

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
И БИОМЕХАНИКА В СОВРЕМЕННОМ
УНИВЕРСИТЕТЕ**

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ IX ВСЕРОССИЙСКОЙ
ШКОЛЫ-СЕМИНАРА

26 – 30 мая 2014 года

Ростов-на-Дону
Издательство Южного федерального университета
2014

ББК В2.Я 431

Редакторы: А. О. Ватульян, М. И. Карякин, А. В. Попов

Математическое моделирование и биомеханика в современном университете. Тезисы докладов IX Всероссийской школы-семинара, пос. Дивноморское, 26–30 мая 2014 г., Ростов-на-Дону, Издательство Южного федерального университета, 2014, 128 с.

Сборник содержит тезисы докладов, представленные на IX Всероссийскую школу-семинар «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете».

Основной целью школы-семинара является обсуждение современных направлений и тенденций научных исследований в области математического моделирования деформирования новых материалов и его применений к актуальным задачам механики и биомеханики. Обсуждаются результаты моделирования тел из физически и геометрически нелинейных материалов, проблемы вычислительной механики (методы конечных и граничных элементов), идентификации параметров для материалов со сложными физико-механическими свойствами (пористость, нелинейность, неоднородность, микроструктура, пьезоэффект), задачи моделирования, функционирования и роста различных биологических тканей и систем (костная и мышечная ткани, ткань кровеносных сосудов), задачи гидродинамики кровообращения, моделирование и оптимизация имплантантов.

Важными аспектами работы школы являются изучение вопросов интеграции этих направлений с процессом современного классического естественнонаучного и инженерного образования, анализ влияния междисциплинарных исследований на формирование современного ученого, обсуждение современных методов и технологий преподавания технических и естественнонаучных дисциплин, формирование новых учебных курсов и специализаций в рамках обсуждаемых на школе-семинаре научных направлений, приобщение молодых исследователей к моделированию новых объектов.

IX Всероссийская конференция «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете» (пос. Дивноморское, 26–30 мая 2014 г.) поддержана Российским фондом фундаментальных исследований

Организаторы:

Южный федеральный университет

Донской государственный технический университет

Южный научный центр РАН

Программный комитет школы-семинара:

Ватульян А. О., зав. кафедрой теории упругости Южного федерального университета, Ростов-на-Дону — председатель Программного комитета

Бауэр С. М., профессор Санкт-Петербургского государственного университета, Санкт-Петербург

Глушков Е. В., профессор Кубанского государственного университета, Краснодар

Горячева И. Г., академик РАН, зав. лаб. института проблем механики РАН, председатель Российского национального комитета по теоретической и прикладной механике, Москва

Гузев М. А., член-корреспондент РАН, директор института прикладной математики Дальневосточного отделения РАН, Владивосток

Еремеев В. А., зав. лабораторией механики активных материалов Южного научного центра РАН, Ростов-на-Дону

Индейцев Д. А., член-корреспондент РАН, директор Института проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург

Коссович Л. Ю., президент Саратовского государственного университета, Саратов

Любимов Г. А., зав. отделом Института механики Московского государственного университета, председатель совета РАН по биомеханике, Москва

Месхи Б. Ч., ректор Донского государственного технического университета, Ростов-на-Дону

Морозов Н. Ф., академик РАН, зав. кафедрой теории упругости Санкт-Петербургского государственного университета, Санкт-Петербург

Наседкин А. В., профессор Южного федерального университета, Ростов-на-Дону

Няшин Ю. И., зав. кафедрой теоретической механики Пермского национального исследовательского политехнического университета, главный редактор Российского журнала биомеханики, Пермь

Соловьев А. Н., зав. кафедрой сопротивления материалов Донского государственного технического университета, Ростов-на-Дону

Тарасевич Ю. Ю., зав. кафедрой прикладной математики и информатики Астраханского государственного университета, Астрахань

Устинов Ю. А., профессор кафедры теории упругости Южного федерального университета, Ростов-на-Дону

Цатурян А. К., ведущий научный сотрудник Института механики Московского государственного университета, член Международного совета по биомеханике, Москва

Шевцов С. Н., зав. лабораторией машиностроения и высоких технологий Южного научного центра РАН, Ростов-на-Дону

Штейн А. А., ведущий научный сотрудник Института механики Московского государственного университета, Москва

Организационный комитет школы-семинара:

Карякин М. И., декан факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета — председатель Оргкомитета

Ерусалимский Я. М., профессор факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Курбатова Н. В., доцент факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Надолин К. А., заместитель декана факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Попов А. В., инженер факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Сафроненко В. Г., зам. директора НИИ механики и прикладной математики им. Воронича И. И. Южного федерального университета

Цывенкова О. А., заместитель декана факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Шубчинская Н. Ю., ассистент факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Контактная задача для трехслойного сферического шарнира

Абрамович М. В., Колосова Е. М., Чебаков М. И.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики

им. Воровича И. И. ЮФУ

chebakov@math.sfedu.ru

На основе аналитического подхода рассматривается осесимметричная контактная задача теории упругости о взаимодействии абсолютно жесткого шара (штампа) с внутренней поверхностью трехслойного сферического основания, состоящих из трех сферических слоев с различными упругими постоянными. Внешняя поверхность основания закреплена, слои между собой жестко соединены, в зоне контакта отсутствуют силы трения. Штамп нагружен вертикальной силой. Поставленная задача может рассматриваться как математическая модель сустава или сферического подшипника с антифрикционным покрытием. Для поставленной задачи с помощью программ аналитических вычислений впервые получено точное интегральное уравнение первого рода с ядром, представленным в явном виде. Изучены основные свойства ядра интегральных уравнений, в том числе показано, что числитель и знаменатель символа ядра могут быть представлены в виде многочлена по произведениям степеней модулей сдвига слоев. Изложена схема решения интегрального уравнения прямым методом коллокаций, которая позволяет получать решения задачи практически при любых значениях исходных параметров. Метод позволяет свести задачу к линейной системе алгебраических уравнений, отличительной особенностью которой является то, что она имеет диагональную структуру. Между коэффициентами системы существует такая связь, которая позволяет ограничиваться вычислением только коэффициентов первой строки, а все остальные элементы системы будут выражаться через них, что значительно сокращает время вычислений всех коэффициентов матрицы системы. Также решение для поставленной задачи теории упругости для относительно малых толщин слоев получено с использованием асимптотического метода, основанного на сведении парного ряда-уравнения к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений с сингулярной матрицей и специальной аппроксимации символа его ядра.

Рассчитаны распределения контактных взаимодействий контактных напряжений, размеры области контакта, взаимосвязь перемещения штампа и действующей на него силы в зависимости от геометрических и механических параметров слоев. Проведены сравнения полученных результатов расчета в частных случаях с ранее известными решениями. Также проведено сравнение результатов, полученных методом коллокаций и асимптотическим методом. В случае относительно тонких слоев наблюдается хорошее совпадение числовых результатов.

Действие нормально приложенной сосредоточенной силы и точечного заряда на пьезоэлектрическое трансверсально-изотропное полупространство с неоднородным покрытием

Айзикович С. М., Васильев А. С., Волков С. С.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет

andre.vasiliev@gmail.com

В работе рассматривается задача о действии сосредоточенной нормальной силы на упругое пьезоэлектрическое трансверсально-изотропное полупространство с неоднородным по глубине пьезоэлектрическим трансверсально-изотропным покрытием. Модули упругости, пьезомодули и диэлектрические проницаемости в покрытии изменяются с глубиной по произвольным непрерывным законам (функционально-градиентное покрытие) или описываются кусочно-постоянными функциями (многослойное покрытие).

В рамках линейной теории упругости и электроупругости сформулирована математическая постановка задачи. Для перехода от системы уравнений в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами использована техника интегральных преобразований Ханкеля. Предложена схема численного построения функции податливости полупространства для неоднородного по глубине покрытия. Функция податливости полупространства аппроксимируется специальными выражениями, для которых получены аналитические формулы для радиальных и нормальных смещений на поверхности покрытия. Используя аналогичную схему, построены аналитические формулы для смещений точек, расположенных на любой фиксированной глубине.

Численные примеры, иллюстрирующие качественные и количественные различия между процессом упругого деформирования материалов с однородными и неоднородными покрытиями, приведены для ряда законов изменения модулей упругости, пьезомодулей и диэлектрической проницаемости по глубине.

Явные аналитические выражения для компонентов вектора смещений и тензоров напряжений и перемещений при действии сосредоточенной нормальной силы на однородное упругое полупространство были получены Ж. Ф. Буссинеском (1885, Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques) с использованием теории потенциалов. Карапетян Е., Севостьянов И., Качанов М. (2000, Point force and point electric charge in infinite and semi-infinite transversely isotropic piezoelectric solids) построили точное решение задач Буссинеска и Черутти о действии сосредоточенной нормальной и касательной силы на трехмерные однородные трансверсально-изотропные пьезоэлектрические бесконечные и полубесконечные тела.

Рассматриваемая в работе задача является обобщением классической задачи Буссинеска и позволяет учесть изменение упругих модулей по глубине материала. Результаты представляют как теоретический, так и практический интерес. Полученные формулы дают возможность аналитически проанализировать качественные отличия поведения неоднородных и однородных материалов.

Работа поддержана грантами РФФИ № 14-07-00705-а, № 14-07-90406-Укр_а.

Экспериментальное и конечноэлементное моделирование устройств накопления энергии

**Акопьян В. А.¹, Ле З. В.², Паринов И. А.¹, Рожков Е. В.¹,
Чебаненко В. А.¹**

¹*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. Воровича И. И. ЮФУ*

²*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
vakopyan@sfnedu.ru*

В работе рассматривается конечноэлементное и натурное моделирование пьезоэлектрического генератора стекового типа, который является основным элементом устройства накопления энергии. Пьезогенератор представляет собой набор пьезокерамических кольцевых элементов, поляризованных по толщине и соединенных параллельно при помощи двух металлических кольцевых деталей соединенных болтом.

Нижний торец устройства закреплен, а на верхний действует сжимающее усилие в течение 0,2 с, при этом рассматриваются варианты, когда максимальная сила меняется в пределах от 500 Н до 3000 Н.

В первой части работы посвящена описанию созданного лабораторного стенда, в котором осуществляется циклическое нагружение пьезогенератора, измерение силы нагружения и выходного электрического потенциала пьезогенератора. Результаты измерений заносятся в файл и представляют зависимости силы и потенциала от времени, которое дискретизируется с определенным равномерным шагом, эксперимент поставлен для трех значений активных сопротивлений внешней электрической цепи, а именно: 0.374; 2.572 и 22.77 МОм.

Во второй части работы строится конечноэлементная осесимметричная модель пьезогенератора в пакете ANSYS и решается задача гармонического возбуждения выходного потенциала, строится амплитудно-частотная характеристика выходного потенциала в низкочастотной области (от 0 до 5 Гц), оказалось, что при большом сопротивлении (22.77 МОм), начиная с частоты 1 Гц, потенциал становится постоянным. Основное внимание уделено задаче нестационарного силового воздействия, которое повторяет амплитудно временную характеристику силы из эксперимента. Так как нагружение достаточно медленное, то задача фактически относится к квазистатике, поэтому вначале сравниваются результаты для разных шагов интегрирования по времени, первый повторяет экспериментальные данные (0,2 мкс) второй в два раза меньше. Результаты расчета выходного потенциала практически совпадают. Далее изучается вопрос зависимости выходного сопротивления от величины активного сопротивления; оказывается, что при больших сопротивлениях процесс практически является квазистатическим.

Результаты численного моделирования с большой степенью точности совпали с данными эксперимента, что говорит об адекватности модели нестационарного воздействия. Таким образом, разработанная модель является достоверной и может быть применена в оптимизационных расчетах пьезоэлектрических генераторов стекового типа устройств накопления энергии.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Идентификация поврежденного состояния стержневой конструкции на основе измерений амплитуд колебаний

Акопьян В. А., Паринов И. А., Черпаков А. В.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики

им. Воровича И. И. ЮФУ

vakopyan@sfnedu.ru

Рассмотрена задача идентификации дефектов в стержнях, имеющих различные варианты закрепления. Сопоставляются стержневые конструкции, имеющие один или несколько дефектов, представляющих собой поперечные трещины, выходящие на поверхность. В основе задачи лежит метод многопараметрической идентификации базирующийся на анализе частот и параметров форм собственных колебаний конструкции. Изучаются собственные колебания стержня с использованием аналитической модели на основе применения гипотезы Эйлера–Бернулли в пакете Maple и численное решение задачи в конечно-элементном комплексе. В аналитической модели дефекты заменяются упругими элементами с определенными изгибными жесткостями. Устанавливается взаимосвязь между жесткостями этих упругих элементов и размером трещины (степенью поврежденности). Целью исследования является идентификация дефектов в стержне, т. е. определение их положения и степени поврежденности. Показано, что резкое изменение угла между касательными или кривизны собственной формы колебаний связано с наличием в данном месте дефекта. По степени изменения этих характеристик может быть установлена глубина трещины. Однако одной формы колебаний для идентификации положения может оказаться не достаточно, особенно в том случае, когда оно совпадает с точкой перегиба формы. Таким образом, на основе анализа форм колебаний возможно построение критерия идентификации дефектов. В работе проведены широкомасштабные численные эксперименты показывающие эффективность предложенного метода для идентификации множественных дефектов в стержнях с различными способами закрепления. Осуществлена лабораторная реализация разработанного подхода в виде установки, осуществляющей возбуждение и сбор информации об амплитудах колебаний стержней, а также их обработку с помощью созданного программного обеспечения. На основе функционирования этой установки определен максимальный шаг позиционного сканирования поверхности колеблющегося стержня и необходимые амплитуды колебаний для используемого измерительного устройства, на основе которых может быть осуществлена однозначная идентификация дефектов. Проведенные натурные эксперименты подтверждают работоспособность предложенного метода.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект №14-08-00546-а).

Решение трехмерных задач динамической пороупругости методом граничных элементов

Аменицкий А. В., Игумнов Л. А., Литвинчук С. Ю., Ратаушко Я. Ю.

Нижегород, НИИ механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского

litvinchuk@mech.unn.ru

Для описания пороупругих свойств использована динамическая модель материала Био в рамках трехмерной изотропной линейной динамической теории пороупругости с четырьмя базовыми функциями — перемещениями упругого скелета и поровым давлением. Для решения возникающих начально-краевых задач развивается прямой вариант метода граничных интегральных уравнений. При построении гранично-элементной схемы используются: регуляризованные граничные интегральные уравнения, согласованная поэлементная аппроксимация, адаптивное численное интегрирование в сочетании с алгоритмом понижения особенности и т. д. Компьютерное моделирование осуществляется на основе гранично-элементных методик шагового метода и модификаций метода Дурбина численного обращения преобразования Лапласа. На примере решения задачи о действии скачка осевой силы на торец призматического пороупругого тела продемонстрированы преимущества шаговых гранично-элементных моделей по сравнению с гранично-элементными моделями, построенными на основе метода Дурбина и его модификаций. Кроме того, в отличие от имеющихся в литературе результатов по гранично-элементному решению этой задачи, построен отклик порового потока. Дано развитие шаговой гранично-элементной схемы на основе выбора шагов по времени в соответствии с методами Рунге–Кутты решения задачи Коши обыкновенного дифференциального уравнения. Формулировки методов Рунге–Кутты приводятся в представлениях Бутчера. На примерах показано влияние выбора метода Рунге–Кутты на шаговый гранично-элементный результат. Подход позволяет достичь большей точности с меньшим числом гранично-элементных вычислений. Работоспособность созданного гранично-элементного подхода продемонстрирована на ряде гранично-элементных расчетов динамического деформирования трехмерных пороупругих тел.

Дано гранично-элементное моделирование поверхностных волн однородного и составного пороупругого тела. Продемонстрировано влияние свойств пороупругого материала на скорости распространения поверхностных волн. В задачах о полупространстве показано влияние ослабляющих полостей на волновые процессы.

Получены гранично-элементные оценки пороупругих решений исследуемых задач на основе дренированных и недренированных моделей материала.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 12-08-00984-а, 12-01-00698-а, 13-08-00658-а, 13-08-97091-р-поволжье-а, 14-08-31415-мол-а, 14-08-31410-мол-а, 14-08-00811-а).

Об исследовании особенностей волновых полей на поверхности структурно-неоднородных тел

Анджикович И. Е.¹, Бочарова О. В.²

¹*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. Воровича И. И. ЮФУ*

²*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН
olga_rostov1983@mail.ru*

Возможность неразрушающего контроля состояния, дефектов различных механических объектов всегда была и остаётся актуальной задачей, что привлекает к созданию новых методик определения «здоровья» сложных конструкций. Проблема разработки интегральных методов неразрушающего контроля состояния и прочностного ресурса узлов и деталей инженерных конструкций ответственного назначения является ключевой для повышения надежности их эксплуатации и предотвращения аварийных ситуаций. Современное развитие технологий производства новых материалов с одной стороны, повышенные требования к эксплуатационным характеристикам деталей и узлов конструкций, выполненных из этих материалов и работающих в сложных условиях, с другой стороны, приводят к необходимости создания простых и эффективных методов постоянного мониторинга состояния объекта, не наносящих при этом ему ущерба.

Был создан многофункциональный измерительный комплекс, позволяющий проводить исследования, сопоставлять сигналы и строить спектральные характеристики датчиками различного типа, в том числе и бесконтактного (лазерный виброметр), а также создана экспериментальная установка, позволяющая в лабораторных условиях оценивать изменение поверхностного волнового поля на образцах различных технологических материалов. Рассмотрены модели композиционных материалов с различными физическими свойствами, материалов, имеющих конструктивную неоднородность или различного рода и расположения локальные дефекты и включения. Проведен сравнительный анализ работы датчиков различного типа: малогабаритных акселерометров, пленочных датчиков деформации, лазерного интерферометра по идентификации структуры исследуемого объекта. В результате исследований построены сравнительные осциллограммы и спектры колебаний, измеренные датчиками различного типа, в моделях образцов материалов с различными электромеханическими свойствами, на основе которых исследовано влияние чувствительности и соотношение сигнал/шум в зависимости от способа крепления и экранировки пленочных датчиков деформации к поверхности исследуемого объекта.

Также в настоящей работе рассмотрены особенности волновых полей на поверхности структурно неоднородных тел. Численно и экспериментально проведено исследование возможности определения размера и расположения дефекта по поверхностному волновому полю. Результаты моделирования показали, что наличие дефекта его размер и глубина расположения существенно влияют на характеристики волнового поля.

