При этом для описания погруженного в среду волновода такие условия не являются адекватными. В работе предлагаются граничные условия для протяжённых труб, погруженных в почву различного вида. Труба моделируется полым цилиндрическим волноводом, а почва упругой средой. Влияние внешней среды описывается с помощью использования граничных условий пружинного типа на внешней границе волновода. Предлагается способ по отысканию соответствующих жесткостей по характеристикам внешней среды, которые в свою очередь имеют широкий диапазон. Замена действия внешней среды граничными условиями адекватна в определенном частотном диапазоне.

Детально изучен случай, когда одна из жесткостей равна нулю. Для параметра, связывающего радиальные напряжения и перемещения, определенного в интервале от нуля до бесконечности, построена асимптотика дисперсионного множества для низких частот в случае осесимметричных колебаний однородного волновода. Эта асимптотика определяет угол наклона дисперсионной кривой, выходящей из начала координат. Для неоднородного по радиальной координате волновода такая асимптотика также получена, при этом требуется решение вспомогательной краевой задачи для системы двух дифференциальных уравнений первого порядка. Предельными случаями изучаемой задачи являются свободный волновод и волновод, находящийся в обойме без трения. Вторая жесткость связывает касательное напряжение и продольное перемещение. При изменении ее от нуля до бесконечности сильно меняется структура дисперсионного множества. При ненулевой второй жесткости пропадает дисперсионная ветвь, выходящая из начала координат, начальная точка смещается вдоль частотной оси. Это движение связано со второй жесткостью. В случае, когда оба параметра граничных условий принимают большие значения, дисперсионное множество приближается к дисперсионному множеству для жесткого заземления внешней границы. Помимо асимптотического подхода использован численный алгоритм построения дисперсионных кривых, основанный на методе пристрелки, позволивший проиллюстрировать перестройку дисперсионного множества при изменении жесткостей.

Автор выражает благодарность научному руководителю Ватульяну А. О. за внимание к работе.

Application of the Micropolar Mechanics for Bioceramic Materials used in Bone Remodelling

Eremeyev V. A., Skrzat A., Stachiwocz F.

Rzeszów University of Technology

Nowadays the interest to application of extended models of continua grows with the extension of spectrum of used materials. In particular, the micropolar elasticity can be applied in order to model microstructured solids such as porous materials, beam lattices, foams, and even bones. One of the characteristic feature of the micropolar solids is the possibility to forecast size-effect, and change the type of stress concentration in the vicinity of singularities (crack tips, holes, notches, contact areas, etc.).

We discuss here the application of the linear micropolar elasticity to strength analysis of porous bioceramic materials for bone reconstruction and development of corresponding finite element approach. The basic equations of the linear isotropic Cosserat continuum are presented. Within the linear micropolar elasticity we discuss the development of new finite element and its implementation in commercial software. Here we implement the developed 8-node hybrid isoparametric element into commercial software ABAQUS.

The results of selected 3D benchmark problems are presented. Comparison of classical and micropolar solutions is discussed. We consider few benchmark problems for micropolar solids with a hole and two symmetric notches and perform solutions of contact problems. We consider the contact of polymeric porous stamp modelled within the micropolar elasticity with an elastic substrate. The peculiarities of modelling of contact problems with an user defined finite element in ABAQUS is discussed. The provided comparison of solutions obtained within the micropolar and classical elasticity shows the influence of micropolar properties on stress concentration in the vicinity of contact area.

The presented results are based on the recent publications ^{1,2}.

Authors acknowledge the support by the People Program (Marie Curie ITN transfer) of the European Union's Seventh Framework Programme for research, technological development and demonstration under grant agreement No PITN-GA-2013-606878.

¹Eremeyev, V. A., Skrzat, A., and Stachowicz, F. On finite element computations of contact problems in micropolar elasticity // *Advances in Materials Science and Engineering*, 2016, vol. 2016, Article ID 9675604, 9 pages. doi:10.1155/2016/9675604.

²Eremeyev, V. A., Skrzat, A. and Vinakurava, A. Application of the micropolar theory to the strength analysis of bioceramic materials for bone reconstruction // *Strength of Materials*, 2016, vol. 48, No 573. doi:10.1007/s11223-016-9800-1.