Математическое моделирование ротационной остеотомии проксимального участка бедренной кости

Андреев П. С.¹, Саляхова Р. А.², Саченков О. А.², Хасанов Р. Ф.¹

¹*Казань, Травматолого-ортопедическое отделение (детское) РКБ Минздрава Республики Татарстан*

²*Казанский федеральный университет*

4works@bk.ru

Болезнь Легга–Кальве–Пертеса — тяжелое и длительное заболевание бедренной кости тазобедренного сустава детского возраста, связанное с нарушением кровоснабжения головки бедренной кости и нарушением питания её суставного хряща с последующим некрозом, относится к группе болезней объединяемых под названием остеохондропатии. Практика показывает, что принятые в отечественных клиниках методы установления функционально-клинического и ортопедического диагноза при болезни Пертеса и юношеском эпифизеолизе головки бедренной кости, планирования лечебной программы, обоснования хирургической тактики и оценки эффективности всего комплекса реабилитации пациента во многом субъективны. Было решено провести исследование предложенного хирургического метода лечения. Метод лечения заключается в остеотомии вдоль нижнего контура шейки бедренной кости, тем самым разделяя кость на два объекта и поворотом проксимального участка до определенного угла.

Была построена модель тазобедренного сустава с проксимальным участком бедренной кости с учетом влияния следующих мышц: *gluteus medius*, *gluteus minimus*, *obturator internus*, *piriformis*, *quadrator femoris*. При моделировании остеотомии считалось, что проксимальный участок соединен с бедренной костью неподвижной вращательной парой. Моделирование проводилось для различных анатомических параметров: шейчно-диафизарный угол варьировался от 115° до 125° , угол антеторсии — от 20° до 30° ; поворот производился в обоих направлениях около оси вращения, при этом производилась оценка удлинения мышц и возникающие усилия в них, оценивалась общий вектор равнодействующей на тазобедренный сустав. Численная реализация основывается на итерационном алгоритме квази-Ньютона–Рафсона, для решения системы конечно-разностных уравнений и нахождения значений переменных состояния. На основе рассчитанных усилий оценивался характер и степень стягивания костей таза, напряженно-деформированное состояние сустава, с целью оценки влияния мышц на постоперационное состояние сустава. Численная реализация основывалась на методе конечных элементов.

Анализируя, полученные результаты можно заключить, что при повороте проксимального участка бедренной кости от спины поведение мышц устойчивей к изменению анатомических параметров, в то время как при повороте к спине ряд мышц в зависимости от угла антеторсии меняют своё поведение. Оценка устойчивости поведения мышц по отношению к местам их крепления выявила почти линейную зависимость. Оценка напряженно-деформируемого состояния костей таза показала, что при повороте до 10° напряжения не сильно зависят от анатомических параметров и направления вращения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта № 14-01-31291.

Кромочные волны высшего порядка в пластинах при смешанных граничных условиях на торце

Ардазишвили Р. В.

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

ardazishvili.roman@yandex.ru

Целью данной работы является исследование гармонических волн, распространяющихся вдоль края пластины и затухающих при удалении от неё (кромочные волны).

Исследование существования поверхностной волны при различных граничных условиях на поверхности полупространства показало наличие данной волны в двух случаях: поверхность свободна от напряжений, либо закреплена в одном из касательных направлений. В первом случае скорость найденной волны совпадает со скоростью классической волны Рэлея и не зависит от угла распространения волны. В случае закрепления в касательном направлении имеет место зависимость фазовой скорости поверхностной волны от угла распространения.

Проведённый анализ представляет собой первый этап исследования кромочных волн в пластине, на торце которой ставятся смешанные граничные условия, при которых найдена поверхностная волна в полупространстве. На лицевых сторонах ставятся либо граничные условия жёсткого защемления, либо граничные условия свободного края. Для удовлетворения граничных условий на лицевых поверхностях применён метод разложения по модам. Симметричные и антисимметричные колебания пластины относительно срединной поверхности описаны на основе трёхмерных уравнений теории упругости. Для различных видов граничных условий на торце проведён асимптотический анализ кромочных волн, показывающий, что в пластине существует бесконечное счётное множество кромочных волн высшего порядка. Для различных смешанных граничных условий на торце получены дисперсионные уравнения, корень которых является функцией от угла распространения волны. Доказано, что в коротковолновом пределе фазовая скорость исследуемых волн стремится либо к скорости волны Рэлея, либо к скорости волны сдвига. Для подтверждения данного факта исследованы формы кромочных волн, в коротковолновом пределе приближающиеся соответственно либо к форме волны Рэлея, либо к форме толщинного резонанса. Корректность проведённого асимптотического анализа подтверждается данными численного анализа дисперсионных кривых первых четырёх кромочных волн высшего порядка при различных граничных условиях на торце и лицевых сторонах в симметричном и антисимметричном случаях. Изучено также явление демпфирования кромочных волн распространяющимися модами. Определены условия, при выполнении которых демпфирование отсутствует. Особую роль в случае смешанных граничных условий на торце и жёстком защемлении лицевых поверхностей играют частоты запирания плоских мод. При выполнении численных расчетов было обнаружено, что эти частоты оказывают влияние на поведение дисперсионных кривых кромочных волн, приводя к появлению нерегулярностей и разрывов. Это явление объясняется взаимодействием поверхностной волны и толщинных колебаний.

Биомеханика аневризм головного мозга человека

Аристамбекова А. В., Доль А. В., Иванов Д. В., Павлова О. Е.
Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского
ivanovdv@gmail.com

В западных странах и на территории РФ аневризмы сосудов головного мозга развиваются примерно у 4% людей. Все они представляют серьезный риск разрыва. Этому способствует отсутствие какой-либо характерной симптоматики. Именно поэтому вопросы возникновения, роста и разрыва аневризм головного мозга привлекают большое число исследователей. На сегодняшний день неочевидно, какие факторы являются определяющими и ведущими к возникновению аневризм. Точно неясно, какую методику применять в каждом конкретном случае. Таким образом, задача о математическом исследовании аневризм головного мозга является актуальной.

Основными причинами и предпосылками возникновения аневризм на сегодняшний день считаются вирусные и бактериальные инфекции, заболевания тканей сосудов, атеросклероз, курение, злоупотребление алкоголем, повышенное давление.

Однако, существует поддерживаемая многими авторами теория, согласно которой причиной возникновения и дальнейшего роста, а также разрыва аневризм являются механические (гемодинамические факторы). Авторы исследуют напряжения в стенке, касательные напряжения на стенке, давление крови и другие механические факторы, которые оказывают влияние на стенку сосуда.

Опубликовано достаточно много работ, посвященных вопросам биомеханического и математического исследования процессов возникновения, роста и разрыва аневризм, а также методик их лечения. Однако, многие вопросы остались нераскрытыми, невозможно сделать окончательные выводы, что является первостепенными причинами возникновения аневризм и как их лечить. Задача проведения пациентоориентированных расчетов, учитывающих не только геометрию сосудов конкретного пациента, но и их механические свойства, а также параметры кровотока, является нерешенной.

В данной работе предпринята попытка совместить не только численные расчеты поведения здоровых сосудов и сосудов с аневризмами, но и натурные эксперименты, а также подбор механических характеристик сосудов в зависимости от пола и возраста пациента. Сделаны рекомендации по поводу выбора того или иного типа операции при лечении аневризм. Проведено моделирование поведения сосудов с учетом упругости их стенок, а также с учетом ортотропии и многослойности. Учет структуры строения стенки, а также предположение о ее нелинейности позволяет рассматривать более реалистичные модели сосудов и делать более адекватные выводы относительно их поведения. Выделены механические факторы, приводящие к появлению аневризм, их дальнейшему росту и разрыву.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 12-01-31310).

Расчетная модель трехслойной гидродинамической смазки
радиального подшипника

Ахвердиев К. С., Лагунова Е. О., Мукутадзе М. А.

Ростовский государственный университет путей сообщения

lagunova@rambler.ru

Рассматривается установившееся стратифицированное течение трехслойной смазки в зазоре радиального подшипника с адаптированным профилем опорной поверхности при наличии пористого слоя на рабочей поверхности вала. Предполагается, что пространство между подшипником и валом полностью заполнено трехслойной вязкой несжимаемой жидкостью. Вал вращается с угловой скоростью Ω , а подшипник неподвижен. Также предполагается, что зависимость вязкости и коэффициента проницаемости пористого слоя от давления выражается формулами:

$$\mu'_i = \mu_{0i} e^{\bar{\alpha}^* p'}, \quad \tilde{k}' = k_0 e^{\bar{\alpha}^* p'}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

где μ_{0i} — характерные вязкости слоев; k_0 — характерная проницаемость пористого слоя; $\bar{\alpha}^*$ — экспериментальная постоянная величина, p' — гидродинамическое давление. В полярной системе координат с полюсом в центре вала уравнение адаптированного контура опорной поверхности подшипника, границы раздела слоев и кругового шипа с пористым слоем на его рабочей поверхности можно записать в виде

$$c_0 : r'_1 = r_0 + H, \quad \bar{c}_0 : r'_1 = r_0, \quad c_1 : r'_1 = r_0 + \delta\alpha + \delta\alpha e \cos \theta - \alpha A \sin \omega\theta$$

В качестве исходных уравнений берутся соотношения (1), а также система уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости с учетом зависимости вязкости от давления для случая «тонкого слоя», уравнение неразрывности, а также уравнение Дарси с учетом зависимости проницаемости от давления ($i = 1, 2, 3$)

$$\frac{\partial^2 v_i}{\partial r^2} = \frac{\Lambda_i}{e^{\bar{\alpha} p}} \frac{dp}{d\Theta}, \quad \frac{\partial u_i}{\partial r} + \frac{\partial v_i}{\partial \Theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 P}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \left(\frac{\partial P}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 P}{\partial \Theta^2} = 0 \quad (2)$$

Граничные условия задаются на поверхности ползуна и направляющей и на границе раздела слоев. Находится точное автомодельное решение системы (2), удовлетворяющее граничным условиям. Определяется гидродинамическое давление и основные рабочие характеристики подшипника.

Безразмерная составляющая вектора поддерживающей силы существенно зависит от параметра $\bar{\alpha}$, k_1 и k_2 . При значениях β , близких к единице, с увеличением значения вязкостного отношения $k_2 = \mu_3/\mu_2$ несущая способность возрастает. Наиболее резкое возрастание несущей способности достигается при $k_2 \geq 3$. При $k_1 = 1$, $k_2 \geq 3$ наличие пористого слоя на рабочей поверхности вала способствует существенному снижению значения силы трения подшипника, при этом практически не влияет на его несущую способность, в этом случае подшипник обладает повышенной несущей способностью и минимальной силой трения.

Биомеханическое исследование имплантата нового типа для остеосинтеза переломов бедренной кости

Барабаш А. П.¹, Барабаш Ю. А.¹, Иванов Д. В.²

¹*Саратовский НИИ травматологии и ортопедии Минздрава России*

²*Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*

ivanovdv@gmail.com

По статистике в РФ травмы занимают третье место в общей структуре заболеваемости. Среди всех травм можно выделить переломы костей, требующие оперативного лечения. Несмотря на существование различных методов лечения переломов, сегодня все чаще поднимается вопрос выбора оптимального типа фиксатора, стабилизирующего перелом.

Принято различать три вида остеосинтеза: внутрикостный, накостный и чре-костный. Внутрикостный остеосинтез — наименее травматичный метод, обеспечивающий хорошую стабильность отломков. Остеосинтез интрамедуллярными блокируемыми стержнями сегодня является «золотым стандартом» при лечении переломов бедра и устремлен к повышению жесткости фиксации отломков. Для регенерации костной ткани и заживления раны необходимо обеспечить микро-подвижность отломков. Интрамедуллярные фиксаторы имеют как достоинства, так и множество недостатков. Пока еще не разработан и не внедрен в клиническую практику имплантат, созданный с учетом анатомических особенностей кости, внутрикостного канала и особенностей работы кости под действием внешних нагрузок.

Для поперечно блокируемых интрамедуллярных фиксаторов отмечается большое время выполнения операции, необходимость рассверливания медуллярного канала. Расчеты показывают наличие высоких эффективных напряжений на винтах, которые часто деформируются и разрушаются, что отмечается в клинической практике. Расширяющиеся интрамедуллярные фиксаторы не требуют использования проводника при установке и рассверливания внутрикостного канала. Доля осложнений после установки расширяющихся фиксаторов составляет до 15%.

Существует проблема создания нового типа интрамедуллярного имплантата, который бы обеспечивал надежную фиксацию отломков, требовал относительно малого времени на установку, имел конструкцию, адекватную анатомии медуллярного канала и минимально травмировал костномозговое содержимое.

В данной работе предлагается новый тип интрамедуллярного фиксатора, конструкция которого предусматривает наличие трех ребер в его верхней части (для фиксации в проксимальном отделе бедра), а в нижней — поперечного блокирующего винта и упругой спицы, удерживающей фиксатор в одном из мыщелков бедра. Показано, что имплантат нового типа превосходит стандартный блокируемый стержень. Новый стержень обеспечивает не только высокую стабильность исследованных переломов (А1 и В2) при осевой, поперечной и скручивающей нагрузках, но и микроподвижность отломков.

Идентификация дефектов в трубопроводе на основе сочетания МКЭ и искусственных нейронных сетей

Баранов И. В., Нгуен Зуй Чьонг З.

*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com*

В первой части работы рассматривается решение обратной задачи идентификации дефектов на внешней или внутренней поверхности трубы. Дефекты моделируются областями прямоугольного осевого сечения, в которых отсутствует материал, причем одна сторона сечения выходит на поверхность. Математическая модель конструкции строится в рамках линейной теории упругости. Проблема сводится к геометрической обратной задаче, в которой идентификации подлежат размеры дефекта или его объем. Дополнительной информацией для решения обратной задачи являются амплитудно-временные характеристики компонентов вектора смещений, измеренные в некоторых точках на внешней поверхности трубы. При этом рассматривается конечный фрагмент трубы, поэтому радиальное и осевое смещение измеряется в течение времени, когда волны, отраженные от концов отрезка трубы, не успевают прийти на приемник. Решение обратной задачи основано на сочетании метода конечных элементов и искусственных нейронных сетей. Процесс измерения смещений в работе моделируется нестационарным расчетом в конечно-элементном пакете ANSYS. В качестве входных данных для обучения нейронной сети используется как непосредственно фрагмент амплитудно-временной характеристики смещений, так и его образ, полученный с помощью быстрого преобразования Фурье. Используемые в работе искусственные нейронные сети являются сетями прямого распространения, процесс их обучения основан на алгоритме обратного распространения ошибки. В приведенном численном примере рассмотрена стальная труба, внешний радиус которой составляет 0,2 м, а толщина 0,02 м, возбуждение волн производится кратковременным действием силы, измеряется сигнал, отраженный от дефектов, которые в соответствии с размерами условно разделены на три класса. В работе исследуются вопросы точности определения параметров дефекта в зависимости от вида входных данных, архитектуры нейронной сети и длительности процесса ее обучения. Полученные результаты свидетельствуют о работоспособности предлагаемого подхода.

Во второй части работы рассматривается задача идентификации трещиноподобного дефекта на внешней и внутренних поверхностях труб. Дефекты представляют собой круговые поперечные трещины выходящие на поверхность, предполагается что границы трещины не взаимодействуют между собой. В приведенном численном примере исследуются вопросы точности определения глубины трещины в зависимости от вида входных данных, архитектуры нейронной сети, длительности процесса ее обучения и погрешности входных данных.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Идентификация упругих и диссипативных свойств анизотропных материалов на основе сочетания МКЭ и генетического алгоритма

Баранов И. В.¹, Шевцов М. Ю.¹, Chang S. H.²

¹*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

²*Kaohsiung city, National Kaohsiung Marine University, Taiwan (R.O.C.)*

solovievarc@gmail.com

В работе рассматривается задача определения упругих и диссипативных свойств анизотропных упругих материалов, к которым относятся, например, армированные композиционные материалы. Ранее (A. N. Soloviev, M. U. Shevtzov and all. Russian-Taiwanese Symposium “Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications” 2012) были предложены методы определения только упругих свойств на основе данных резонансных частот для набора образцов в форме пластин, ориентированных в соответствии с симметрией упругих свойств. Композиционные материалы с использованием полимерных матриц или высокопористые материалы характеризуются значительным рассеянием энергии при вибрационном режиме работы. Моделирование конструкций из таких материалов в современных САЕ пакетах предполагает задание некоторых коэффициентов, характеризующих эту диссипацию. Так, например, движение линейно упругой среды в ANSYS определяется системой уравнений

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} + \alpha_d \rho \dot{\mathbf{u}} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f}; \quad \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{c}^E \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} + \beta_d \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}); \quad \boldsymbol{\varepsilon} = (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)/2 \quad (1)$$

в которой коэффициенты α_d , β_d характеризуют диссипацию энергии.

В настоящей работе в рамках сочетания метода конечных элементов в ANSYS и генетического алгоритма построен метод определения диссипативных свойств (коэффициентов α_d , β_d) однородного ортотропного упругого тела в предположении, что упругие его свойства \mathbf{c}^E — тензор упругих постоянных известен. Дополнительной информацией для решения обратной коэффициентной задачи идентификации коэффициентов α_d , β_d является амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) смещения, измеренная на поверхности консольно закрепленной пластины, совершающей установившиеся колебания в районе первых трех резонансов (первая изгибная мода, крутильная мода и вторая изгибная мода). При этом используется как позиционное сканирование, когда рассматривается набор точек на пластине, так и частотное сканирование — в этом случае выбирается конечная последовательность частот и значения амплитуды смещений на АЧХ. Генетический алгоритм, программная реализация которого имеется в свободном доступе в Интернете, минимизирует невязку между измеренной и рассчитанной численно АЧХ поперечных смещений.

Проведены численные эксперименты, в которых исследовалось влияние диапазона частот, количества точек измерений на точность идентификации искоемых коэффициентов. Эти численные эксперименты показали, что при использовании интервала частот с одним резонансом приводит к целевой поверхности, имеющей форму «оврага», что не позволяет строить единственное решение в рамках определенной погрешности, использование интервала, содержащего два резонанса, устраняет эту проблему: целевая поверхность имеет выраженный минимум и решение находится с достаточной степенью точности.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Бифуркации вращения в слоях Марангони

Батищев В. А., Гетман В. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
batishev-v@mail.ru

Изучены автомодельные режимы стационарных осесимметричных течений жидкости в пограничных слоях Марангони. Эти режимы вызваны радиальным градиентом температуры, заданным вдоль свободной поверхности по степенному закону. Автомодельные решения описывают термокапиллярные течения жидкости как в тонких слоях, так и слоях бесконечной толщины. Рассмотрены два случая – в первом случае поверхностный градиент температуры положителен, а во втором случае отрицателен. Показано, что в первом случае при охлаждении свободной границы вблизи оси симметрии возникает вращение жидкости в пограничном слое Марангони, причем вне этого слоя жидкость не вращается. Во втором случае вращательный режим не обнаружен. В слоях бесконечной толщины область вращающейся жидкости разделяется на две зоны: зону тока и противотока. Продольная компонента скорости и температура имеют по одной точке экстремума внутри пограничного слоя. При отсутствии вращения эти профили монотонны. Вне пограничного слоя возникает медленное незакрученное течение идеальной жидкости. Для этого течения построены автомодельные решения уравнений Эйлера.

При наличии внешнего потока в слоях бесконечной толщины вращение жидкости возникает в результате бифуркации основных незакрученных режимов. Основные режимы существуют только при скорости внешнего потока, превышающей критические значения. При положительном поверхностном градиенте температуры возникают два основных незакрученных режима, а при отрицательном градиенте только один. На бифуркационной кривой найдено наименьшее значение скорости внешнего потока, при котором возникает вращательный режим.

Рассчитаны автомодельные режимы течений жидкости в тонком слое с двумя свободными границами. Показано, что, в отличие от слоев бесконечной толщины, тонкий слой при охлаждении свободных границ вблизи оси симметрии разделяется на две области, в которых жидкость вращается в противоположных направлениях. Расчет бифуркационной кривой показал, что вращение возникает, только если толщина слоя превышает критическое значение.

Для течений жидкости в тонком слое с твердой и свободной границами построено уравнение разветвления, из которого следует, что в точке бифуркации возникают два вторичных закрученных режима, которые отличаются друг от друга направлением вращения. Вблизи точки бифуркации построена асимптотика вторичных режимов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 12-01-000582-а).

Локальное нарушение механической устойчивости
коллагенового каркаса

Бауэр С. М.¹, Зимин Б. А.¹, Качанов А. Б.², Свентицкая В. Е.³,
Судьенков Ю. В.¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет

²Санкт-Петербургский филиал МНТК «Микрохирургия глаза»
им. С. Н. Федорова

³Санкт-Петербург, Национальный государственный университет физической
культуры, спорта и здоровья им. П. Ф. Лесгафта
vsvent@yandex.ru

Роговица является участком наружной оболочки глазного яблока. Она прозрачна, оптически гомогенна, и представляет собой «пирог» из слоёв фибрилл, которые тянутся от лимба до лимба, располагаясь параллельно поверхности роговицы. В настоящее время наиболее распространёнными операциями по поводу миопии являются ЛАЗИК и ФРК. Операция ЛАЗИК (LASIK) состоит в том, что из верхней части роговицы выкраивают лоскут, отгибают его, полируют оставшуюся часть роговицы. В конце операции ЛАЗИК поверхностный лоскут укладывают на стромальное ложе роговицы. Обычно поверхностный лоскут хорошо адгезируется. Сравнительно редко (вероятность 0,01) в поздние сроки (до 5 лет) возможно развитие эктазии (местного выпучивания роговицы в области надреза). Для описания данного явления предлагается использовать модель «диффузия — реакция», так как роговица с выкроенным лоскутом является некоторой динамической системой. Сжатие век, моргание и другие движения глазных яблок и век обязательно сопровождаются случайными воздействиями на роговицу. Для неравновесной функции распределения f такой системы в поле случайного потенциала V (широкополосный поток воздействия на роговицу) записывается кинетическое уравнение. Анализ решения этого уравнения позволяет выделить локализованные и нелокализованные состояния, зависящие от состояния энергии внутренних напряжений в роговице. В зависимости от состояния системы (оперированной роговицы) все состояния делятся на два класса: локализованные и нелокализованные. Локализованные обладают функцией состояния растущей экспоненциально. Делокализованные состояния, напротив, распределены равномерно по толщине склеры. Такая система должна описываться как динамическая с диссипацией и при подпитке энергией. В простейшем случае с диссипацией такая система эволюционирует к состоянию равновесия. При подпитке энергией извне диссипативная система может испытывать устойчивые колебания — устойчивый цикл в фазовом пространстве, а может перейти в режим сложного стохастического движения, которое получило название странного аттрактора. Таким образом, все траектории диссипативной системы в фазовом пространстве соответствуют аттракторам: равновесию (нет эктазии), периодическим колебаниям (периодическими нарушениями у пациента) или странному аттрактору. Одним из аттракторов может быть разрушение системы (появление кератоконуса или ещё каких либо сильных осложнений).

Устойчивость пластин наноразмерной толщины,
ослабленных отверстием

Бауэр С. М., Морозов Н. Ф., Семёнов Б. Н.
Санкт-Петербургский государственный университет
s_bauer@mail.ru

Задача об устойчивости тонких пластин с отверстием при растяжении на макроуровне рассматривалась ранее в ряде работ (Е. М. Седаева, 1973, А. Н. Гузь, М. Ш. Дышель, Г. Г. Кулиев, О. Б. Милованова 1981, А. О. Бочкарев, Ю. М. Даль, 1989). Потеря устойчивости пластин возникает из-за образования около кромок отверстий зон сжимающих напряжений. При расчете деформирования, устойчивости и разрушения наноразмерных объектов необходимо учитывать также поверхностный эффект. С уменьшением геометрических размеров влияние этого эффекта увеличивается. Локальная потеря устойчивости пластины с круговым нанотверстием при одноосном растяжении рассматривалась А. О. Бочкаревым и М. А. Грековым (2014, Доклады РАН). При этом в докритическом состоянии учитывались поверхностные напряжения в окрестности кругового отверстия, которые уточняют для малых размеров отверстия известное решение Кирша. Расчеты проводились для пластин из изотропного алюминия. Отмечается, что учет поверхностных напряжений в окрестности края отверстия приводит к потере устойчивости пластины при меньшей нагрузке, чем в классической постановке. Величина нагрузки снижается на 5–7%. В данной работе задача решается с учетом поверхностных эффектов не только на границе отверстия, но и с учетом поверхностных напряжений, которые меняют изгибную жесткость пластины. (Х. Альтенбах, В. А. Еремеев, Н. Ф. Морозов Изв. РАН МТТ, 2010):

$$D = \frac{\mu h^3}{6(1-\nu)} + \mu_s h^2 + \frac{\lambda_s h^2}{2}.$$

Здесь $\mu = E/2/(1+\nu)$ — параметр Ламе, E — модуль упругости, ν — коэффициент Пуассона, λ_s, μ_s — поверхностные упругие модули (аналоги поверхностных постоянных Ламе), h — толщина пластины. Таким образом, учет поверхностных напряжений для пластин наноразмерной толщины приводит к значительному увеличению изгибной жесткости пластины по сравнению с классическим значением, а это приводит к увеличению значения критической нагрузки даже при учете поверхностных напряжений на границе контура. Следует отметить также, что и в классическом случае, и с учетом поверхностных напряжений, критической нагрузке соответствует форма потери устойчивости с двумя волнами по окружной координате. Значение бифуркационной нагрузки, соответствующее одной волне, как это было получено в первых работах (Е. М. Седаева, 1973) на 20% выше критического значения, соответствующего двум волнам.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 12-01-00815а.

Численное моделирование взаимодействия внутрисосудистого микроробота с биообъектом

Башлай А. П., Гаврюшин С. С., Даниленко К. Б., Саврасов Г. В.
Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана
savrasov2000@mail.ru

При разработке внутрисосудистого микроробота, предназначенного для перемещения внутри крупных артерий, одним из главных вопросов является безопасность его применения. Внедрение микроробота в кровоток не должно приводить к разрушению форменных элементов крови. Движение микроробота осуществляется по перистальтическому принципу и отдельные звенья периодически воздействуют на сосудистую стенку для фиксации. Усилие на стенку должно обеспечить надежную фиксацию робота в потоке крови, но не повредить ткани сосуда. В данном случае для оценки безопасности микроробота применялись методы численного моделирования. В качестве биологического объекта была выбрана бедренная артерия.

При моделировании взаимодействия с потоком крови были приняты следующие допущения: кровь — ньютоновская жидкость (вязкость постоянна, напряжения всюду прямо пропорциональны местной скорости сдвига); кровь несжимаемая жидкость (максимальные скорости движения крови в сердечно-сосудистой системе составляют менее 1% от скорости звука в крови); плотность крови постоянна; поток стационарный, ламинарный; стенки сосуда проявляют линейный закон упругости; скорость крови на границе с сосудистой стенкой равна нулю.

Для создания компьютерной модели кровеносного потока были использованы следующие реальные усредненные параметры биообъекта: диаметр сосуда 10 мм; скорость крови 0,15 м/с; плотность крови 1060 кг/м³; вязкость крови 0,0045 Па·с; кровяное давление 13 кПа; диаметр миниробота 0.005 м.

Критериями безопасности являлись число Рейнольдса ($Re < 2000$) и касательные напряжения (< 50 Па), вызываемые градиентом скоростей.

Конечно-элементная модель кровеносного сосуда представлена в виде трехслойной оболочки, нагруженной силами давления со стороны миниробота, а также внутренним давлением потока крови: диаметр сосуда 10 мм; толщина внешнего слоя 0,25 мм; толщина среднего слоя 0,9 мм; толщина внутреннего слоя 0,15 мм; давление крови на стенки сосуда 12 кПа.

В модель также введен мышечный слой, что связано с особенностями анатомического положения кровеносного сосуда в организме.

В качестве конечного элемента был выбран 4-х узловой плоский элемент PLANE42. Выбор данного элемента обусловлен тем, что задача решается в плоском варианте. Нагрузка в виде силы прикладывается в 3 узлах для каждого из четырех опорных элементов робота. Это необходимо для представления воздействия плоского, а не точечного характера. Моделировались воздействия с силой от 0,1 Н до 50 Н. В качестве критического уровня напряжений был принят уровень, равный 1,32 МПа. Результаты моделирования показали, что воздействие не вызывает разрушающих процессов.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 13-08-12043.

Решение трехмерных задач анизотропной динамической теории упругости методом граничных элементов

Белов А. А., Игумнов Л. А., Марков И. П., Петров А. Н.

Нижний Новгород, НИИ механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Igumnov@mech.unn.ru

Рассматриваются краевые задачи линейной трехмерной анизотропной динамической теории упругости. Граница тела может быть достаточно произвольного вида и описываться поверхностью кусочно-ляпуновского типа. Применяется интегральное преобразование Лапласа по времени и интегральное преобразование Радона по координатам. Использование преобразований позволяет получить матрицы фундаментальных и сингулярных решений в виде статической и динамической частей. Особенности по координатам получаемых матриц сосредоточены в статических частях. Компоненты статических матриц Грина и Неймана строятся на основе интерполяционного подхода, используемого при проведении вычислений по сферическим углам. Представлены три способа получения статических матриц Грина и Неймана и дана визуализация их компонент в виде двумерных поверхностей. Использование разных способов получения компонент матриц Грина и Неймана позволяет достичь заданной точности вычисления в рамках апостериорного анализа результата. В качестве метода решения трехмерных краевых задач развиваются граничные интегральные уравнения. Численная схема основана на использовании формулы Грина–Бетти–Сомильяны. Гранично-элементные схемы созданы на основе согласованной аппроксимации граничных функций (при биквадратичной аппроксимации границы) и шагового метода численного обращения преобразования Лапласа или модификаций метода Дурбина и квадратур сверток. При поэлементном численном интегрировании используется метод Гаусса и иерархический алгоритм интегрирования, что позволяет достичь заданной точности интегрирования, не ухудшая обусловленность численного интегрирования в смысле Лебега. Для численного решения задач разработано соответствующее программное обеспечение. Приведены результаты численных экспериментов трехмерных статических и динамических краевых задач в сравнении с результатами других авторов. Для динамического случая рассмотрены задачи о действии распределенной нагрузки: на торец призматической консоли; на дневную поверхность полупространства и другие. Шаги по времени или по частотам, а также гранично-элементные модели подбираются из апостериорного анализа по Рунге. Численные модели содержат до 1500 граничных элементов. Результаты расчетов приводятся в виде графиков и полутоновых картин.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 12-08-00984-а, 12-01-00698-а, 13-08-00658-а, 13-08-97091-р-поволжье-а, 14-08-31415-мол-а, 14-08-31410-мол-а, 14-08-00811-а).

Математическое моделирование процессов очаговой костной деструкции в проксимальном отделе бедра

Белокрылов А. Н.¹, Белокрылов Н. М.¹, Демидов Ф. А.²,
Сотин А. В.²

¹Пермь, Городская детская клиническая больница №15

²Пермский национальный исследовательский политехнический университет
sotin@mail.ru

Для изучения патогенеза развития очаговой костной деструкции использована разработанная авторами биомеханическая модель тазобедренного сустава. Данная модель включает в себя: квазистатическую модель ходьбы; модель адаптивной перестройки костной ткани; сопряженную с клиническими наблюдениями и индивидуализированную на основе реальных рентгенограмм и данных трёхплоскостной компьютерной томографии пространственную неоднородную анизотропную линейно-упругую конечно-элементную модель сустава, состоящую из суставного хряща, бедренной и тазовой кости. Хрящ моделируется однородной изотропной прослойкой сложной геометрической формы. Контактное межхрящевое взаимодействие не учитывается. К исследуемой области приложены нагрузки, действующие на тазобедренный сустав в опорную фазу шага. Механические свойства костной ткани взяты из литературных источников. С помощью метода конечных элементов рассчитано напряженно-деформированное состояние бедренной и тазовой кости с учётом локализации и размеров очагов деструкции костной ткани.

Расчеты показали, что с биомеханической точки зрения очаги костной деструкции, возникшие в результате некроза кости или опухолевых и опухолеподобных кистозных процессов, развиваются по одинаковой схеме. Вокруг очага деструкции возникают «перегруженные» и «недогруженные» участки кости. Такое перераспределение нагрузки приводит к механическому разрушению кости в зонах «перегруженности» и к адаптационной резорбции кости в участках «недогрузки» из-за отсутствия естественного стимулирующего деформирующего воздействия на костную ткань. Всё это в целом приводит к расширению очага деструкции.

Таким образом, разработанная биомеханическая модель тазобедренного сустава является математическим инструментом для изучения патогенеза происходящих деструктивных и кистозных процессов. Индивидуальное пространственное моделирование или рассмотрение типичных клинических ситуаций с позиций биомеханики существенно расширяет представление клиницистов-ортопедов о данной патологии. Прогнозирование возникновения патологического перелома при кистах разных размеров и локализаций позволяет хирургу оценить риски, возникающие при консервативном ведении больного и сформировать тактику и технику замещения костного дефекта, с учетом величины формируемого при доступе дефекта костной стенки, а так же обосновать или отвергнуть необходимость применения металлофиксаторов и внешней иммобилизации в реабилитационном периоде.

О некоторых подходах к моделированию сращивания костной ткани

Богачев И. В., Кругликов А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
bogachev89@yandex.ru

Моделирование процессов сращивания костной ткани при переломах в настоящее время является одной из важных задач биомеханики. Используемые в современной медицине рентгенологические аппараты не всегда могут дать точную оценку стадии заживления, особенно на начальных его этапах, ввиду того, что так называемое «радиологическое срастание», т.е. такое, которое можно различить на рентгеновских снимках, возникает спустя несколько недель после клинического срастания. При этом исследования показывают, что легкое нагружение кости на этапе клинического срастания благоприятно сказывается на итоговом заживлении и снижает риск возникновения костной мозоли за счет более быстрого восстановления нормального обменного процесса в тканях и костной адаптации.

Вследствие этого для оценки состояния заживления кости имеет смысл исследовать динамические свойства костной системы, в первую очередь резонансные частоты колебаний, анализ изменения которых в процессе заживления может дать возможность определять характеристики костной ткани, которые значительно варьируются для различных стадий сращивания, что позволит получать объективную оценку состояния регенерации кости в месте перелома.

Одним из эффективных методов исследования сращивания костной ткани является метод активной резонансной вибродиагностики, основанный на анализе и сравнении амплитудно-частотных характеристик для неповрежденной и имеющей перелом костей, и позволяющий по этой информации определять механические характеристики ткани в зоне перелома. Эта технология представляется достаточно перспективной по причине неинвазивности обследования и отсутствия риска для пациента.

В данной работе представлены подходы к моделированию сращивания большеберцовой кости в месте перелома с использованием описанных выше методов исследования. Большеберцовая кость моделируется вязкоупругим стержнем переменной жесткости (используется модель стандартного вязкоупругого тела). Исследованы две постановки задачи — без устройств фиксации и для системы кость–фиксатор. Для первого случая предложено несколько видов описания эффективных свойств костной ткани в области перелома с помощью «вилок» Хашина–Штрикмана и Мори–Танака. Во второй постановке рассматривается система из двух балок переменной жесткости, соединенных в области крепления фиксатора. В обоих случаях проведены вычислительные эксперименты по расчету и анализу АЧХ и собственных форм колебаний в зависимости от различных факторов — вязкоупругих свойств костной ткани, упругих свойств пластины, расположения пластины. Результаты проведенных экспериментов свидетельствуют о том, что изменение резонансных частот и собственных форм колебаний является диагностически важным фактором и может быть использовано при построении схем идентификации состояния заживления костной ткани.

Авторы благодарят А. О. Ватульяна за внимание к работе.

Компьютерный анализ кардиосигналов

Богачева М. О.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
akimenko-85@mail.ru

В последние десятилетия активно развиваются технологии цифровой обработки биологических сигналов, позволяющие идентифицировать состояние организма человека на ранней стадии заболевания. В частности, при исследовании кардиосигнала отчетливые нарушения в его структуре выявляются невооруженным глазом. Но возможен целый ряд отклонений и пограничных состояний, которые не проявляются в виде контрастных признаков. Это могут быть начальные стадии инфаркта миокарда, мерцательной аритмии, тахикардии. В таких случаях особо важны методы, позволяющие идентифицировать даже незначительные отклонения кардиосигнала от нормы.

В связи с разнообразием признаков и характеристик биологических сигналов по сравнению с физическими сигналами выбор алгоритма для анализа биологического сигнала является непростой задачей. Как правило, биологические сигналы являются сигналами нестационарной природы. Для их исследования главным образом применяют методы спектрального анализа, вейвлет-анализа, временного анализа. Относительно новым является метод детренд-анализа.

В настоящей работе были исследованы 4 вида кардиосигналов из базы данных биомедицинских сигналов www.physionet.org, записанные во втором стандартном отведении: кардиосигнал здорового человека, пациента с инфарктом миокарда, кардиосигнал в случае гипертрофии левого желудочка сердца и кардиосигнал пациента с блокадой ножки пучка Гиса. Все расчеты были реализованы в среде Maple и Matlab.

Основной задачей при анализе кардиосигнала является идентификация его основных компонент — зубцов, сегментов и интервалов, отражающих процесс распространения электрического импульса по проводящей системе сердца.

Для идентификации основных кардиографических комплексов был использован итерационный алгоритм сегментирования, основанный на определении зубца R как зубца с максимальной амплитудой на заранее заданном интервале. Учитывая хронологическую последовательность, далее определялись зубцы P, Q, S, T, а также уровень изоэлектрической линии на каждом кардиоинтервале.

На основании полученных данных был проведен временной анализ ряда RR-интервалов. Построены и проанализированы кардиоинтервалограмма, гистограмма и графики Пуанкаре с величиной сдвига, равной 1. Полученные результаты наглядно демонстрируют нестационарность сердечного ритма у пациентов даже в случае незначительных отклонений от нормы.

С использованием вейвлетов Добеши четвертого порядка было проведено дискретное и непрерывное преобразование исследуемых сигналов, определены детализирующие и аппроксимирующие коэффициенты. Сравнение среднеквадратических отклонений вейвлет-коэффициентов и восстановленных компонент исследуемых кардиосигналов позволяет сделать вывод о диагностической значимости результатов, поскольку в последних трех случаях наблюдается отклонение от нормы почти в 2 раза.