Mathematical and computer modeling of adaptive microporous materials with metallized pore surfaces with account for their internal structure

Nasedkina A. A.¹, Rajagopal A.²

¹*Southern Federal University, Rostov-on-Don*

²*Indian Institute of Technology Hyderabad*

Porous composite materials are characterized by smaller density and acoustic impedance in comparison with similar dense materials. Their properties guarantee benefits of using porous materials for a range of applications, for example, in the elements of hydroacoustic emitters. However, the main drawback of porous materials is their lower strength, which limits their use in case of large mechanical loads.

A directed change of physico-mechanical properties can be performed at the stage of manufacturing the porous materials, for example, by the methods of local alloying the pores by micro and nanoparticles of various substances. In the result we can obtain porous materials with micro or nanoparticles of metal or polymer deposited at the borders of the skeleton with pores. The sizes of the pores can be of usual size, as well as of micro or nanosize. The pore structure also can be different. Different porosity types include closed and open porosity, stochastic, periodic, cluster structure, etc.

This paper presents the results of the effective properties computation for porous ceramic materials with metallized pore surfaces for two types of porosity, namely, a simple random porosity structure and randomly determined structure that supports the connectivity of the skeleton. The research was carried out on the base of complex approach which included the effective moduli method, the representative volumes generation and the finite element solution of the set of static elasticity theory problems with standard boundary conditions for the effective moduli method.

The representative volume was being created from cubic finite elements. At the first stage we built cubic array of identical elastic cubic finite elements. Further, by using the random number generator or special algorithm supporting the skeleton connectivity, certain finite elements were chosen and their material properties were changed to the properties of pores. The most challenging stage was finding the edges of contact between ceramic elements and pore elements. After this stage all the edges or part of the edges of contact between ceramic and pore elements were covered by shell elastic elements with the properties of metal. In the result we got a representative volume that included cubic elastic finite elements with material properties of the skeleton, pore elements and shell elastic elements.

For numerical solution of static problems of the elasticity theory in inhomogeneous representative volume we used ANSYS finite element software. The computational results of solving test problems enabled us to estimate the influence of the pore surface metallization and porosity structure on the values of the effective moduli.

This research was done in the framework of the RFBR project 16-58-48009 IND_omi and DST.

Identification of defects in extended elastic bodies using acoustic sensing and neural network technology

Soloviev A. N.¹, Nguen Giang D.², Vasiliev P. V.¹, Alexiev A. A.³

¹*Don State Technical University, Rostov-on-Don*

²*Vietnam Maritime University, Haiphong*

³*Institute of Mechanics, Bulgarian Academy of Sciences, Sofia*

In this paper, we developed a method of reconstruction of surface defects in pipes. Mathematically, the problem is reduced to the inverse geometrical problem of elasticity theory. It is assumed that the defects are located on the outer or inner surface of the pipe and have axisymmetric configuration. Nonstationary acoustic signal initiated by the actuator located at some distance from the defect. The receiver is located there as well. The problem is solved in axisymmetric using FEM. Finite element model of the pipeline track built in the ANSYS. The signal (in the form of amplitude time response (ATR) of the radial and axial displacements) reflected from the defect is measured over time. The waves reflected from the ends of the pipe segment does not have time to come back to the receiver. In this way simulated real conditions of an extended pipeline.

Analysis of the measured ATR shows the possibility of their use in inverse problems of identification of defects. Identification of defects may be carried out in two stages. In the first stage, the registration of a defect and the determination of the distance from the sensor to the defect is carried out. The problem of the first stage is solved on the basis of the difference between the measured values of ATR for construction without defect and with the defect. Calculations show that the distance to the defect can be found using the signal arrival time, which is reflected by the defect. Thus, task of the first stage may be achieved by hardware. The second stage provides the identification of the defect parameters (type, size, shape, volume, etc.). This task is much more difficult than the previous. As a result of the study method of parameter identification of cracks on the outer or inner surface of the pipe based on a combination the finite element method and ANN is developed. Additional information for the solution of the inverse problem of identification of the crack is ATR of a radial and axial displacements and electric potential of piezo sensor. The study found that the preparation of the input data is the cornerstone in solving the problem. The most successful is the identification of the defect based on the ATR obtained by FFT. It is shown that the problem of identifying defects may be performed in two stages: the first is determined the distance to the defect, its parameters are determined in the second. Accuracy of determining of defect depth of 99.41% was reached (for the outer surface defect) and 99,71% accuracy of determining of defect depth was reached too (for the inner surface defect). Should be noted that as additional information for the solution of inverse problems an ATR of electrical potential of piezo sensors is. These sensors are arranged before the defect (reflected signal) and after the defect (passing signal). Results of numerical experiments showed that accuracy of identification of the defect parameters with trained ANN exceeds 95% at both locations of piezo sensors.