Асимптотический анализ ядра интегрального уравнения в задаче о трещине, перпендикулярной границе составного упругого тела

Борисова Е. В., Рашидова Е. В., Соболев Б. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет

b.sobol@mail.ru

Задача асимптотического анализа и последующей аппроксимации регулярной части ядра сингулярного интегрального уравнения возникает в задаче об исследовании концентрации напряжений в окрестности вершины трещины, расположенной перпендикулярно границе в упругом теле, составленном из полуплоскости и полосы из разных материалов. Метод обобщенных интегральных преобразований позволяет получить общие решения задачи в каждой из составляющих областей в терминах трансформант Фурье. Они содержат в совокупности шесть произвольных постоянных, подлежащих определению из граничных условий и условий сопряжения областей. Две из этих постоянных входят в решение для области, содержащей трещину, и интегрально зависят от функции скачка перемещений. Ядрами в этих интегральных представлениях фигурируют функции $F_1(h, a)$ и $F_2(h, a)$ — выражения, зависящие от упругих параметров двух сред. Проведен асимптотический анализ этих кривых, который показал, что чем больше значение параметра h (ширина полосы), тем график расположен ближе к соответствующим асимптотическим прямым, и при h стремящемся к бесконечности совпадает с ними. Аналитически в общем виде получить выражение для асимптот не удалось, хотя при численных значениях упругих параметров среды они легко вычисляются. Поведение функций $F_1(h, a)$ и $F_2(h, a)$ при фиксированном значении h аналогично, отличаются они друг от друга величиной сдвига по оси ординат, глубиной точек экстремума и их положением на оси абсцисс. При малом значении ширины полосы h графики имеют более выраженное отклонение от асимптот вблизи точки $\alpha = 0$, причем выпуклость функций выходит на касательные, которые соответствуют случаю задачи о полуплоскости со свободной границей ($h = 0$), ослабленной поперечной трещиной. Выдвинутая гипотеза о том, что асимптоты представляют собой аналогичные выражения для решения задачи о составной упругой плоскости с трещиной, перпендикулярной к границе раздела материалов, нашли полное подтверждение. В результате этого удалось получить аналитические выражения для коэффициентов асимптот, аппроксимировать подынтегральные выражения и свести задачу к решению сингулярного интегрального уравнения относительно производной функции раскрытия трещины. Сингулярная часть этого уравнения — ядро Коши, а регулярная отражает влияние геометрических и физических параметров задачи. Таким образом, в результате проведенного асимптотического анализа указанных выше функций, найдены два предельных случая их аналитического представления (при $h = 0$ и h стремящемся к бесконечности). Это, соответственно, случай полуплоскости со свободной границей, ослабленной поперечной внутренней трещиной и задача о поперечной трещине вблизи границы раздела двух упругих сред.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-08-00142 а.

Математическая модель распределения сосуществующих популяций на неоднородном ареале

Будянский А. В., Цибулин В. Г.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

vtsybulin04@gmail.com

Предложена математическая модель для описания формирования структур популяций хищников и жертв на двумерном ареале. Система нелинейных уравнений параболического типа с переменными коэффициентами позволяет учесть зависимость миграционных потоков от пространственной неоднородности ресурса и неравномерности распределений популяций. Уравнения баланса плотностей жертв ($i = 1, 2, \dots, m$) и хищников ($i = m + 1, m + 2, \dots, n$) для двумерного ареала записываются через миграционные потоки q_i и функции роста f_i :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\nabla \cdot q_i + f_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad \nabla = (\partial x, \partial y)^T \quad (1)$$

$$q_i = -k_i \nabla u_i + \alpha_i u_i \nabla p + u_i \sum_{j \neq i}^m \beta_{ij} \nabla u_j, \quad i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$f_i = \mu_i u_i f_0 - u_i \sum_{j=m+1}^n l_{ij} u_j, \quad f_0 = 1 - \frac{1}{p} \sum_{j=1}^m u_j, \quad i = 1, \dots, m \quad (3)$$

$$q_i = -k_i \nabla u_i + u_i \sum_{j=1}^m \beta_{ij} \nabla u_j, \quad f_i = u_i \sum_{j=1}^m \mu_{ij} u_j - l_i u_i, \quad i = m + 1, \dots, n \quad (4)$$

Потоки близкородственных популяций жертв выражаются через градиенты плотностей видов и функцию ресурса $p(x, y)$: Рост популяций жертв определяется «логистическим» законом с коэффициентами роста μ_i , слагаемыми с коэффициентами l_{ij} дается убыль из-за хищников. Диагональные матрицы k_i содержат диффузионные коэффициенты, направленная миграция учитывается слагаемыми с коэффициентами α_i и β_{ij} . На границах ареала ставятся условия отсутствия потоков, система дополняется начальными распределениями плотностей популяций.

При $m=n=1$, $\alpha_1=0$ и $p=const$ из (1)–(4) получается уравнение Колмогорова-Петровского-Пискунова. В случае $m=1$, $n=2$, $\alpha_1=\beta_{21}=0$, $p=\infty$ и однородных начальных распределений из системы следует модель Лотки-Вольтерра. Предложенная авторами (КИМ 2011) модель для конкурирующих за единый ресурс близкородственных популяций получается при $m = 2$, $n = 2$.

Аналитически найдены условия на параметры модели, при которых в силу косимметрии системы возникает непрерывное семейство стационарных распределений. Для проведения вычислительных экспериментов применяется метод прямых и схема смещенных сеток. Исследованы сценарии вытеснения и сосуществования видов для двух популяций жертв и популяции хищника на прямоугольном ареале.

Исследование поддержано грантом РФФИ № 14-01-00470.

Реалистичная деформация трёхмерных антропоморфных моделей с использованием контрольных кластеров

Букатов А. А., Гридчина Е. Е., Заставной Д. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

helen.gridchina@gmail.com

Деформация трёхмерных полигональных моделей является актуальной задачей в сфере компьютерной анимации, разработки компьютерных игр, а также программ-тренажёров. Благодаря своей простоте и универсальности, традиционно для формирования анимации трёхмерных антропоморфных моделей используется скелетная анимация: вершины модели определённым образом наследуют трансформации суставов скелета – иерархической структуры узлов, с каждым из которых связано геометрическое преобразование. Наиболее широкое использование получил базовый метод скелетной анимации Linear Blend Skinning (LBS). При высокой вычислительной эффективности данный метод демонстрирует такие нежелательные артефакты, как потеря объёма, что приводит к существенному снижению реалистичности итоговой анимации. Метод Pose Space Deformation (PSD) представляет собой достаточно популярную альтернативу LBS. Данный метод осуществляет корректировку результатов трансформаций LBS, используя информацию об эталонных формах модели, которые, как правило, вручную задаются специалистом по моделированию для определённых конфигураций скелета. Высокий уровень реалистичности метода достигается за счёт высокого уровня трудоёмкости.

В настоящем исследовании рассматривается формирование анимации моделей антропоморфных персонажей с применением контрольных кластеров. Все вершины модели (оболочки) разделяются на две группы: кластерные и так называемые «свободные» вершины. Трансформации кластерных вершин могут задаваться произвольным образом. Положение свободных вершин зависит от положения кластерных вершин и рассчитывается нелинейным образом, например, с применением кардинальных сплайнов. В контексте анимации модели антропоморфного персонажа положение кластерных вершин задаётся с помощью скелетной анимации по модели PSD. При этом эталонные формы задаются не для всех вершин модели, а только для кластерных вершин, что существенно снижает трудоёмкость метода. Нелинейный расчёт положения свободных вершин позволяет добиваться реалистичности деформации и избегать негативных артефактов, характерных для LBS. Рассматривается влияние выбора параметризации сплайнов, значения параметра натяжения, а также поведение сплайнов на сгибах в формируемых точках возврата.

Контрольные кластеры могут быть использованы как для формирования самой модели персонажа (в качестве деформатора), так и для создания последовательности изменённых форм модели для создания анимации.

Контрольные кластеры также могут быть применены для моделирования экологических процессов, например, сгонно-нагонных явлений; в этом случае положение кластерных вершин будет задаваться с помощью данных, полученных со специальных измерительных приборов.

Равновесие двухкомпонентного упругого слоя, содержащего дислокационные петли

Бычков А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
az710@yandex.ru

Образование дислокационных петель является способом релаксации упругой энергии в гетероэпитаксиальных полупроводниковых пленках, напыленных на подложку. Равновесная форма пленки зависит от ее толщины и характеристик дислокаций. Дислокационные петли могут возникать, в частности, в островках находящихся внутри слоя пленки. Другими механизмами релаксации являются: образование дислокаций несоответствия, образование волнистой поверхности на первоначально плоской пленке (неустойчивость Азаро–Тиллера–Гринфелда), неоднородное распределение компонент сплава вблизи волнистой поверхности пленки, образование трехмерных наноразмерных островков на смачивающем слое (механизм Странского–Крастанова).

В данной работе приведены результаты расчетов, продолжающих исследования для полупроводниковой пленки с учетом винтовых дислокаций, расположенных в глубине слоя, на площадках различно ориентированных относительно границы пленка–подложка, при существенно нелинейном характере распределения компонент сплава в образце. Построены трехмерные модели SiGe пленки на Si подложке, учитывающие присутствие дислокационных петель в пленке. Модели включают перераспределение компонент сплава в образцах под действием упругих напряжений, образование волнистости свободной поверхности, а также рост наноразмерных изолированных островков на смачивающем слое. Расчет упругих деформаций выполнен с использованием метода конечных элементов (пакет FlexPDE). Во всех расчетах подложка предполагалась недеформируемой. Упругие перемещения заданных областей малы по сравнению с амплитудами возмущений и не учитывались для определения формы свободной поверхности пленки.

Выполненные расчеты подтвердили выводы о том, что равновесное положение дислокации несоответствия в двухкомпонентном упругом слое SiGe находится не на границе раздела пленка–подложка, а в глубине пленки. Причем этот вывод можно распространить и на проникающие дислокации, хотя изменение ориентации дислокации существенно меняет поле упругих напряжений и распределение компонент сплава в образце. Результаты расчета упругой энергии пленки, содержащей призматическую дислокационную петлю в виде окружности, показали значительное ее влияние на величину упругой энергии пленки. Учет влияния перераспределения компонент пленки приводит к ослаблению условий появления островков на поверхности (переход происходит при меньших размерах островков). Однако учет влияния перераспределения компонент пленки не приводит к существенному изменению упругой энергии образца и критического значения высоты дислокации. Выполненные расчеты также показали, что из-за различия упругих модулей Ge и Si происходит дополнительная релаксация упругой энергии в пленке, а положение дислокационной петли существенно влияет на распределение Ge в образце.

Разработка модульной архитектуры конечно-элементных комплексов на примере пакета ACELAN

**Бычков А. А.¹, Криворотова Д. В.¹, Надолин Д. К.¹, Оганесян П. А.²,
Соловьева А. А.¹**

¹*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

²*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
dknadolin@sfedu.ru*

Существует множество пакетов программ для автоматизации научных и технических расчетов на основе математических моделей различных процессов. Широко применяются комплексы, реализующие различные версии метода конечных элементов. Каждый из них отличается способами хранения и обработки входной информации, методами описания задачи, подходом к описанию дифференциальных уравнений, задающих поведение модели. В данной работе рассматривается архитектура и особенности реализации пакета ACELAN, предназначенного для решения прямых и обратных задач теории электроупругости в двумерной и трехмерной постановках.

В силу высокой сложности подобного программного обеспечения применяется модульный принцип, позволяющий разделить комплекс на независимые модули. Пакет ACELAN состоит из библиотеки конечных элементов, включающей в себя набор вспомогательных функций для работы с неоднородными свойствами материалов, программного интерфейса для импорта геометрических данных из различных сторонних пакетов и конвертирования в собственный формат на основе реляционной базы данных, модуля обработки скриптов, написанных на специально разработанном надмножестве языка LUA. На основе базовых модулей пакета реализован дополнительный функционал постпроцессорной обработки. С помощью документированных интерфейсов пользователь может подключить к пакету сторонний триангулятор, блок решения систем линейных уравнений или инструменты визуализации. Данный подход позволяет использовать наиболее эффективные элементы различных комплексов. В работе используется автоматизированная система тестирования и сборки модулей комплекса. Комплекс предполагает активное взаимодействие с внешними модулями оптимизации на основе генетических алгоритмов. При этом допускается и встраивание дополнительных модулей в пакет в виде исполняемых файлов, и использование библиотек ACELAN в качестве решателя прямых задач другими программами.

В работе представлено описание разработанного формата хранения данных в задаче конечно-элементного анализа, позволяющего эффективно использовать оперативную память вычислительной машины при работе с большими объемами данных. Проводится сравнительный анализ скорости чтения и записи данных с распространенными форматами. Рассматриваются особенности реализации геометрического и аппроксимизационного представлений конечного элемента с использованием объектно-ориентированного подхода и современных средств программирования. Предлагается реализация сборки локальных матриц жесткости для однородных и неоднородных материалов. Приводятся примеры решения некоторых тестовых задач в сравнении с другими CAE пакетами, такими как COMSOL, ANSYS, ABAQUS.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Идентификация параметров некоторых трехмерных внутренних неоднородностей в упругом слое.

Васильченко А. А.¹, Никитин Ю. Г.²

¹*Краснодарский технологический университет*

²*Краснодар, Кубанский государственный университет*
yug_nikitin@mail.ru

В трехмерной постановке решается прямая задача расчета гармонических колебаний упругого слоя, содержащего полость в виде прямоугольного параллелепипеда или эллипсоида вращения. Колебания возбуждаются поверхностным источником. Решается обратная задача идентификации параметров прямоугольной полости в пространственной изотропной блочной структуре, состоящей из шести блоков. Разработана аналогичная блочная модель для решения обратной задачи идентификации полости эллипсоидальной формы, аппроксимируемой набором из нескольких блочных элементов в виде усеченных пирамид. В вычислительном отношении такой подход моделирования эллиптической полости является трудоемким и малоэффективным, поскольку требуется большое число блоков. Поэтому задача решалась с помощью разработанного комбинированного блочного элемента, представляющего собой прямоугольный параллелепипед с эллипсоидальной полостью, заполненной контрастным, на порядок менее жестким и менее плотным материалом, хорошо имитирующим идеальную полость. При использовании такого блочного элемента существенно упрощается расчет прямой и решение обратной задачи, хотя сам комбинированный блочный элемент является более сложным. Решение задачи идентификации состоит из двух этапов. Первый этап представляет собой решение методом блочного элемента прямой задачи расчета смещений в определенных точках на поверхности тела при заданных параметрах блочной структуры, включающих в себя параметры полости и источника. Второй этап представляет собой решение обратной задачи определения параметров неоднородности по рассчитанным на первом этапе смещениям на поверхности. Задача определения параметров неоднородности сводится к минимизации функционала невязки между эталонным и пробным полем смещений. На этапе минимизации функционала применяются методы локальной и глобальной оптимизации, генетические алгоритмы глобального случайного поиска.

При моделировании блочной структуры с полостью функция невязки является функцией нескольких переменных, что на этапе минимизации приводит к необходимости расчета большого числа решений прямой задачи. Для ускорения вычисления многомерных интегралов Фурье, через которые представляется решение в методе блочного элемента, разработано несколько экономичных методов расчета. Для прямоугольной полости была достигнута относительная погрешность определения параметров полости в четыре-пять раз меньше, чем искусственно вносимая погрешность вычислений, для эллипсоидальной полости погрешности были выше на порядок.

Аналогичные алгоритмы решения прямых и обратных задач были разработаны для блоков, обладающих произвольной упругой анизотропией.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ и администрации Краснодарского края 12-08-00880-а, 13-01-96511-р-юг-а.

Предварительные напряжения и ростовые деформации

Ватульян А. О.*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*
vatulyan@math.rsu.ru

Биомеханика роста — одно из важнейших направлений современной биомеханики, в котором на основе данных наблюдений формируются математические модели, описывающие рост различных живых тканей, решаются конкретные задачи по оценке ростовых деформаций. Отметим сборник (Современные проблемы биомеханики, Вып. 10, Механика роста и морфогенеза, Изд-во МГУ, 2000, 412 с.), в котором представлены как обзорные статьи по современным моделям роста, так и перспективные направления моделирования ростовых деформаций.

Современные модели роста различных тканей можно условно разделить на два больших класса, характеризующих объемный и поверхностный рост. При моделировании в рамках этих моделей для оценки и прогнозирования ростовых деформаций необходимо знать ростовые коэффициенты, которые характеризуются тензорами второго или четвертого ранга. При этом в подавляющем большинстве моделей полагается, что ростовые коэффициенты есть постоянные величины. Отметим, что из наблюдений за различными тканями известно, что имеется тесная связь ростовых деформаций с напряженным состоянием, формирующимся в ткани в результате внешних воздействий — предварительными напряжениями. Наиболее простыми соотношениями в моделях объемного роста являются линейные дифференциальные операторные соотношения, аналогичные определяющим соотношениям вязкоупругости в дифференциальной форме.

Вместе с тем отметим и важность изучения моделей, в которых ростовые деформации происходят неравномерно как в пространстве, так и во времени. В ряде биологических тканей наиболее интенсивный рост происходит в некоторых внутренних областях, называемых зонами роста. Таковыми, например, в стеблях растений являются зоны расположения клеток камбия — узких длинных клеток образовательной ткани с тонкими оболочками, которые весной и летом активно делятся и происходит рост стебля в толщину. Этот локализованный внутренний рост создает некоторое напряженное состояние, которое и является регулятором дальнейшего процесса роста.

В работе представлены новые определяющие соотношения, характеризующие ростовые деформации, в которых существенна зависимость от напряженного состояния и температуры. Обсуждены некоторые вопросы идентификации таких моделей и обратные задачи, возникающие на этапе параметрической идентификации, обсуждена роль предварительных напряжений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (код проекта № 13-01-00196).

Об определении характеристик неоднородного предварительно напряженного пороупругого слоя

Ватульян А. О.¹, Ляпин А. А.², Нестеров С. А.¹

¹*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

²*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*

им. Воровича И. И. ЮФУ

1079@list.ru

В настоящее время исследования в области пороупругих сред, в особенности биологических тканей, привлекают все большее внимание ученых. Известно, большинство биологических тканей являются неоднородными по своему строению и могут находиться в преднапряженном состоянии. Поэтому учет неоднородности и предварительных напряжений важен для адекватного описания поведения биологических тканей. В этой связи для идентификации характеристик биологических тканей необходимо решать коэффициентные обратные задачи (КОЗ) для неоднородных предварительно напряженных пороупругих тел, которые мало исследованы. В работе предложен подход по восстановлению одномерных законов изменения характеристик неоднородного предварительно напряженного трансверсально-изотропного пороупругого слоя. Неустановившиеся толщинные колебания пороупругого слоя возбуждаются двумя способами: 1) при воздействии на верхнюю поверхность слоя силой; 2) приложением к верхней поверхности потока. Прямая задача о колебаниях неоднородного пороупругого слоя после обезразмеривания и применения преобразования Лапласа сводилась к системе интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода в трансформантах; обращение полученных решений осуществлено на основе теории вычетов. Для решения обратной задачи на основе обобщенного соотношения взаимности для пороупругих тел получены операторные соотношения, устанавливающие взаимосвязь между искомыми и измеряемыми характеристиками. Пороупругие характеристики восстанавливались в два этапа. На первом этапе определялось начальное приближение в классе положительных ограниченных линейных функций методом минимизации функционала невязки. На втором этапе определялись поправки реконструируемых функций путем решения интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода. После нахождения поправок строилось новое приближение, и осуществлялся итерационный процесс уточнения восстанавливаемых характеристик. Критерий выхода из итерационного процесса — достижение некоторого порогового значения функционала невязки. Исследовалось влияние шумов, характера нагружения, монотонности функций на результат реконструкции. Выяснены значения начальных напряжений, которые оказывают значительное влияние на граничные физические поля пороупругого слоя и на результаты реконструкции его характеристик. Вычислительные эксперименты показали, что предложенный подход к решению коэффициентных обратных задач пороупругости для преднапряженных тел эффективен для реконструкции гладких функций.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 13-01-00196-а и 14-01-31453 мол_a)

Влияние продольного натяжения на распространение гармонических волн в кровеносных сосудах

Вильде М. В.