On the problem of identification of osteoporosis based on acoustic sounding: hardware and computer modeling

Solovyev A. N.¹, Tatarinov A. N.², Zakharov S. O.¹

¹*Don State Technical University, Rostov-on-Don*

²*Riga Technical University*

The paper deals with mathematical modeling of the process of acoustic monitoring of the state of human bones and identification of the degree of osteoporosis in them. The full-scale modeling of the monitoring system on soft-tissue bones models was considered and the hardware of this process was developed.

The differentiation between conditions of healthy thin and porous bone is a challenging task for densitometry and fractures risk assessment. Ultrasonic testing based on guided waves can help; however, the variation of soft tissues confounds results. The aim was to demonstrate discrimination between thin and porous bone conditions in the presence of varied soft layer by testing of phantoms and comparative mathematical modeling of ultrasound propagation.

Phantoms were wedge-type plates made of acrylic glass covered by natural animal meat tissues. Thickness gradients in the phantoms were similar to those in the human proximal tibia. Concentration of pores penetrating the cortex from the inner to outer surface gradually varied. Ultrasonic testing was stepwise axial profiling at 100 and 500 kHz.

Mathematical modeling of acoustic waves' propagation was held using ACELAN finite element package. Bone fragments were simulated by axisymmetric composite structures, where healthy and osteoporosis conditions differed by the thickness and material properties. The soft tissues were modeled by an elastic medium with a low Young modulus. The ultrasonic action was simulated by application of oscillating mechanical stress, and the measured response was the radial displacement of the surface. Cases of three thicknesses of the external soft tissues were considered.

More complex mathematical models are constructed in the finite element package ANSYS. The piezoelements are considered as the emitter and the sensor, the electric potential difference measured on the sensor electrodes was measured (calculated value).

Both the physical experiment and numerical simulations showed that thick and thin normal bones and osteoporosis conditions are well discernable at soft tissues thickness up to 5 mm. It related to such features as phase and group velocities of slow and fast types of waves. However, the soft layer variations caused changes exceeding those of simple time delay and alternated wave patterns by changing the ratio between different wave modes. Prediction model for bone condition can be improved by considering the soft tissues factor and finding invariants that can be relationships between fast and slow wave modes.

The possibility of constructing a system for identifying the degree of osteoporosis using artificial neural networks was shown by calculations and experimental data for different thickness of soft tissues.

Содержание

Айзикович С. М., Васильев А. С., Волков С. С. Контактные задачи о вдавливании проводящего штампа в пьезоэлектрическое неоднородное полупространство	4
Акопян В. Н. Передача нагрузок от деформируемых полубесконечных стрингеров к массивным телам с учётом фактора неоднородного старения	5
Александров А. А., Фоменко С. И. Моделирование термоэлектродупругих колебаний в слоистых фононных кристаллах	6
Батищев В. А. Бифуркация вращения жидкости в тонком слое Марангони	7
Бауэр С. М., Венатовская Л. А., Качанов А. Б. Модели эластотонетрии глаза после операций по коррекции зрения	8
Белова Е. Ю. Исследование распределения температуры в большеберцовой кости при проведении остеосинтеза пластиной ТРХ	9
Богачев И. В. О реконструкции неоднородных свойств пластины для модели Тимошенко	10
Боев Н. В. Определение расположения областей отслоений твердых включений от упругой матрицы метаматериала	11
Бочарова О. В., Анджинович И. Е., Седов А. В. Об одном методе обработки сигнала в задачах низкочастотной дефектоскопии	12
Брагилевский В. Н. Проблематика визуализации данных как основа для обучения современным компьютерным технологиям	13
Бурцева О. А., Абуладзе Н. Р. Система обезвешивания оператора	14
Васильев Л. В. Об определении параметров в граничных условиях для цилиндрического волновода, контактирующего со средой	15
Васильев П. А., Соболев Б. В., Ермаков Д. А. Компьютерное моделирование мониторинга напряженного состояния с помощью измерений магнитных свойств материалов	16
Вассерман И. Н., Шардаков И. Н., Шестаков А. П., Глот И. О. Проводимость пространственно-деформированного миокарда	17
Ватульян А. О. О моделировании упругих и вязкоупругих связей в биомеханических системах	18
Ватульян А. О., Плотников Д. К. Об индентировании неоднородных покрытий	19
Вестяк В. А., Тарлаковский Д. В., Федотенков Г. В. Об одной проблеме связанной электромагнитоупругости для изотропного шара	20
Вильде М. В. Фундаментальные краевые волны в толстостенном полем цилиндре	21
Вильчевская Е. Н., Мюллер В. Определение инерционных характеристик полярных сред при пространственном описании	22
Волокитин Г. И. О приближенных методах вычисления собственных значений в задачах нелинейной теории упругости	23
Воронкова Е. Б., Тюганова Т. М. Влияние геометрии роговицы глаза на показатели внутриглазного давления	24

Гаврюшин С. С., Гаврюшина Н. Т. Программно-аппаратная поддержка высокотехнологичных хирургических операций	25
Герасименко Т. Е. Численная реализация двумерной математической модели для поликристаллических сегнетоэластиков с использованием энергетического критерия переключения доменов	26
Гетман В. А., Батищев В. А. Асимптотика квазистационарных спиральных волн в кровеносном сосуде	27
Гетманский М. С., Снопов А. И. Установление закона расширения облака взрыва	28
Глазунова Л. В., Глушко Н. И., Рудой Д. В. Оптимизация охлаждающих радиаторов электронной аппаратуры на основе компьютерного моделирования	29
Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Еремин А. А. Резонансные методы определения свойств упругих волноводов и идентификации дефектов	30
Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Фоменко С. И., Мякишева О. А. Интегральные и асимптотические представления волновых полей в задачах акустического бесконтактного зондирования упругих пластин	31
Глушкова В. Н. Методы логического моделирования событийно-управляемых технических систем	32
Говорухин В. Н., Филимонова А. М. Алгоритмы анализа динамики распределенных вихревых конфигураций	33
Головешкина Е. В., Зубов Л. М. Универсальные сферически симметричные решения нелинейной теории дислокаций для несжимаемой изотропной упругой среды	34
Голуб М. В., Молл Й. Локализация волновой энергии и тепловые поля при резонансном рассеянии упругих волн на планарных отслоениях	35
Горячева И. Г., Тюрин И. В. Моделирование напряженного состояния однородных и неоднородных биологических тканей при нагружении	36
Григоренко К. С., Хартиев С. М., Соловьева А. А. Кинематические характеристики внутренних волн Баренцева моря	37
Груздев Р. Ю., Стегленко Д. В. Моделирование пьезоактивных наноструктур на основе оксида цинка (ZnO) при помощи современных вычислительных средств	38
Гусаков Д. В., Углич П. С. Исследование вибрационных процессов для тел с пористоупругими покрытиями	39
Дашевский И. Н. О возможности управления разгрузкой при ортезировании нижних конечностей через изменение боковой компрессии ортеза	40
Демяненко Я. М. Интерактивное сопровождение лекций как одна из современных компьютерных технологий преподавания естественнонаучных дисциплин	41
Долгих Т. Ф. Решение уравнений эллиптического типа для переноса массы	42
Доль А. В. Анализ свойств костной ткани челюсти по данным КТ	43
Донник А. М. Значение моделирования в системах поддержки принятия решений	44