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

mv_wilde@mail.ru

Изучение процесса распространения упругих волн в кровеносных сосудах представляет интерес как с точки зрения понимания работы кровеносной системы, так и с точки зрения диагностики сердечно-сосудистых заболеваний. В отличие от обычных задач динамики оболочек, задачи для кровеносных сосудов обладают определенной спецификой, требующей развития асимптотических методов теории оболочек в применении к кровеносным сосудам.

Данная работа посвящена асимптотическому исследованию распространения осесимметричных волн в кровеносных сосудах постоянного сечения. Движение стенки сосуда описывается уравнениями безмоментной теории оболочек с учетом предварительного натяжения. Вводя безразмерные переменные соотношениями

$$\tilde{x} = bx, \quad \tilde{r} = br, \quad \tilde{t} = bc_1^{-1}t, \quad \{\tilde{\xi}, \tilde{\eta}\} = b\{\xi, \eta\}, \quad \{\tilde{u}, \tilde{v}\} = b\{u, v\}, \quad \tilde{p} = E_x p,$$

запишем уравнения движения стенки в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= B_{22} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + B_{21} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \gamma \varepsilon^{-1} \left[\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]_{r=1}, \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} &= -B_{12} \frac{\partial \xi}{\partial x} - B_{11} \eta + S \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \varepsilon^{-1} \left[p - 2\gamma \frac{\partial v}{\partial r} \right]_{r=1}, \end{aligned}$$

где h — толщина стенки, b — радиус внутренней поверхности стенки, $\varepsilon = h/b$, $\gamma = \mu/bc_1\rho_1$, $\{\xi, \eta\}$ — вектор перемещения точек стенки, $\{u, v\}$ — вектор скорости жидкости, p — возмущение давления в жидкости, μ — коэффициент вязкости, c_1 — скорость продольной волны в стенке, ρ_1 — плотность материала стенки. Коэффициенты B_{ij} характеризуют упругие свойства стенки, S — обезразмеренная сила предварительного натяжения в продольном направлении. К записанным уравнениям следует добавить линеаризованные уравнения Навье–Стокса и граничные условия.

Рассматривая случай длинноволнового низкочастотного приближения по отношению к радиусу, мы получим два типа волн — волну давления и продольную волну. Предельной скоростью для волны давления является скорость волны Моэнса–Кортевега. Член, содержащий силу продольного натяжения S , в этом случае мал. Если же мы рассмотрим более общий случай длинноволнового низкочастотного приближения по отношению к толщине, то предельной скоростью для волны давления будет скорость мембранной волны $c_2 = \sqrt{\tilde{S}/h\rho_1}$. Данный результат может быть применен для экспериментального определения предварительного натяжения *in vivo*.

Моделирование фронтов химических реакций в деформируемых телах

Вильчевская Е. Н., Фрейдин А. Б.*Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН
vilchevska@gmail.com*

В механике деформируемого твердого тела большое внимание уделяется исследованию материалов, структура которых изменяется вследствие фазовых или/и химических превращений, протекающих в условиях механических воздействий. Несмотря на большое количество работ, посвященных задачам механохимии, следует признать, что ключевые моменты описания взаимосвязей химических реакций и напряженного состояния остаются скорее на эмпирическом, чем на теоретическом уровне. В ряду нерешенных ключевых вопросов остаются формулировка условий на движущихся фронтах химических превращений, зависимость кинетики химических превращений от скорости и интенсивности механического воздействия, влияние внутренних и внешних напряжений на кинетику реакции.

В настоящей работе рассматривается система деформируемое тело произвольной реологии — газ, в которой происходит химическая реакция, локализованная на фронте реакции — границе раздела исходного и нового деформируемых материалов, и поддерживаемая диффузией реагирующей газообразной компоненты. Определяется тензор деформаций химических превращений, связывающий отсчетные конфигурации твердых компонент реакции. Затем после записи балансов массы, импульса и энергии выводится выражение производства энтропии на фронте реакции. В результате получается выражение тензора химического сродства. Вклад деформируемых компонент реакции в тензор химического сродства в квазистатическом приближении определяется тензорами химических потенциалов (тензорами напряжений Эшелби, деленными на плотности твердых компонент), определяемых относительно отсчетных конфигураций исходного и нового материалов, умноженными на параметры химической реакции (молярные массы и стехиометрические коэффициенты), — аналогично скалярному варианту сродства в классической теории химических реакций. Скорость фронта реакции определяется нормальной компонентой тензора химического сродства. При этом скорость фронта определяется как чисто химическими факторами, так и напряжениями на фронте химических реакций, а напряжения в свою очередь зависят от формы и положения фронта. Обсуждается запирающий эффект — блокирование реакции напряжениями на фронте и исследуется кинетика фронта химической реакции в упругих телах в зависимости от параметров модели, вида граничных условий и внешней нагрузки.

О выпучивании нелинейно-упругого цилиндра в обойме

Волокитин Г. И.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
ivolokitin@bk.ru

Выбрав в качестве материальных координат цилиндрические (r, φ, z) , задающие положение точки недеформированного цилиндра, для координат деформированного цилиндра примем соотношения $R = ar$, $\Phi = \varphi$, $Z = \alpha z$, где a, α — постоянные. Такое начально-деформированное состояние возникает, если цилиндр зажат в смазанной цилиндрической шайбе, а торцы свободны от нагрузки. Отсюда, воспользовавшись выражениями меры деформации Фингера и ее главных инвариантов, представлением тензора напряжений в форме Фингера для материала Мурнагана, можно показать, что уравнения равновесия в объеме для начальной задачи удовлетворяются тождественно. Из условия отсутствия осевой силы на торцах получено соотношение, связывающее параметры a и α . Для исследования устойчивости применим уравнения нейтрального равновесия А. И. Лурье $\nabla \cdot \Theta = 0$, в которых оператор Θ конкретизирован выражением, учитывающим закон Мурнагана. При рассмотрении условий смежного равновесия вектор добавочного перемещения выбран в виде: $\mathbf{w} = u(r, z)\mathbf{e}_r + w(r, z)\mathbf{i}_3$. Условия нейтрального равновесия определяются системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{\alpha}{a}(u''_{rr} + \frac{1}{r}u'_r - \frac{u}{r^2}) + \frac{G_1}{A_2}u''_{zz} + \frac{G_2}{A_2}w''_{rz} = 0, \\ \frac{a}{\alpha}C_3w''_{zz} + (H_1 + A_3)(u'_r + \frac{u}{r})'_z + H_2((w'_r + \frac{w}{r})'_r + \frac{w}{r^2}) = 0 \end{cases}$$

и краевыми условиями: при $r = r_*$, $u = 0$, $(H_1u'_z + H_2w'_r) = 0$; при $z = 0, h$ $C_2(u'_r + \frac{u}{r}) + C_3w'_z = 0$, а также при $z = 0, h$ $G_1u'_z + G_2w'_r = 0$. Здесь A_1, \dots, H_2 — коэффициенты в представлении тензора Лурье Θ . Все эти коэффициенты являются константами, выражаемыми через модули упругости и параметры начальной деформации a, α . Радиус основания и высота недеформированного цилиндра обозначены r_*, h . Решение разыскиваем в виде: $u = X_n(z)I_1(k_n r)$, $w = Z_n(z)I_0(k_n r)$, где I_1, I_0 — функции Бесселя первого рода первого и нулевого порядка. Величины $k_n r_*$ — нули функции $I_1(x)$. В результате переменные разделяются и задача о бифуркации равновесия приводится к однородной краевой задаче для системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Бифуркационные значения параметра a определяются собственными значениями краевой задачи. Задача на собственные значения — нелинейная, собственные значения находились численно. Исследовано влияние упругих модулей Мурнагана и числа волнообразования k_n на величину критической деформации.

Моделирование импульсного взаимодействия плазменной струи с вольфрамовой преградой

Воронин А. В.¹, Семенов Б. Н.², Судьенков Ю. В.²

¹*Санкт-Петербург, Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе*

²*Санкт-Петербургский государственный университет*

Semenov@bs1892.spb.edu

В настоящее время активизировались исследования процессов взаимодействия плазмы с защитными материалами в связи со строительством демонстрационной термоядерной установки на основе токамака ИТЭР. Эксперименты и расчеты показывают, что динамические тепловые нагрузки на первую стенку токамака-реактора при проявлении периферийных неустойчивостей могут составить 3–30 ГВт/м² в течение 0.1–1 мс. В качестве одного из перспективных материалов стенки рассматривается вольфрам. Однако, для разработки и создания первой стенки реактора опытных данных о макроскопической деградации материалов явно недостаточно.

Целью данной работы являлось построение математической модели, дающей описание и объяснение эффектов, наблюдаемых при экспериментальных исследованиях.

В работе представлены результаты исследований разрушения в окрестности поверхности вольфрамовой преграды в результате воздействия на нее импульсной плазменной струи.

Результаты проведенных экспериментальных исследований показывают, что деградация вольфрамовых преград при воздействии плазменной струи с плотностью потока энергии 0,25–1 МДж/м² сопровождается не только испарением и оплавлением поверхности, но разрушением приповерхностных слоев на масштабах порядка 150–250 мкм. При этом процесс деградации вольфрама при воздействии плазменной струи происходит практически непрерывно с момента воздействия (испарение, плавление) до времен более, чем на три порядка превышающих длительность воздействия и это обусловлено термомеханическими процессами, протекающими в мишени.

Для анализа термомеханических процессов, протекающих в твердотельных образцах в результате воздействия высокоскоростной плазменной струи, в рамках теории динамической термопластичности построена модель деформирования вольфрамовой преграды при импульсном воздействии плазменной струи и приведены результаты численного моделирования методом конечных элементов рассматриваемых термомеханических процессов. Проведен анализ влияния длительности теплового импульса при сохранении фронта его нарастания на поля остаточных напряжений и деформаций после остывания. Исследована зависимость изменения напряженно-деформированного состояния в преграде от времени, а также влияние формы теплового импульса на распределение и уровень остаточных напряжений. Проведена оценка зон возможного разрушения вольфрамовой преграды.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 12-01-00815.

Использование системы Comsol Multiphysics[©] в задачах биомеханики глаза

Воронкова Е. Б., Бауэр С. М.

Санкт-Петербургский государственный университет

e.voronkova@spbu.ru

В работе обсуждается моделирование в программном пакете COMSOL Multiphysics[©] на примере задачи об изменении внутриглазного давления (ВГД) при введении в глаз дополнительного объема жидкости. Кратковременное увеличение ВГД является следствием введения небольшой (до 0,2 мл) дозы лечебного препарата в стекловидное тело, однако чрезмерное повышение ВГД может привести к нарушению кровообращения и неблагоприятно отразиться на зрительных функциях.

COMSOL Multiphysics — это программная среда, обеспечивающая все этапы моделирования (определение геометрических параметров, описание физики процессов, визуализация), позволяющая моделировать любые физические процессы, которые могут быть представлены в виде системы дифференциальных уравнений в частных производных. COMSOL Multiphysics позволяет одновременно учитывать различные виды физических взаимодействий, добавлять в систему дополнительные уравнения и, благодаря этому, производить комплексный анализ модели. Пакет основан на методе конечных элементов. Сильной стороной программы является ее возможность задавать практически любые параметры задачи в виде функций.

Глазное яблоко моделируется как сопряженная оболочка, состоящая из двух эллипсоидальных сегментов, соответствующих роговице и склере. Для каждого сегмента рассмотрены различные варианты задания механических свойств: 1) линейно упругий трансверсально-изотропный однородный материал с модулем упругости в направлении толщины существенно меньшим модуля в тангенциальном направлении; 2) линейно упругий неоднородный материал; 3) нелинейно упругий материал. Отдельно рассмотрена модель, учитывающая многослойное строение тканей глаза. Внутриглазная жидкость явно в модель не входит, но в задачу вводится дополнительное уравнение для связи объема внутренних камер глаза с давлением внутриглазной жидкости. Внутренний объем вычисляется с помощью формулы Гаусса–Остроградского, преобразующий объемный интеграл в интеграл по замкнутой поверхности.

Показано, что наибольший вклад в зависимость «объем–давление» вносят свойства тканей склеральной оболочки глаза и начальная форма оболочек глаза. Так, относительное изменение объема эллипсоидальных оболочек, имеющих первоначально одинаковый объем, но разные отношения полуосей, принимает максимальное значение для сферической оболочки.

Исследования проведены с использованием оборудования ресурсного центра СПбГУ «Обсерватория экологической безопасности».

Анализ эффектов рассеяния нормальных волн сдвига на внутреннем туннельном цилиндрическом упругом включении в свободном слое

Вуколов Д. С., Сторожев В. И.

Донецкий национальный университет

addamz@mail.ru

Теоретический анализ проблемы исследования эффектов рассеяния нормальных упругих волн на внутренних туннельных неоднородностях в виде цилиндрических полостей и упругих включений в упругом слое помимо ряда открытых фундаментальных аспектов, связанных с описанием специфики полей рассеянных и преломленных волн, ориентирован на ряд актуальных приложений в сейсмоакустической диагностике, акустоэлектронике и механике конструкций. В этом контексте задачей настоящей работы является распространение теоретического численно-аналитического метода многократных отражений на двумерную задачу о дифракционном рассеянии симметричных нормальных волн продольного сдвига на центрально расположенном внутреннем туннельном цилиндрическом включении в упругом слое со свободными от напряжений плоскими гранями и последующий анализ ряда ведущих закономерностей рассматриваемого волнового процесса.

Волновое поле вне вмещающей включение полости зоне слоя представлено обеспечивающей удовлетворение краевым условиям на граничных плоскостях специальной суперпозицией полей расходящихся волн с представлениями в рядах по цилиндрическим функциям во вспомогательных координатных системах по счетным множествам полюсов вне слоя, зеркально расположенных относительно его плоских граней.

С использованием теорем сложения цилиндрических функций краевые условия идеального механического контакта слоя и включения трансформированы в систему функциональных уравнений относительно коэффициентов в представлениях волновых полей во включении и в области слоя вне включения, и осуществлена их алгебраизация с применением метода ортогональных рядов.

Представлены результаты широкого круга численных экспериментов на основе построенного решения. Выполнены расчеты характеристик полей рассеянных и преломленных волн в ближней зоне взаимодействия и дальнем поле при варьировании параметров жесткости и волновых сопротивлений для материалов слоя и включения, параметров относительной длины и номера моды падающих нормальных волн, а также относительного диаметра включения. Описаны эффекты, связанные с ролью включения как концентратора либо как рассеивателя энергии падающей нормальной волны при определенных сочетаниях механических параметров слоя и включения, а также значениях параметра относительной длины волны. Охарактеризованы закономерности частотных зависимостей для контурных распределений приведенных амплитуд волновых перемещений на границе контакта включения и слоя. Даны оценки размеров областей слоя за рассеивающим включением, в которых наблюдаются обусловленные дифракцией существенные трансформации в структуре волнового поля.

Моделирование перистальтического течения желчи как жидкости Каро в элементах билиарной системы

Гаврилов В. А.¹, Кучумов А. Г.², Няшин Ю. И.², Самарцев В. А.¹

¹Пермская государственная медицинская академия

²Пермский национальный исследовательский политехнический университет

kuchumov@inbox.ru

Билиарная (желчевыделительная) система предназначена для выведения в двенадцатиперстную кишку секрета печени — желчи, содержащей множество продуктов метаболизма для переваривания жиров. Билиарная система включает в себя желчный пузырь, желчный тракт (пузырный проток, печеночные протоки и общий желчный проток [холедох]), а также систему сфинктеров (в частности сфинктер Одди).

Известно, что физиологическое движение многих био-жидкостей (кровь, моча, желчь) связано с волнообразным сокращением стенок полых органов — перистальтикой (сосудов, мочеточников, пищевода, желчных протоков).

Перистальтика привлекает большое внимание исследователей из-за важных медицинских применений, таких как движение химуса в кишечнике, перемещение яйцеклетки в маточной трубе, транспорт желчи в желчных протоках, циркуляция крови в мелких кровеносных сосудах. Первые теоретические и экспериментальные исследования по перистальтике были проведены Летхэмом в 1966 году. В дальнейшем появилось множество работ по перистальтике химических растворов, суспензии, а также био-жидкостей.

В работе [A. G. Kuchumov et al, Korea-Australia Rheology Journal, 2014] было показано, что патологическая желчь — неньютоновская тиксотропная жидкость и были найдены параметры моделей Каро для последующего моделирования течений в билиарной системе. В данной работе представлены результаты моделирования перистальтического течения патологической желчи как жидкости Каро в элементах билиарной системы (пузырный проток, холедох, ампула сфинктера Одди с камнем) как трубках с различной геометрией с учётом проницаемости стенок для исследования условий возникновения рефлюксов (т. е. патологических забросов биожидкости в направлении противоположном физиологическому току). Найдены аналитические решения для функции тока, продольной скорости и расхода при малых числах Вейсенберга в зависимости от перепада давления с использованием метода возмущений. Показано, что профиль скорости течения в канале имеет параболическую форму, и значение продольной скорости увеличивается с ростом перепада давления вдоль трубки.

Указано влияние коэффициента проницаемости стенки на результаты расчётов. Также представлены зависимости градиента давления от расхода, времени и безразмерной амплитуды для синусоидальной волны. Найдены значения градиентов давлений, соответствующие условиям возникновения рефлюксов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 14-01-31027-мол_а.