Дорошенко О. В. Исследование решения граничных интегральных уравнений в задачах дифракции на планарных дефектах	45
Дорошенко О. В., Голуб М. В. Моделирование поврежденных интерфейсов при различных вариантах распределения трещин	46
Дударев В. В., Мнухин Р. М. Об определении уровня неоднородного преднапряженного состояния в электроупругом диске	47
Дышко Б. А. Подбор средств тренировки на основе использования биомеханической концепции «искусственная управляющая среда»	48
Еремеев В. В. Об устойчивости составного упругого бруса с неоднородным полем предварительных напряжений	49
Ерусалимский Я. М. Проблемы современного математического образования и его возможные пути развития	50
Загребнева А. Д., Говорухин В. Н. Математическая модель распространения инвазионного заболевания	51
Зеленина А. А., Зубов Л. М. Чисто моментные напряженные состояния нелинейно упругих микрополярных тел	52
Земсков А. В., Давыдов С. А., Тарлаковский Д. В. Моделирование термомехано-диффузионных процессов в многокомпонентных средах	53
Зиборов Е. Н., Напрасников В. В., Дудник В. В., Карабут В. В., Самсонов И. К. Конечноэлементное моделирование композиционных материалов тканой структуры	54
Зимин Б. А., Свентицкая В. Е., Смирнов И. В., Судьенков Ю. В. Влияние скорости деформации на тепловыделение при квазистатическом деформировании металлов	55
Зимин Б. А., Смирнов И. В., Судьенков Ю. В. Исследование коэффициентов поперечной деформации металлов в процессе упругопластического деформирования	56
Ильичев В. Г. Концепция эволюционной устойчивости и асимптотика экосистем при потеплении климата	57
Ипатов А. А., Белов А. А. Численное решение задачи о действии осевой силы на составное поровязкоупругое призматическое тело	58
Казарников А. В. Об одном предельном случае системы распространения нервного импульса	59
Карпинский Д. Н., Бычков А. А., Тарелкина Е. С. Силовая спектроскопия белковых молекул	60
Карякин М. И., Лапина П. А. Использование Python как первого языка программирования у студентов-механиков	61
Кириллова Е. В., Шевцова М. С. Определение контактных напряжений: преимущества и недостатки различных численных подходов	62
Кириллова И. М. Моделирование биомеханических свойств растительной ткани	63
Кириченко О. В. Длинноволновая асимптотика задачи устойчивости двумерных непараллельных течений с ненулевым средним	64
Кислухин В. В. Движение крови по сердечно-сосудистой системе как марковский процесс	65

Кислухина Е. В. Стохастическое описание и оценка параметров микроциркуляции	66
Киченко А. А., Тверье В. М. Математическое моделирование адаптации губчатой костной ткани при изменении нагрузки	67
Клунникова Ю. В., Малюков С. П., Чередниченко Д. И., Саенко А. В. Исследование начальной стадии процесса роста кристаллов сапфира	68
Клышников К. Ю., Овчаренко Е. А., Сизова И. Н., Батрагин А. В., Бурков Н. Н., Борисов В. Г., Нуштаев Д. В., Захаров Ю. Н. Применимость компьютерных методов моделирования для оценки функциональных характеристик биологических сосудистых протезов	69
Колегов К. С. Математическое моделирование формирования рельефной стеклянной пленки методом испарительной литографии в сочетании с ИК-нагревом	70
Колесников А. М. О двух новых полуобратных представлениях для нелинейно-упругих тел	71
Колесникова А. С. Строение и свойства пористых углеродных наноструктур	72
Кондратьев В. С. О колебаниях неоднородного пьезокерамического цилиндра с затуханием	73
Корниевский А. С. Компьютерное моделирование эффективных упругих свойств бериллия со случайной наноразмерной пористостью с учетом поверхностных напряжений Гуртина — Мурдоха	74
Корников В. В. Статистическое моделирование в задачах офтальмологии	75
Корончик Д. А., Булыгин Ю. И., Рогозин Д. В., Легконогих А. Н. Математическая модель тепломассопереноса загрязнений применительно к стесненным условиям сварки с учётом различных видов теплообмена	76
Коссович Е. Л., Эпштейн С. А., Шкуратник В. Л., Добрякова Н. Н., Минин М. Г. Неоднородность микроструктуры и механических свойств ископаемых углей	77
Косяненко Е. В., Чердынцева М. И. Распознавание кольчатых тюленей озера Саймы при помощи сверточных нейронных сетей	78
Кренив Л. И., Садырин Е. В. Воздействие сферо-конического индентора на функционально-градиентный слой, сцепленный с упругим полупространством	79
Кренива С. Д., Кульпина Т. И., Батищева Н. А., Белуженко О. В., Кренив Л. И. Анализ профессиональных предпочтений учащихся 8–11-х классов средней общеобразовательной школы	80
Курбатова Н. В. О магнито-термо-электроупругих материалах в ACELAN	81
Лапина П. А., Шубчинская Н. Ю. О применении генетических алгоритмов при идентификации параметров нелинейных материалов	82
Ларченко В. В. Предельные свойства локально неоднородного континуума в условиях бифуркации решения	83