Определение нарушения адгезии в армированном композите на основе идентификации межфазного слоя

Галаджева М. Р., Гультаев В. В., Зиборов Е. Н.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

В работе рассматриваются армированные композиционные материалы, в которых между матрицей и армирующими нитями предполагается наличие межфазного слоя. В первой части работы на основе аналитических решений для трехслойного цилиндра, который является представительным объемом однонаправлено армированного композита, решается обратная задача об идентификации механических свойств и геометрии межфазного слоя при моделировании его линейным упругим материалом. Далее рассмотрены конечноэлементные модели призматического представительного объема и объема, состоящего из пакета призматических элементов. Рассмотрение такой геометрии представительного объема связано с тем, что на практике изготовить элемент цилиндрической формы не представляется возможным. Серия расчетов для различных соотношений модулей упругости материалов, составляющих представительный объем показала, что с измерения, проведенные на таком образце с достаточной степенью точности (погрешность составляет не более 1%) могут быть использованы в методе решения обратной задачи идентификации механических свойств межфазного слоя на основе аналитического решения для цилиндрического элемента. Во второй части работы эти результаты используются для решения задачи идентификации расслоения между армирующей нитью и матрицей. Модель нарушения адгезии строится в предположении появления слоя между нитью и матрицей, модуль упругости которого меньше модуля упругости матрицы. Построены конечноэлементные модели армированного композита с наличием различной степени расслоения между нитью и матрицей. На основе серии численных расчетов установлено соотношение, связывающее степень повреждения и величиной модуля упругости межфазного слоя. Таким образом, процедура идентификации нарушения адгезии состоит из нескольких этапов. На первом этапе решается задача установления взаимосвязи между площадью поверхности расслоения и упругими свойствами межфазного слоя. На втором этапе решается обратная задача определения модуля Юнга и коэффициента Пуассона межфазного слоя на основе метода первой части работы. Строится модель с определенной на первых двух этапах степенью расслоения и проверяется адекватность на имеющихся экспериментальных данных.

Предложенный метод апробирован на полимеркомпозитном материале, состоящем из стеклянных нитей и эпоксидной матрицы и используемом в вертолетостроении при изготовлении лонжеронов несущего винта.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Численное и экспериментальное моделирование закрученного течения в модели кровеносного сосуда

Гатаулин Я. А., Федорова Е. А.

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

ekf5va@gmail.com

Несмотря на то, что закрученное течение крови в крупных сосудах и сердце было обнаружено достаточно давно, оно до сих пор мало изучено. Доподлинно неизвестно, как оно формируется, как влияет на сосуд, как связано состояние сосудов и характер кровотока. Ультразвуковой доплеровский метод до сих пор является одним из самых доступных, самых дешевых и простых неинвазивных методов для диагностики сосудов.

Цель работы — применить ультразвуковой доплеровский метод для исследования закрученного пульсирующего течения в модели сосуда и сопоставить его результаты с результатами численного моделирования. Для исследования закрученного течения была создана экспериментальная установка, представляющая собой центробежный насос, к которому подсоединен замкнутый гидравлический контур. Насос работал в пульсирующем режиме с частотой 1 Гц. Для измерения расхода использовался электромагнитный расходомер. Для создания закрутки потока использовался специальный завихритель — скрученная лента, представляющая собой закрученную в виде спирали пластину, помещенную на входе в модель сосуда. Геометрия ленты: длина 2 см, диаметр 6 мм, угол между входной и выходной кромками 180, толщина 0,5 мм. После скрученной ленты располагается модель сосуда — прямая трубка длиной 12 см. Датчик сканера закреплялся с помощью державки и располагался под углом 60 и 90 градусов к оси модели сосуда для измерения осевой и окружной компонент скорости, соответственно.

Решение численной задачи производилось по схемам второго порядка аппроксимации уравнений движения несжимаемой вязкой жидкости с использованием конечно-объемного пакета ANSYS CFX. На входной границе задавалась кривая расхода, полученная из эксперимента. На выходной границе — постоянный уровень давления. Свойства жидкости также соответствовали реальным условиям: коэффициент динамической вязкости 0,001 Па·с, плотность 1000 кг/м³. Расчеты выполнялись на многоблочной расчетной сетке — неструктурированной в блоке со скрученной лентой и структурированной в блоке с моделью сосуда.

Эксперимент показал, а расчет подтвердил, что в закрученном пульсирующем течении жидкости на выходе из скрученной ленты наблюдаются две переплетающиеся между собой струи; при удалении от ленты эти две струи сливаются в одну. Профиль осевой скорости сразу за скрученной лентой имеет два максимума, которые при удалении от ленты соединяются в один. При закрученном пульсирующем течении наблюдается ярко выраженный винтовой профиль окружной скорости, который ослабевает по мере удаления от ленты. Интенсивность закрутки зависит от расхода: чем больше расход, тем интенсивнее закрутка. При сильной закрутке профили осевой и окружной скорости имеют несимметричный вид. С уменьшением расхода и с удалением от скрученной ленты закрутка затухает, и профили становятся симметричными. Наибольшая точность измерений осевой и окружной скорости — в фазу максимального расхода, когда скорости течения достаточно большие, и составляет порядка 10–15%.

Анализ дисперсии локализованных волн деформаций
в поперечно-анизотропном слое между поперечно-анизотропными
полупространствами

Глухов И. А., Сторожев В. И.

Донецкий национальный университет

glukhov91@yandex.ru

Проблема описания спектров и свойств локализованных волн деформаций в структуре «упругий слой, заключенный между упругими полупространствами» исследована на сегодняшний день достаточно фрагментарно и по существу, в рамках моделей, не учитывающих различные варианты анизотропии физико-механических свойств компонентов рассматриваемых волноводов. При этом степень изученности свойственных данным процессам закономерностей является одним из факторов дальнейшего совершенствования ряда геоакустических технологий.

В настоящей работе представленная проблема явилась предметом теоретического качественного и количественного анализа для случая распространения локализованных продольно-сдвиговых упругих волн вдоль трансверсально-изотропного слоя, заключенного между двумя идеально контактирующими с ним однотипными трансверсально-изотропными полупространствами с отличающимися от слоя физико-механическими свойствами. Рассмотрены варианты численно-аналитического исследования дисперсионных спектров, а также кинематических и энергетических свойств локализованных волн с симметричными и антисимметричными по толщине слоя колебательными перемещениями.

Для задач о спектрах локализованных упругих волн в описанной постановке в аналитической форме получены трансцендентные дисперсионные соотношения, имеющие вид равенств нулю функциональных определителей четвертого порядка. Проведено качественное исследование распределений корней характеристических полиномов для систем дифференциальных уравнений относительно комплексных амплитудных функций волновых перемещений в слое и полупространствах, и априори выделены области изменения параметров частоты и волнового числа, в которых возможно существование ветвей спектра исследуемых локализованных бегущих волн при различных сочетаниях физико-механических свойств слоя и окружающих полупространств. Описаны также области изменения частоты и волнового числа, в которых анализируемые формальные представления описывают «волны с вытеканием энергии в процессе распространения». Построена также предельная асимптотическая форма дисперсионных соотношений для симметричных и антисимметричных локализованных волн в высокочастотном коротковолновом диапазоне

Осуществлены расчеты ветвей спектра локализованных волн симметричного и антисимметричного типов в рассматриваемых структурах нескольких типов с компонентами, обладающими свойствами поперечно-анизотропных геоматериалов. Сделан ряд обобщающих выводов относительно механизмов трансформации спектров бегущих локализованных волн при монотонном варьировании физико-механических параметров слоя и вмещающих полупространств. Проведен анализ применимости полученных результатов в технологиях геоакустического зондирования пластов полезных ископаемых.

Атомистическая модель аполипопротеина В-100 и закономерности его взаимодействия с липидами

Глухова О. Е., Гришина О. А.

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

lelik19s@rambler.ru

Нарушение метаболизма липопротеинов является фактором риска развития и прогрессирования атеросклеротического поражения сердечно-сосудистой системы. Функции и поведение липопротеинов зависят от структурных особенностей его компонент. Особый интерес вызывает точная структура белковой составляющей липопротеина низкой плотности – аполипопротеин В-100 (апоВ-100), которая составляет 21% от общей массы липопротеина. Эта макромолекула стабилизирует структуру частицы за счет своих гидрофобных сегментов, взаимодействующих с липидами. Как рецептор, этот белок играет решающую роль в процессе контакта с гликокаликсом. Можно предположить, что он также определяет и начало диффузии сквозь щелевое пространство эндотелия. Таким образом, для исследования диффузии липопротеина низкой плотности в интиму артерий на атомно-молекулярном уровне необходимо точное воспроизведение атомной структуры и конформации макромолекулы. Однако, если атомная структура молекул холестерина и фосфолипидов известна, то атомистической модели апоВ-100 до сих пор не существует.

В данной работе проведено построение атомистической модели человеческого аполипопротеина В-100, представляющего собой последовательность 4536 аминокислот. Модель построена с помощью пакета HARLEM с применением метода AMBER. Оптимизация структуры апоВ-100 осуществлялась в водной среде при температуре 310°К. Минимизация полученной энергии, соответствующей равновесной конфигурации, была проведена методом наискорейшего спуска и сопряженных градиентов в водной среде. Вторичная структура апоВ-100 характеризуется α -спиралями, β -листами и произвольными линейными участками. Геометрические параметры регулярных структур полностью согласуются с экспериментальными данными. Третичная структура белка апоВ-100 образует компактную глобулу за счет ковалентных и нековалентных сил.

Проведен численный эксперимент по взаимодействию белка апоВ-100 с различными липидами, в частности, с молекулами холестерина и слоем фосфатидилхолина. Полученные результаты показали влияние структуры молекул на формирование белково-липидного комплекса. Обнаружено, что молекулы холестерина стремятся в центр глобулы белка, образуя при этом сгущение пептидной цепи вокруг себя. Молекулы фосфатидилхолина изменяют форму глобулы апоВ-100, образуя в ее структуре углубления, и распределяются по внешней поверхности белка.

Построенная атомная модель апоВ-100 может стать основой для разработки крупнозернистой модели апоВ-100 с последующим созданием реалистичной модели липопротеина низкой плотности.

К расчету волнового поля акустического микроскопа

Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Мякишева О. А.

Краснодар, Кубанский государственный университет

546381992@mail.ru

Акустический микроскоп — это прибор для изучения микроструктуры и неразрушающего контроля оптически непрозрачных объектов: биологических тканей, полимерных и композитных материалов, покрытий и слоистых структур. Для получения изображения внутреннего строения объекта, акустическая линза микроскопа посылает сфокусированные ультразвуковые импульсы и принимает сигналы, отраженные с определенной глубины образца, сканируя его линия за линией.

При расчете оптимальных параметров акустического микроскопа возникает задача моделирования высокочастотного ультразвукового поля, возбуждаемого в жидкости с погруженным в нее исследуемым образцом. В качестве первого шага к разработке компьютерной модели процесса акустического зондирования слоистых анизотропных композитных пластин рассматривается задача о взаимодействии сферического поля точечного источника, расположенного в верхнем полупространстве, с акустически более жестким (упругим) слоем, погруженным в безграничную гидроакустическую среду.

Интегральное представление решения данной задачи строится в виде комбинации решений для двух полупространств, выраженных через их функции Грина. С этой целью исходное пространство разбивается вдоль поверхности слоя на два полупространства: акустическое, содержащее источник, и двухслойное (акустически более жесткий слой на акустическом полупространстве). На их общей границе вводится нагрузка $q(x, y, z)$. Таким образом, задача расщепляется на две подзадачи. Решение каждой из них, выраженное через свертку функции Грина с функцией q , строится с помощью преобразования Фурье по горизонтальным координатам x и y . Далее q исключается из окончательного интегрального представления, используя условие равенства смещений на границе раздела полупространств. Кратные интегралы обратного преобразования Фурье сводятся к однократным путем перехода к цилиндрическим координатам и замене внутреннего интеграла от экспоненты по угловой координате на функцию Бесселя нулевого порядка.

На основе полученного интегрального представления разработана программа расчета характеристик как отраженных и прошедших волн, так и волнового поля внутри рассматриваемого образца. Предполагается его дальнейшее использование в качестве базисного для аппроксимации поля акустической линзы с помощью суперпозиции таких решений. Проведены тестовые расчеты, демонстрирующие наличие оптимальных частотных диапазонов и их зависимость от упругих свойств образца.

Логическое моделирование гибридных технических систем

Глушкова В. Н.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
lar@aanet.ru

Основной целью логического моделирования технических систем является выделение таких формальных средств, которые позволяют инженеру-разработчику новых систем на этапе проектирования апробировать технические решения и верифицировать систему.

Принцип иерархического моделирования динамического поведения объектов является основополагающим для различных концепций проектирования. В предлагаемом подходе совокупность всех действий (Act) системы иерархизируется правилами КС-грамматики вида $Act \rightarrow Act_1 \mid \dots \mid Act_n$. Для действия Act_i правила имеют вид $Act_i \rightarrow St_1 \mid \dots \mid St_{i_m}$. При выполнении действия Act_i система переходит от состояния St_{j-1} к состоянию St_j , $2 \leq j \leq i_m$. Правила для состояний St_i определяются спецификой действия.

Для спецификации поведения моделируемой системы используются $\Delta_0 T$ -формулы с ограниченными кванторами вида:

$$(\forall x_1 \dot{\in} t_1) \dots (\forall x_m \dot{\in} t_m) \Phi(\bar{\alpha}) \quad (1)$$

$m \geq 1$, $\bar{\alpha}$ — последовательность переменных $x_1, \dots, x_m, t_1, \dots, t_m$; $\dot{\in}$ обозначает отношение принадлежности элемента списку или его транзитивное замыкание. Представляя все переменные узлами с дугами от узла t_i к узлу x_i , получим дерево с корнем t_1 .

Для построения модели M в качестве формул Φ используются квазитождества: $\varphi(\bar{x}, \bar{t}) \rightarrow \psi(\bar{x}, \bar{t})$, где φ (ψ) конъюнкция атомных формул вида p , $\tau_1 = \tau_2$ (r , $f = \tau$) или их отрицаний; p, r, f — предикатные и функциональный символы, τ, τ_1, τ_2 — термы. Алгоритм построения модели реализует прямой логический вывод для заданной теории, исходя из начальных фактов, причем предикаты, функции и аксиомы теории согласованы с нетерминальными символами и правилами грамматики. Это позволяет при интерпретации теории построить дерево исполнения действий. В спецификации явно используются переменные сорта «время» в предикатах и функциях, зависящих от времени. Это упрощает построение гибридной модели, в которой динамическое поведение может описываться системой дифференциальных уравнений.

Произвольные формулы вида (1) описывают ограничения, накладываемые на поведение объектов модели. Они проверяются на построенной модели, их нарушение является следствием некорректного представления проектировщика о моделируемой системе.

Частные решения задачи протекания идеальной несжимаемой жидкости в прямоугольном канале

Говорухин В. Н., Жданов И. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

bugfixer@bk.ru

В ряде работ недавнего времени были обнаружены нетривиальные стационарные течения идеальной жидкости с застойными зонами в прямоугольном канале и нетипичное для невязкой несжимаемой жидкости возникновение автоколебаний и другие диссипативные эффекты. Рассматриваемая задача может служить идеализированной моделью некоторых биологических жидкостей. В докладе будет продолжено исследование стационарных режимов и особое внимание будет уделено исследованию бифуркационных механизмов перечисленных явлений.

Рассматривается стационарное уравнение Эйлера, сформулированное в терминах функции тока и завихренности

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \Delta \psi = -\omega \quad (1)$$

Здесь, $\psi = \psi(x, y)$ — функция тока, $\omega = \omega(x, y)$ — завихренность. На границах прямоугольного канала со сторонами a и b задаются условия:

$$\psi(x, 0) = \psi(x, b) = const, \quad \psi(0, y) = g_1(y), \quad \psi(a, y) = g_2(y) \quad (2)$$

Дополнительно задаются условия сохранения объема жидкости:

$$\int_0^a g_1(y) dy = \int_0^a g_2(y) dy \quad (3)$$

Решения задачи (1)-(3) разыскивались методом Бубнова–Галеркина в виде:

$$\psi(x, y) = \frac{1}{a} \gamma(x, y) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} C_{i,j} \Phi_{i,j}(x, y), \quad (4)$$

где $\gamma(x, y) = xg_2(y) + (a-x)g_1(y)$, $C_{i,j} \in \mathbb{R}$ — неизвестные коэффициенты, а $\Phi_{i,j}(x, y) = \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b}$ — базисные функции.

Пусть имеет место линейная зависимость $\omega = K\psi$. Тогда, проведя процедуры проектирования, получим явные выражения для коэффициентов: $C_{k,l} = = 4 \int_0^b \int_0^a G(x, y) \Phi_{k,l}(x, y) dx dy / (a\mu_{k,l}\sqrt{ab})$, где $G(x, y) = x \left(\frac{d^2 g_2(y)}{dy^2} + K g_2(y) \right) + (a-x) \left(\frac{d^2 g_1(y)}{dy^2} + K g_1(y) \right)$ и $\mu_{k,l} = K - \frac{k^2 \pi^2}{a^2} - \frac{l^2 \pi^2}{b^2}$. Представлен анализ возможных стационарных режимов при различных $g_1(y)$ и $g_2(y)$.

Построены численные решения задачи (1)–(3) с различными зависимостями $\omega(\psi)$, проведен численный анализ условий устойчивости стационарных режимов, представлены сценарии возникновения автоколебаний.

Работа поддержана РФФИ, код проекта 14-01-00470.

Динамика и бифуркации в модели
активный хищник – пассивная жертва

Говорухин В. Н., Загребнева А. Д.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
vgovorukhin@gmail.com

Численно исследованы бифуркации в системе уравнений в частных производных, являющейся вариантом модели хищник-жертва. Изучаются популяционные явления, порождаемые трофотаксисом — наличием направленных миграций особей, обусловленных неравномерным распределением пищевых ресурсов в пространстве. Объектом исследования является математическая модель при предположениях: наличие направленной скорости перемещения хищников; линейная зависимость ускорения хищников от градиента распределения жертв; случайные перемещения жертв; простые демографические процессы только у жертв (логистическая трофическая функция и линейная смертность). При таких допущениях в математической модели возможно нестационарное пространственно-временное поведение, которое можно трактовать как стаеобразование.

Анализ задачи требует использования численного исследования, так как аналитический аппарат здесь применим только в частных вопросах. Для получения достоверных численных результатов в работе используются два принципиально разных вида аппроксимаций уравнений в частных производных (метод прямых и метод Бубнова–Галеркина) различных размерностей. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что даже аппроксимации невысоких размерностей (десятки базисных функций или узлов сетки) описывают бифуркационные механизмы в нелинейных задачах типа реакция–диффузия–конвекция и достаточны для получения качественных численных результатов.

В данной работе исследуется случай одномерного ареала обитания популяции и возможные сценарии бифуркационных переходов. Оказалось, что даже в рассматриваемой упрощенной ситуации в популяции могут реализовываться сложные бифуркационные сценарии, которые приводят к разнообразной (периодической, квазипериодической и хаотической) пространственно-временной динамике. Наиболее сложным оказался сценарий: стационарный режим \rightarrow предельный цикл \rightarrow удвоение предельного цикла \rightarrow квазипериодический режим \rightarrow хаотический режим \rightarrow предельный цикл \rightarrow квазипериодический режим \rightarrow хаотический режим \rightarrow квазипериодический режим \rightarrow периодический режим. Найденные бифуркационные эффекты в наибольшей степени зависят от двух параметров системы — общей численности популяции хищников и их пространственной активности. То есть, можно предположить, что именно эти факторы определяют поведение популяций при сделанных предположениях. Обнаружено, что реализация режимов чувствительна к начальному распределению и в задаче при одинаковых параметрах могут сосуществовать несколько качественно различных аттракторов (например, периодический и хаотический режимы).