Лобова Т. В., Ткачев А. Н. Интеллектуальные методы планирования и обработки результатов экспериментов на основе нечетких выводов	84
Локшина Л. Я., Костандов Ю. А. Исследование предельного состояния образцов из искусственных хрупких материалов при одноосном сжатии с учетом внешнего и внутреннего трения	85
Лысенко С. А. Исследование монотонной потери устойчивости в системе Шнакенберга	86
Ляпин А. А. Деформирование пластины из пористого материала	87
Ляпин А. А., Жигульская Ю. И. Моделирование процесса идентификации дефектов расслоения ткани на основе метода ГИУ	88
Манжиров А. В., Стадник Н. Э. Математическая модель роста кровеносных сосудов	89
Марков И. П., Игумнов Л. А. Гранично-элементное моделирование динамики электроупругих трехмерных тел с полостями	90
Маслов Л. Б., Сабанеев Н. А. Особенности компьютерного моделирования регенерации костной ткани в объеме пористого имплантата	91
Матросов А. А., Серебряная И. А., Лукинова Н. А., Бровко Т. Н. Анализ методики определения прочности тротуарных плит	92
Митрин Б. И., Зеленцов В. Б., Лубягин И. А. Влияние износа на основные параметры скользящего термофрикционного контакта	93
Михайлин А. А., Бандурин М. А., Нефедов В. В., Нефедова Н. А. Определение максимально допустимого давления в артериальных склеротизированных магистральных сосудах	94
Михайлов И. Ю., Миронов В. А. Конечно-элементное моделирование слоистых конструкций в связанных полях	95
Михасев Г. И., Млечко И. Р., Маевская С. С. Математическое моделирование механического поведения слоистых цилиндрических оболочек и панелей, содержащих электро- и магнитореологические эластомеры	96
Молчанова М. С., Лохов В. А., Няшин Ю. И., Кучумов А. Г., Туктамышев В. С. Математическое моделирование установки и управления формой стента из материала с памятью формы при проведении хирургических вмешательств в желчевыводительной системе	97
Моргунова А. В. Вынужденные колебания неоднородного упругого цилиндрического волновода	98
Мурашкин Е. В., Дац Е. П. Численно-аналитический способ решения задачи связанной термоупругопластичности	99
Надолин К. А., Жилиев И. В. Моделирование вязкого турбулентного руслового потока	100
Надолин К. А., Карякин М. И. Концепция магистерской программы “Computational Mechanics and Informational Technologies”, когерентной программ европейскиx университетов-партнеров	101
Наседкин А. В. Конечно-элементный анализ микро- и наноразмерных спиральных пьезопреобразователей	102