Работа частично поддержана РФФИ, код проекта 14-01-00470.

Частотно-временной анализ сигналов в задачах механотроники и электрохимии

Голуб М. В.¹, Федоров Ф. С.², Шпак А. Н.¹

¹Краснодар, Кубанский государственный университет

²Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина
alisashpak7@gmail.com

Методы частотно-временного анализа широко используются во многих прикладных задачах современной науки, позволяя определять частотный спектр сигнала в заданный промежуток времени. Рассматриваются две задачи, в которых для анализа сигналов применяется вейвлет-анализ, на основе проведения которого проводится численный и графический анализ результатов в зависимости от прикладной задачи. Во-первых, с помощью вейвлет-преобразования проводится анализ динамики идеально приклеенных и отслоившихся пьезоактуаторов с целью определения степени и характера отслоения актуаторов, а также изучения влияния отклеенных сенсоров на систему мониторинга. Для этого был проведен эксперимент, в ходе которого были записаны сигналы, генерируемые пьезоактуаторами с разной степенью повреждения. Вейвлет-анализ позволяет определить несущие частоты каждого сигнала и зависимости между степенью поврежденности сенсора и записанным сигналом. В качестве ядра вейвлет-преобразования для этой задачи выбран вейвлет Габора, так как его форма схожа с формой исходного сигнала. Во-вторых, вейвлет-анализ применяется к задаче электрохимического темплатного осаждения (метод создания нанонитей с высоким геометрическим соотношением) для определения изменений в используемых для осаждения электрических импульсах на различных стадиях роста квазиодномерных структур (нанонитей). Электрохимическое осаждение предполагает большое количество периодических импульсов, которые отличаются друг от друга в зависимости от стадии осаждения и продолжительности импульсов. Здесь вейвлет-преобразование используется для определения значения несущей частоты в разных частотных диапазонах и для обнаружения различий в чередовании электрических импульсов. Для анализа различий между импульсами также наиболее всего подходит вейвлет Габора, так как параметр вейвлета Габора влияет на сжатие и растяжение получаемого вейвлет-преобразования вдоль временной оси. Разработан обобщенный алгоритм частотно-временного анализа сигнала для нахождения различий. Он заключается в построении спектра неповторяющейся части сигнала с помощью преобразования Фурье, на основе которого проводится разбиение частотной области на диапазоны для последующего вейвлет-анализа. Для каждого полученного частотного диапазона применяется вейвлет-преобразование и рассчитывается значение максимума по частоте и по времени с использованием уникального для этого диапазона коэффициента Габора.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 12-01-33011).

Моделирование дифракции упругих волн на круговой интерфейсной трещине

Голуб М. В., Дорошенко О. В.

Краснодар, Кубанский государственный университет

oldorosh@mail.ru

Проблемы моделирования динамического поведения деформируемых тел с повреждениями продолжают оставаться актуальными последние десятилетия. Это связано и с внедрением новых композитных материалов в инженерные сооружения и с важностью совершенствования методов неразрушающего контроля, обусловленной ростом количества структур, для которых необходима инспекция. Дифракция упругих волн на различного рода неоднородностях, которые часто возникают на этапе создания материала или под влиянием окружающей среды, относятся к одной из таких актуальных задач. Так, по-прежнему остаются востребованными полуаналитические и асимптотические решения, с помощью которых можно рассчитывать дифракционные поля деформаций и напряжений вблизи неоднородностей, однако такая работа требует привлечения различных методов современного анализа и численных методов.

В настоящей работе описывается подход, позволяющий построить волновое поле, рассеянное на круглой интерфейсной трещине. В качестве падающего поля рассматриваются плоские волны, распространяющиеся под произвольным углом к интерфейсу. Для решения задачи выполняется переход к цилиндрическим координатам, где для волновых потенциалов используется представление в виде рядов Фурье. Затем искомые потенциалы при помощи интегрального преобразования Ханкеля уравнения движения в частных производных могут быть сведены к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Переписав операторы напряжений, можно построить матрицу Грина для полупространств в пространстве параметра преобразования Ханкеля (порядок преобразования соответствует номеру гармоники в разложении по угловой координате). Подстановка интегральных представлений в условия отсутствия напряжений на трещинах сводит краевую задачу к системе интегральных уравнений относительно компонент скачка смещений берегов трещины. Скачок перемещений на берегах круговой трещины определяется путем разложения по полиномам Лежандра с учетом корневых особенностей поведения решения вблизи краев трещины. Система интегральных уравнений распадается на независимые системы для каждой из гармоник, что позволяет применить схему Бубнова–Галеркина для каждого уравнения и позволяют строить асимптотические решения. Важность асимптотического решения такой задачи состоит в том, что на его основе можно получить оценки для реакции поврежденных трехмерных интерфейсов при прохождении упругих волн, применяя для описания интерфейсов пружинные граничные условия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 12-01-33011).

Компьютерный анализ прочности костного регенерата на различных этапах заживления косого перелома в модельной системе остеосинтеза аппаратом Илизарова при статических и периодических воздействиях

Голубев Г. Ш.¹, Каргин М. А.²

¹*Ростовский государственный медицинский университет*

²*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

misha_kargin@list.ru

Метод чрескостного компрессионно-дистракционного остеосинтеза достаточно широко применяется при лечении переломов и деформаций опорно-двигательной системы. Проведение спиц через сегменты кости и закрепление их концов в опорных элементах аппарата позволяет осуществлять управляемый остеосинтез: выполнение репозиции фрагментов, их фиксацию в заданном положении, создание и поддержание адекватной межфрагментарной компрессии или дистракции. Для анализа таких сложных биомеханических систем в последнее время с успехом используется компьютерное моделирование, основанное на методе конечных элементов (МКЭ).

Вариабельность компоновок аппарата Илизарова и неповторимость биомеханических особенностей повреждённых сегментов у разных индивидуумов требует поиска методов определения прочностных характеристик регенерата и расчёта неразрушающих нагрузок на него в клинических условиях.

В настоящей работе объектом исследования являлась биомеханическая модель, состоящая из имитатора кости и аппарата Илизарова, основная цель состояла в определении НДС костной ткани в месте перелома (плоскость перелома моделировалась под заданными углами к плоскости, проходящей через ось имитатора кости) на различных этапах консолидации и при варьировании внешних воздействий, связанных с нагрузкой на кость и компрессией или дистракцией между репонирующими кольцами.

При анализе рассматриваемой системы использовалась техника метода конечных элементов, в программном комплексе Ansys строились пространственные конечно-элементные модели и решались статические и динамические задачи теории упругости.

Построенная модель позволяет задавать ортотропные упругие свойства материалов имитатора кости, вводить неоднородные жесткостные свойства регенерирующей ткани вблизи места перелома, изменять базовые геометрические и механические характеристики модели и задавать различные внешние воздействия. В результате постпроцессорной обработки характеристик НДС, полученных из конечно-элементных решений задач при разнообразных входных данных, были определены допустимые величины внешних сжимающих нагрузок на костный регенерат и деформаций стержней аппарата Илизарова на основных этапах консолидации костной ткани, исходя из критериев допуска на максимальные характеристики напряжений в костной мозоли. Приведенные данные для начального этапа регенерации могут быть использованы при планировании, реализации и контроле силовых режимов работы при чрескостном остеосинтезе аппаратом Илизарова. Произведено сравнение результатов в случае решения статической задачи и динамической, с учетом введения предварительного напряженного состояния.

Выбор метода лечения диафизарных переломов длинных костей
на основе комплексного биомеханического моделирования
систем остеосинтеза

Голядкина А. А.¹, Левченко К. К.², Полиенко А. В.¹

¹Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

²Саратовский государственный медуниверситет им. В. И. Разумовского
aristambekovaav@mail.ru

Лечение диафизарных переломов длинных костей является одной из важнейших проблем травматологии и ортопедии. На данный момент для осуществления остеосинтеза используются внутрикостный блокируемый, наkostный и чрескостный стержневой модели. С этой целью проводился сравнительный анализ жесткости фиксации отломков длинной кости, выполненной различными моделями систем остеосинтеза, с учетом категории массы тела человека. Анализ проводился на основе компьютеризированных пациенто-ориентированных систем предоперационного планирования остеосинтеза. Их создание основано на предварительном моделировании напряженно-деформированного состояния (НДС) в системе «кость–фиксатор». Решение задач по моделированию НДС проводился методом конечного элемента, который реализуется различными программными пакетами («ЛИРА», «ANSYS» и др). Данные программные пакеты позволяют определить усилия, возникающие в зоне перелома, в участках контакта кости и фиксирующих элементов. В программном комплексе Ansys каждый элемент системы «кость–аппарат» соответствовал трехмерной модели, полученной на основе данных компьютерной томографии бедренной кости человека и конструкций для остеосинтеза. Поперечный перелом моделировался на уровне середины модели при условии, что образующиеся при нагрузках линейные перемещения костного отломка ограничиваются величиной 3 мм, углы поворота при этом не должны превышать 3°, чтобы не вызывать травматизации растущего костного регенерата, нарушения процесса его консолидации и сращения перелома. Конструкции различных моделей остеосинтеза предусматривают крепление фиксаторов в кортикальном слое кости.

Численный анализ системы «кость–фиксатор» показал, что все устройства остеосинтеза обеспечивают надёжную фиксацию костных отломков у пациентов всех категорий масс. Наибольшую жесткость фиксации обеспечивает наkostная пластина, при применении которой перемещения в зоне перелома не превышают 1,072 мм и угол поворота — не более 2,389°. Внутрикостный стержень с фиксирующими шурупами уступает надежности фиксации наkostной пластины, но, тем не менее, перемещения в зоне перелома при максимальной нагрузке достигают 48% от допустимого значения. При остеосинтезе стержневым аппаратом значения перемещения и угла поворота не превосходят допустимых показателей и составляют 2,916 мм и 2,654° соответственно.

Из проанализированных трех (наkostной, внутрикостной, стержневой чрескостной) систем фиксации фрагментов длинной кости при условии её перелома на уровне диафиза все конструкции обеспечивают необходимую жесткость. При этом конструкция для стержневого чрескостного остеосинтеза обеспечивает это условие при всех категориях массы тела человека (от 20 до 115 кг) и достигает максимальные значения напряжений при остеосинтезе, которое удовлетворяет требованиям допустимых значений деформаций костного регенерата.

Биомеханическая модель хирургического лечения желудочков сердца человека: шаг к пациенто-ориентированному предоперационному планированию

Голядкина А. А.¹, Менишова Л. Р.¹, Номеровская Е. А.¹,
Полиенко А. В.¹, Челнокова Н. О.²

¹*Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*

²*Саратовский государственный медицинский университет им. В. И. Разумовского*
aagramakova@mail.ru

Понимание биомеханики желудочков сердца при патологических состояниях стенки имеет важное значение в патофизиологии сердца и в кардиохирургии. В настоящее время наблюдается тенденция роста числа больных с осложненными формами ишемической болезни сердца и, в частности, с постинфарктными аневризмами левого желудочка. В данном исследовании произведено построение и численный анализ моделей желудочков сердца человека по данным компьютерной томографии.

Построение модели желудочков сердца проводилось в два этапа. На первом этапе, в программном пакете 3D Slicer, по данным компьютерной томографии, были визуализированы объемы, соответствующие крови и стенкам желудочков сердца. На втором этапе, для послойного воссоздания графической модели в геометрическую, данные из 3D Slicer были импортированы в систему автоматизированного проектирования SolidWorks. В результате были построены модели желудочков сердца человека и соответствующие им объемы крови.

Численный эксперимент реализован в расчетном комплексе ANSYS Multiphysics. Проведен анализ гемодинамики с учетом напряженно-деформированного состояния стенок в диастолическую и систолическую фазы сердечного цикла. Поскольку, при планировании хирургического лечения, практикующими врачами особое внимание уделяется оценке кровотока, нами был проведен анализ конечно-диастолического объема (КДО) и фракции выброса (ФВ) желудочков при различных патологических состояниях стенки. Выявлено, что вышеуказанные показатели находятся в тесной взаимосвязи. Более ярко она выражена при патологическом изменении переднебоковой стенки левого желудочка, при этом наблюдается увеличение КДО и прямо пропорциональное уменьшение ФВ желудочков. При наличии аневризмы межжелудочковой перегородки и верхушки левого желудочка подобной зависимости не обнаружено. Полученные результаты были верифицированы на основе сравнения с клиническими данными исследованного пациента, погрешность составила менее 7%. Данные погрешности обусловлены физиологическими особенностями живого организма и напрямую зависят от объема жизнеспособного миокарда, что, к сожалению, пока невозможно учесть в виртуальной модели. Конечно-элементные расчеты, произведенные с использованием биомеханических моделей, позволяют на стадии предоперационной диагностики пациента оценить гемодинамическую картину и сформулировать рекомендации для выбора рационального метода хирургического лечения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект №14-01-31383-мол_а).

Биомеханическое моделирование как основа создания
пациенто-ориентированной системы прогнозирования результатов
хирургического лечения аорты и ее ветвей

Голядкина А. А., Кириллова И. В., Коссович Л. Ю.

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

aagramakova@mail.ru

Сердечно-сосудистым хирургам приходится все чаще сталкиваться с заболеваниями аорты, среди которых ведущее место занимают аневризмы. Локализация аневризмы может быть различной: в брюшном, в грудном восходящем и нисходящем отделах или в области дуги. Осложнением данной патологии является отслойка интимы аорты, при которой страдает функция аортального клапана. В результате повышается диастолическое давление в левом желудочке, камеры сердца увеличиваются в объеме, нарушается систолическая функция левого желудочка. Основной причиной образования аневризм аорты является атеросклероз. При несвоевременном обращении в специализированную клинику, как правило, пациент погибает. Внедрение в практическую хирургию методов компьютерного моделирования, несомненно, позволит снизить послеоперационные риски осложнений.

На основе данных медицинского диагностического оборудования было реализовано построение моделей аорты для конкретного пациента при наличии патологии: стеноз нисходящей дуги аорты и как следствие аневризма восходящего отдела и плечеголового ствола и после хирургического лечения (шунтирование). В модели с патологией выявлено, что на протяжении всего сердечного цикла максимальные значения давления локализуются в устье аорты. В систолический пик наблюдается закрученный поток дистальнее стеноза. При затухании систолы образуется закрученный поток проксимальнее стеноза. Максимальные значения скорости кровотока (5,1 м/с) наблюдаются в зоне максимального сужения сосуда. Максимальный объемный кровоток направлен в плечеголовой ствол. При анализе напряженно-деформированного состояния выявлено, что максимальные значения эквивалентных напряжений (ЭН) достигаются в устье аневризмы. Это вполне закономерно, поскольку в данной зоне локализуются и максимальные значения давления. Последние факторы неизбежно приводят к росту объема аневризмы. Максимальные значения вектора перемещения стенки в систолическую фазу сосредоточены в плечеголовном стволе. В диастолическую фазу появляются вторичные зоны максимума в зоне клапанного аппарата. Анализ результатов для модели после проведения хирургического лечения показал, что распределение значений давления носит аналогичный характер, при этом числовые значения значительно ниже. При анализе линий тока крови было обнаружено значительное снижение максимальных значений скоростей и восстановление кровотока дистальнее стеноза за счет тока крови через шунт. Выявлено снижение максимальных значений вектора перемещения и ЭН в зоне клапанного аппарата и плечеголового ствола. Полученные результаты верифицированы на основе сопоставления с клинической картиной, разница составила менее 5%.

Конечно-элементное моделирование перистальтики толстого кишечника

Городков С. Ю.¹, Коссович Л. Ю.², Менишова Л. Р.²

¹*Саратовский государственный медуниверситет им. В. И. Разумовского*

²*Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*

liyana2008@rambler.ru

С каждым годом количество людей, страдающих болезнями желудочно-кишечного тракта (ЖКТ), возрастает. По статистике Министерства здравоохранения и социального развития Российской Федерации, около 60% от всех заболеваний ЖКТ составляют болезни толстого кишечника.

Численное моделирование толстого кишечника позволяет понять основные процессы, происходящие в заданной биологической системе. Основной целью данной работы явилось создание трехмерной конечно-элементной модели перистальтики толстого кишечника.

Для определения механических свойств тканей толстой кишки был проведен натурный эксперимент на растяжение, как в продольном, так и поперечном направлениях. Эксперименту подверглись циркулярный мышечный слой совместно с подслизистой оболочкой, мышечные ленты (тении) с сопутствующими тканями и без таковых. В результате эксперимента были получены зависимости напряжение-деформация, пределы прочности и модули Юнга. Результаты эксперимента указывают на то, что модуль Юнга для образцов тений, взятых с сопутствующими слоями тканей, больше, чем данный показатель у тканей толстой кишки независимо от направления прикладываемой нагрузки.

Построение трехмерной модели толстой кишки, с учетом ее анатомических особенностей, было проведено в программном комплексе SolidWorks. Численный анализ был реализован в расчетном комплексе ANSYS Workbench. Для моделирования перистальтической волны внешняя поверхность импортированной модели была поделена на несколько областей. К каждой из них было приложено давление 7000 Па (эта величина соответствует амплитуде наиболее частых сокращений толстой кишки за сутки). При проведении численного эксперимента материал стенки толстой кишки предполагался линейным, однородным, изотропным и идеально-упругим, с плотностью 1378 кг/м³. Модуль Юнга для тений и тканей толстой кишки составили $5 \cdot 10^6$ Па и $3.3 \cdot 10^6$ Па соответственно, величина коэффициента Пуассона равнялась 0.49. Химус был представлен как однородная несжимаемая ньютоновская жидкость с плотностью 970 кг/м³ и динамической вязкостью 0.01 Па·с. Для такой жидкости выполняется закон Ньютона. Ее движение описывалось системой уравнений Навье–Стокса, которая включает уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости.

В ходе численного эксперимента было получено внутрипросветное давление равное 4200 Па. Данный показатель соответствует внутрипросветному давлению в толстом кишечнике в норме. Результаты данной работы в дальнейшем будут применяться для пациенто-ориентированного конечно-элементного анализа перистальтики толстой кишки.