Наседкин А. В., Кудимова А. Б. Моделирование и конечно-элементная гомогенизация двухфазных композитов стохастической структуры с интерфейсными межфазными границами	103
Наседкина А. А., Рожковецкий А. О. Расчет эффективных модулей регулярной композитной структуры на примере кирпичной кладки из сплошных и пустотелых кирпичей	104
Недин Р. Д. О постановке задач для предварительно напряженных неоднородных электроупругих тел	105
Неклюдова Г. А., Булавкина Т. А., Евтух Е. С. Показатели субъективного культурного опыта студентов технических вузов	106
Нестеров С. А. О некоторых задачах термоупругости для материалов с неоднородными покрытиями	107
Нестеров С. А. Обратные задачи термоэлектроупругости для неоднородных тел	108
Никитин И. С., Журавлев А. Б., Ирошников Н. Г., Якушев В. Л. Математическая модель коррекции формы роговицы глаза	109
Обрезков Л. П. Плоская потеря устойчивости нелинейно-упругого цилиндра при радиальном сжатии	110
Овчаренко Е. А., Клышников К. Ю., Глушкова Т. В., Коков А. Н., Сизова И. Н., Нуштаев Д. В., Одаренко Ю. Н. Напряженно-деформированное состояние фиброзного кольца митрального клапана при недостаточности ишемического генеза	111
Оганесян П. А., Надолин Д. К., Холостов С. И. Разработка расчетных модулей и инструментов визуализации для клиент-серверной версии пакета ACELAN	112
Орлова Н. С. Математическое моделирование виброкипящего слоя на основе метода дискретных элементов	113
Панфилов И. А., Ермаков Д. А. Одномерные модели деформирования электроактивных полимеров	114
Паринова Л. И. Исследование клиновых мод в зависимости от профиля сечения	115
Паринова Л. И. О применении информационных технологий в учебном процессе	116
Петров А. Н., Игумнов Л. А., Литвинчук С. Ю. Моделирование волновых процессов в двух и трехкомпонентных пористых средах методом граничных элементов	117
Полиенко А. В. Биомеханический анализ армирования шейки бедра	118
Потетюнко О. А. Об определении реологических параметров закрепления решетчатой пластинки глаза	119
Пуртова И. С., Колесников А. М. Равновесие цилиндрической мембраны, частично одетой на негладкое осесимметричное абсолютно твёрдое тело	120
Пустовалова О. Г. О преподавании курса «Пакеты компьютерной алгебры» для студентов младших курсов мехмата	121

Пустовалова О. Г. Численное моделирование больших деформаций изгиба составного бруса	122
Радченко С. И., Гончаров Д. И. Учебная и социокультурная деятельность как основа коммуникации иностранных студентов в технических вузах	123
Радченко Я. Ф., Гатаулин Я. А., Юхнев А. Д. Исследование закрученного течения крови в модели извитого сосуда со стенозом	124
Ревина С. В. Об устойчивости течения Колмогорова и его модификаций	125
Рогозин Д. В., Маслов И. В., Булыгин Ю. И., Корончик Д. А. Численное моделирование гидрогазодинамических потоков подводной сварки .	126
Романенко П. В., Ивенский К. С., Бабенкова А. Г. Осесимметричные пьезоэлектрические генераторы на основе неоднородно поляризованных кольцевых пластин	127
Сёмин Ф. А. Численное моделирование механики левого желудочка сердца	128
Саакян А. В., Амирджян А. А. К применению метода механических квадратур к решению сингулярных интегральных уравнений с обобщенным ядром Коши	129
Сафонов Р. А., Голядкина А. А., Кириллова И. В., Коссович Л. Ю. Подходы к исследованию механических свойств кортикальной ткани . .	130
Семенов Б. Н., Овидько И. А. Моделирование разрушения композита типа «металл-графен»	131
Сергеева Н. В., Вильде М. В. Дальнее поле волны Рэлея в задаче Лэмба для наследственно-упругого слоя	132
Серебряная И. А. Обучение бакалавров и магистров в опорном техническом университете с использованием информационных технологий .	133
Ситник С. М. Применение метода операторов преобразования к некоторым обратным задачам механики	134
Скалиух А. С., Киреева В. В. Одномерная модель акустического волновода с сенсором и актуатором	135
Скрипаченко К. К., Голядкина А. А., Челнокова Н. О. Биомеханическое моделирование искусственных клапаносодержащих протезов сосудов	136
Соболь Б. В., Рашидова Е. В., Петренкова С. Б. Равновесная трещина в клине с покрытием	137
Столяр А. М. Моделирование и расчёт физически и геометрически нелинейных тонкостенных конструкций	138
Сторожев В. И., Моисеенко И. А., Сидаш О. Ю. Анализ модели нелинейного взаимодействия нормальных волн кручения в трансверсально-изотропных цилиндрах	139
Сторожев С. В., Болнокин В. Е., Нгуен Динь Чунг. Анализ модифицированных моделей оптимизации размещения объектов пространственной геометрии	140
Сторожев С. В., Номбре С. Б. Анализ неопределенности в оценках концентрации напряжений у контура эллиптического отверстия с нечетким показателем эксцентриситета в анизотропной пластине .	141

Сыромятников П. В. Моделирование возмущений полуограниченной упругой среды, вызываемых заглубленным подвижным осциллирующим источником колебаний	142
Сыромятников П. В., Кириллова Е. В. Метод блочного элемента в решении краевых задач теории упругости для различных блочных структур	143
Тарасевич Ю. Ю., Гольцева В. А., Лаптев В. В. Электрофизические свойства неупорядоченных соединений	144
Тверье В. М. Управление биомеханическим давлением в зубочелюстной системе человека	145
Ткачев А. Н., Назаров А. С. Моделирование физических полей в кусочно-однородных нелинейных средах методом Монте-Карло	146
Тютюнникова Е. Д. Численный анализ нелинейной задачи трёхмерного чистого изгиба	147
Углич П. С. Прямая и обратная задачи о колебаниях поперечно-неоднородного упругого слоя	148
Устинов Ю. А., Курбатова Н. В., Портнов Е. Н. О методах расчетов канатов. Задачи изгиба	149
Цатурян А. К. Простая электро-механическая модель сердечной мышцы	150
Цибулин В. Г. Мультистабильность в задачах популяционной динамики .	151
Цывенкова О. А., Жуков М. Ю. Исследование устойчивости движущейся границы при электрофорезе в многокомпонентной среде	152
Чебаков М. И., Данильченко С. А., Ляпин А. А., Колосова Е. М. Математическое моделирование контактного взаимодействия тел сложной формы с учетом износа	153
Чебаненко В. А., Захаров Ю. Н., Рожков Е. В., Паринов И. А. Экспериментальные исследования пьезоэлектрических генераторов двух типов	154
Чебаненко В. А., Паринов И. А., Рожков Е. В. Численно-аналитическое моделирование пьезоэлектрических генераторов многослойной структуры	155
Чердынцева М. И., Куц К. В. Усовершенствование интерфейса интерактивного расписания	156
Чернявская И. А. Об опыте организации проектной деятельности студентов первого курса	157
Шамик В. Б., Черникова И. В., Рябоконеv С. Г. Математическая модель селективной миотомии икроножной мышцы у детей с детским церебральным параличом	158
Шевцов М. Ю., Баранов И. В., Барканов Е. Н. Идентификация частотной зависимости комплексных модулей упругости внутреннего слоя сэндвич-панелей	159
Шейдаков Д. Н., Михайлова И. Б. Влияние поверхностных напряжений на устойчивость нелинейно-упругой цилиндрической трубы	160

Шпак А. Н. Теоретическое и экспериментальное исследование взаимодействия отслоившихся прямоугольных пьезоэлектрических преобразователей с упругим волноводом	161
Шпрайзер Е. И. Конечно-элементное моделирование диссипативного разогрева трубчатого пьезоэлектрического вибрационного гироскопа	162
Шпрайзер Е. И., Гультияев В. В., Колева И. Н., Матросов А. А., Мордвинкин В. А. Использование новых информационных технологий в обучении студентов направления 15.03.03 «Прикладная механика»	163
Шубчинская Н. Ю., Котов В. Л. О влиянии неоднородности на НДС нелинейно-упругого цилиндра с собственными напряжениями	164
Юров В. О. Дисперсионные соотношения для цилиндра с модифицированными граничными условиями	165
Eremeyev V. A., Skrzat A., Stachiwocz F. Application of the Micropolar Mechanics for Bioceramic Materials used in Bone Remodelling	166
Nasedkina A. A., Rajagopal A. Mathematical and computer modeling of adaptive microporous materials with metallized pore surfaces with account for their internal structure	167
Soloviev A. N., Nguen Giang D., Vasiliev P. V., Alexiev A. A. Identification of defects in extended elastic bodies using acoustic sensing and neural network technology	168
Solovyev A. N., Tatarinov A. N., Zakharov S. O. On the problem of identification of osteoporosis based on acoustic sounding: hardware and computer modeling	169

Подписано в печать 24.05.2017 г. Заказ № 5772.
 Бумага офсетная. Печать офсетная. Формат 60×84¹/₁₆.
 Усл. печ. лист. 10,35. Уч. изд. л. 13,05. Тираж 200 экз.

Отпечатано в отделе полиграфической, корпоративной и сувенирной продукции
 Издательско-полиграфического комплекса КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ.
 344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, тел (863) 247-80-51.