Идентификация параметров стратификации плотности в океане на основе поверхностных проявлений внутренних волн

Григоренко К. С.¹, Краснощеков А. А.², Соловьева А. А.¹,
Хартиев С. М.³

¹*Ростов-на-Дону, Институт аридных зон Южного научного центра РАН*

²*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

³*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

solovievarc@gmail.com

В работе рассматриваются подходы к решению обратной задачи стратификации плотности в океане. Дополнительными данными для задачи идентификации параметров структуры стратификации являются данные визуальных наблюдений снимков на поверхности океана, данные радиолокационных зондирования поверхности океана с помощью радиолокационных станций установленных на судне, данных космоснимков поверхности океана полученных с помощью искусственных спутников Земли. В случае наблюдений внутренних волн их фазовая скорость определяется по групповой скорости поверхностных волн с использованием шкалы Бофорта. Таким образом, реальные данные, которые могут быть получены в результате указанных измерений, математически представляют собой одну точку на дисперсионной кривой первой моды внутренних волн. Очевидно, что этих данных не достаточно для реконструкции функциональной зависимости стратификации плотности или частоты Вэйсяля–Брента, однако при использовании гидрологических данных для выбранного района океана накопленных за прошедшие годы наблюдений это распределение можно искать в определенном классе функций. Сужение искомого класса функций позволяет построить методы оценки параметров сезонного пикноклина и верхнего квазиоднородного слоя океана, основанные на решении ряда прямых задач определения кинематических характеристик внутренних волн и применении итерационного процесса. Решение прямых задач проводится численно с помощью программ, разработанных в конечноэлементном пакете FlexPDE и математическом пакете Maple. В качестве второго подхода определения параметров сезонного пикноклина, таких как его толщина и координата максимального значения частоты Вэйсяля–Брента, используется решение прямых задач с помощью численных методов (в частности МКЭ) и генетических алгоритмов, искусственных нейронных сетей. Минимизацию функционала невязки между измеренными данными и рассчитанными с помощью решения прямой задачи модального анализа, особенно в том случае, если структура целевой поверхности указанного функционала оказывается сложной, содержащей много локальных минимумов, осуществляется с помощью генетического алгоритма. Использование большого объема гидрологической информации, накопленной в мировом сообществе в климатических атласах и других базах данных, позволяет эффективно провести обучение искусственных нейронных сетей. При этом, с учетом большого объема обучающей выборки, обучение проводится с помощью разработанного комплекса распределенных вычислений. Таким образом, обученная нейронная сеть по данным о поверхностных проявлениях внутренних волн, районе и сезоне наблюдения будет выдавать прогноз о параметрах структуры стратификации плотности.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Внутренние волны в океане при наличии интрузионных слоев плотности

Григоренко К. С.¹, Матишов Д. Г.¹, Соловьева А. А.¹, Хартиев С. М.²

¹*Ростов-на-Дону, Институт аридных зон Южного научного центра РАН*

²*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

solovievarc@gmail.com

В работе изучаются кинематические характеристики внутренних волн с учетом вращения Земли, в том случае, когда функция распределения плотности по толщине океана является немонотонной. В случае знакопеременной по глубине частоты Вяйсяля–Брента исследование условия существования, так называемых, нехарактерных внутренних волн сводится к анализу однородной краевой спектральной задачи 2-го порядка, к которой удается применить осцилляционную теорему Штурма. С помощью МКЭ на основании найденного в интегральной форме необходимого условия существования нехарактерных внутренних волн, соответствующих нейтральным гармоническим колебаниям стратифицированной морской среды с элементами плотностных инверсий (Хартиев С. М. и др. 2013), численно проанализирован модальный состав внутренних волн и его спектральные свойства.

Известно, что в случае устойчивой стратификации (монотонно возрастающей плотности по глубине) распространяющиеся волны существуют в определенном частотном интервале между гравитационной частотой и максимальной частотой Вяйсяля–Брента. Соответствующее дисперсионное уравнение имеет действительные корни внутри интервала и мнимые вне его. В том случае, когда стратификация неустойчива, частота Вяйсяля–Брента становится знакопеременной и диапазон существования внутренних волн расширяется в низкочастотной области, в которой появляются действительные корни.

Численный анализ дисперсионных кривых осуществлен с помощью программы модального анализа в FlexPDE, на основе экспериментальных данных наблюдения внутренних волн которые проводились 11, 12 марта 2010 г. в фиорде Ван-Майен на Шпицбергене. Экспериментальные работы поддерживались научными программами Университетского центра Свальбарда (UNIS). Эта акватория подвержена сильным приливным колебаниям. Открытая в океан часть фиорда расположена в 40 км юго-западнее района измерений. Поток сужается в районе эксперимента и ускоряется, набегаая на береговые склоны. Амплитуда колебаний уровня воды на берегу доходит до 2 м. Такие приливы генерируют на склонах интенсивные внутренние волны.

Анализ дисперсионных кривых для данных распределений, которые содержат слои плотностных инверсий, показывает, что эти кривые переходят через точку гравитационной частоты с действительной плоскости на комплексную плоскость и наоборот.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Определение механических свойств наноматериалов на основе метода молекулярной динамики

Груздев Р. Ю., Репнякова С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

rgr@bk.ru

Под наноматериалами (нанокристаллическими, нанокомпозитными, нанофазными, нановолокнистыми и т.д.) принято понимать материалы, основные структурные элементы которых (кристаллы, волокна, слои, поры) не превышают так называемой нанотехнологической границы 100 нм, по крайней мере в одном направлении. При моделировании наноразмерных устройств применяются два подхода: в первом тело рассматривается в рамках сплошной среды. Трудность, которая возникает при этом, состоит в адекватном описании свойств такой среды. Во втором подходе применяется метод молекулярной динамики: собирательное название нескольких численных методов решения различных физических задач при помощи моделирования движения атомов, молекул, коллоидных и т.п. частиц, которые составляют исследуемую систему.

В настоящей работе применяется второй подход для решения задачи деформирования и собственных колебаний консольно закрепленного пространственного наноразмерного стержня. В качестве инструмента моделирования выбрана программа LAMMPS — Large-scale Atomic/Molecular Massively Parallel Simulator. Особенности — открытый исходный код, свободная лицензия. Допускается возможность использования совместно с другим кодом, причем LAMMPS может, как вызывать сторонние программы, так и быть встроенным в качестве библиотеки. Использование совместно с МКЭ указано в документации, как возможное применение пакета. Материал стержня представляется системой взаимодействующих материальных частиц, по одной из прямоугольных схем.

В LAMMPS возможно задание потенциалов взаимодействия между частицами, а также задать тип схемы, по которой осуществляется дискретизация среды, координаты частиц, приложенные силы и закрепление, а затем решить поставленную задачу. Далее, исходя из полученных микропараметров, мы можем сделать выводы о макропараметрах и в конструкции, где встречается рассмотренный наноэлемент, использовать первый подход, в котором задачу решать, например, методом конечных элементов.

В работе с помощью описанной методики определяется матрица упругих постоянных монокристалла кремния. Составлена программа, в которой используется потенциал Стиллингера-Вебера, учитывающий тройные взаимодействия, так как они вносят довольно большой вклад в результаты расчетов. Решается набор статических задач и устанавливается связь между приложенными напряжениями и деформациями нанокристалла.

Авторы выражают благодарность своему научному руководителю А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

О методе Галеркина в решении обратных задач

Гукасян Л. С.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
luska-90@list.ru

Моделирование колебаний неоднородных упругих сред используется довольно часто при анализе различных проблем геофизики, механики композитов, биомеханики. К настоящему времени достаточно подробно исследованы проблемы для объектов простой геометрии - балки, пластины, слоистые структуры, где законы неоднородностей одномерны. Решение одномерных обратных задач по реконструкции законов неоднородности приводит к нелинейным некорректным проблемам, которые решаются на основе формулировки итерационных процессов, сочетающих процедуру линеаризации относительно некоторого решения и нахождения поправок из некоторой линейной некорректной задачи. В двумерных задачах такой подход не всегда применим, и требует использования других методов исследования. Особый интерес для исследования задач в этом направлении представляет исследование простейшей линейной задачи, в которой известны компоненты поля смещений внутри области, а требуется определить функции, характеризующие переменность модулей упругости.

Ранее было построено решение обратной задачи для одномерных зависимостей искомым функций с помощью разностных аппроксимаций, в настоящем исследовании используется проекционная схема при решении одномерных и двумерных задач с использованием метода Галеркина. Отметим, что в одномерных задачах данный метод реализовать достаточно просто, при этом основная проблема состоит в выборе базисных функций, которые должны удовлетворять всем граничным условиям рассматриваемой задачи. В работе сформулирована слабая постановка для двумерного случая в виде некоторого интегрального тождества, удовлетворение которому осуществляется с помощью представления искомым функций в виде линейной комбинации базисных функций. Окончательно проблема сведена к решению линейной алгебраической системы.

Представлен сравнительный анализ решений обратной задачи об определении переменных модулей упругости на основе метода Галеркина и метода разностных аппроксимаций. Конкретная реализация осуществлена для прямоугольной и круговой областей. Представлены численные результаты по реконструкции переменных модулей упругости для различных типов зависимостей, проанализирована эффективность предложенного метода, сделан вывод об эффективности предложенной вычислительной схемы, позволяющей осуществить реконструкцию искомым функций достаточно точно.

Автор выражает благодарность Ватульяну А. О. за внимание к работе.

Проект Единого информационного пространства образования Ростовской области

Гутерман Л. А., Зинюхина Е. В., Сухов Д. Ю.

*Ростов-на-Дону, Региональный информационно-аналитический центр
развития образования Ростовской области
devitor@mail.ru*

В качестве шагов, направленных на исполнение требований ряда федеральных законов и постановлений относительно оказания госуслуг населению в электронном виде, информационной открытости образовательных учреждений, предоставления данных в управляющие организации и т. д., ГАУ РО РИАЦ-РО разработана архитектура информационной среды «Единое информационное пространство образования Ростовской области» (ЕИП). Структура ЕИП построена на современных, хорошо зарекомендовавших себя программных решениях, и обладает следующими качествами: модульная архитектура, масштабируемость, хорошая отказоустойчивость, оптимальная стоимость внедрения и поддержки, большой потенциал расширения функционала.

Структура ЕИП построена на решениях фирмы 1С. Основная идея заключается в том, чтобы, обеспечив образовательные учреждения современными системами информатизации, организовать передачу и накопление от них всей необходимой информации.

Рассмотрим работу систем ЕИП на примере колледжа, в котором установлено ПО «1С: Колледж ПРОФ» с доработками, позволяющими интегрироваться в ЕИП. Помимо задач информатизации деятельности приемной комиссии, библиотеки, столовой, учебной, методической и воспитательной работы, формирования учебной нагрузки и расписания, и т. д., в ПО добавляются данные, выгрузку которых необходимо осуществить (например, данные форм СПО-1 и СПО-2). Все данные, предназначенные для выгрузки, передаются согласно расписанию на Портал ЕИП и в ПО «1С: Управление образования». Портал ЕИП обеспечивает публикацию регламентированной информации, обеспечивает синхронное оказание госуслуг по зачислению в образовательное учреждение и предоставлению сведений об успеваемости, предоставляет площадку-сайт для сотрудников образовательного учреждения, а также содержит вариативную часть, наполняемую самим образовательным учреждением по своему усмотрению. ПО «1С: Управление образования» накапливает переданную информацию для нужд министерства образования, формируя все необходимые отчеты по показателям образовательных учреждений, подключенных к системе.

При внедрении на федеральном уровне любой регламентированной системы сбора и обработки информации организуется централизованное обновление систем, установленных в образовательных учреждениях, и передача новой информации в «1С: Управление образования», которое затем подключается к разработанной федеральной системе.

На конец апреля 2014 года Министерству общего и профессионального образования Ростовской области представлено коммерческое предложение на разработку и внедрение системы ЕИП.

Измерение и биомеханическое моделирование разгрузки при ортезировании нижних конечностей

Дашевский И. Н.¹, Никитин С. Е.²

¹Москва, Институт проблем механики РАН

²Московский государственный медико-стоматологический университет
им. А. И. Евдокимова
dash@ipmnet.ru

Представлены результаты исследований по биомеханике одного типа современных ортезов — туторов нижних конечностей: ортопедических аппаратов для иммобилизации сегмента или всей конечности, состоящих из гильз (а иногда и башмачка) с креплениями, соединенных шинами без шарниров — дающих возможность подтяжки и гибкой подстройки ортеза под конкретного пациента в течение всего периода лечения, что позволяет обеспечить лучшую фиксацию и разгрузку проблемной зоны, уменьшить сроки и улучшить качество лечения. Развивается комбинированный расчетно-экспериментальный подход к изучению биомеханики системы «нога–тутор». Поскольку скорость сращивания костей зависит от уровня и программы нагружения конечности, основное внимание сосредоточено на функции разгрузки ортезом пораженной области в плане биомеханического анализа и программирования разгрузки. В эксперименте *in vivo* продемонстрирован эффект возникновения разгрузки нижней конечности при ее ортезировании для ортезов двух типов и при разной степени бокового обжатия. Коэффициент разгрузки в зависимости от конкретных условий может варьировать от 1 до примерно 2.3. Вопрос о количественной зависимости коэффициента разгрузки от степени дополнительной компрессии ортеза требует дополнительных исследований. На основе сравнительных оценок жесткости отдельных элементов системы «нога–ортез» предложена минимальная базовая биомеханическая модель разгрузки конечности в ортезе и получено соответствующее ей выражение для коэффициента разгрузки. Модель дает для коэффициента разгрузки оценку порядка 1.6–2.1 при отсутствии боковой компрессии и линейное падение нагрузки на конечность с ростом обжатия. Для уточнения минимальной модели в части оценки сдвиговой жесткости мышечного слоя голени поставлена (совместно с Н. Д. Вайсфельд) задача об упругом полом дважды усеченном конусе (конус — это модель мышечного слоя голени). На основе вариационных формулировок получены приближенные решения этой задачи. Сформулированы предложения по корректировке схемы изготовления и наложения ортезов, которые облегчили бы возможность управления разгрузкой путем изменения бокового обжатия. Намечены направления дальнейшей работы, наиболее перспективные в плане изучения проблемы управления степенью разгрузки и процессом регенерации костной ткани с помощью изменения боковой компрессии ортеза.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 14-08-01266, 14-08-00537 и 14-08-01163.

Использование пористого углерода при замещении дефектов губчатой кости

Демидов Ф. А.¹, Скрябин В. Л.², Сотин А. В.¹

¹*Пермский национальный исследовательский политехнический университет*

²*Пермь, Медико-санитарная часть № 9 им. М. А. Тверье*

sotin@mail.ru

Одной из областей современной травматологии-ортопедии при выполнении органосохраняющих операций является хирургия костных дефектов локализуемых в губчатых костях. В большом количестве случаев при замещении дефектов, образующихся после удаления очага деструкции, запасов собственной костной ткани недостаточно, а расширять объём оперативного вмешательства нецелесообразно. Тогда возникает вопрос об использовании либо донорской кости, либо искусственного материала. Применение ячеистого углерода при замещении костных дефектов было обосновано высокой пористостью данного материала. Эта особенность делает возможным прорастание костной ткани и сосудов в имплант на всю его толщину. Экспериментальные исследования, проведённые на собаках, показали, что уже через три месяца костная ткань заполняет поры материала. Наряду с очевидными достоинствами высокопористого углерода существуют и ограничения по применению данного материала, связанные с его низкими прочностными характеристиками. В связи с чем, при значительных объёмах замещаемого дефекта костной ткани и выраженном дефиците несущей способности костной стенки необходимо использовать дополнительные на костные металлофиксаторы, которые обеспечивают несущую способность кости в реабилитационный период вплоть до момента полного заполнения импланта костной тканью.

Для оценки риска возникновения патологического перелома костной стенки мышечков большеберцовой кости и обоснования использования на костных металлофиксаторов была разработана пространственная неоднородная анизотропная линейно-упругая модель эпифиза большеберцовой кости. Для индивидуализации пространственной геометрии модели были использованы данные клинорентгенологического исследования. Механические свойства кости были взяты из литературных источников. Напряжено-деформированное состояние исследуемой области было рассчитано с помощью метода конечных элементов. Проведенные расчеты соответствовали постановке клинической задачи и позволили подтвердить обоснованность использования дополнительной фиксации фрагментов кости с помощью металлоостеосинтеза.

Использование разработанной модели на предоперационном этапе позволяет рассчитать механические последствия замещения костного дефекта высокопористым углеродом, выявить участки критических напряжений в зависимости от формы кости, прочностных свойств импланта, локализации очагов деструкции, величины формируемого при доступе дефекта костной стенки и объективизировать целесообразность установки металлофиксаторов.

Методы оптимизации расчетов термоупругих анизотропных композиционных материалов.

Диденко А. В.¹, Кириллова Е. В.², Сыромятников П. В.¹

¹*Краснодар, Южный научный центр РАН*

²*Висбаден, Технический университет*

kirillova@web.de

В рамках линейной теории упругости рассматриваются связанные пространственные термоупругие гармонические колебания многослойных композитов, представляющих собой пакеты анизотропных слоев с плоско-параллельными границами раздела. Термоупругая анизотропия слоев, их пространственная ориентация, толщина, последовательность слоев в пакете может быть произвольной, число слоев — конечное. На границах слоев выполняются условия идеального механического и теплового контакта. В ограниченной области на поверхности пакета слоев задаются механические и тепловые нагрузки, вне области задания нагрузок поверхность механически свободна и термоизолирована. Рассматриваются различные варианты задания тепловых нагрузок и тепловых граничных условий на внешних границах пакета слоев.

В работе используются представления решений краевых задач теории термоупругости в виде двукратных контурных интегралов Фурье от произведения символов Фурье матриц-функций Грина четвертого порядка и расширенного вектора механических и тепловых нагрузок.

Для оптимизации вычислений краевых задач термоупругости применимы те же методы, что и для чисто упругих задач, однако, увеличение размерности диктует необходимость повышения их эффективности, разработки новых модификаций методов, использующих специфику термоупругих задач в различных постановках.

Для задач термоупругости возникают некоторые дополнительные сложности вычислительного характера по сравнению с чисто упругой задачей. Основной проблемой является увеличение размерности задачи, что на порядок увеличивает объем и время вычислений. Кроме того, для композитов из различных материалов введение безразмерных параметров требует тщательного подбора характерных единиц физических величин, оптимальных не только для какого-то одного слоя, но и для композита в целом, что является нетривиальной вычислительной проблемой, решение которой существенным образом сказывается на точности и скорости вычислений конечных величин.

Разработанные ранее для упругих композитов методы ускорения вычислений контурных интегралов и подинтегральных функций были адаптированы и значительно модифицированы для термоупругого случая. Были модифицированы метод интегрирования на основе теории вычетов, метод прямого вычисления контурных интегралов, интерполяционные сетки и схемы для аппроксимации матриц-функций в ближней зоне, асимптотические представления матриц-функций в дальней зоне, основанные на перечисленных алгоритмах методы расчета и асимптотического уточнения интегралов.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ и администрации Краснодарского края 12-08-00880-а, 13-01-96511-р-юг-а.

О колебаниях трубы при наличии зоны пластичности

Дударев В. В., Мнухин Р. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
dudarev_vv@mail.ru

В настоящее время моделирование биологических тканей приобретает важнейшее значение при разработке имплантатов и протезов. Основной проблемой при создании таких изделий является определение механических свойств живых тканей, с которыми они контактируют после проведения операции. Стоит отметить, что исследование кровеносных сосудов является одной из востребованных задач биомеханики. При рассмотрении больших артерий в качестве модели, описывающей основные механические свойства, можно использовать модель упругой трубы, находящейся под внутренним давлением.

Постановка прямой задачи об установившихся колебаниях упругой трубы представлена с позиций теории предварительного напряженного состояния (ПНС) в рамках плоской деформации. В качестве модели, описывающей поведение тела при наличии ПНС, принята модель Е. Треффтца. Представлена общая постановка задачи. Колебания вызываются нагрузкой, приложенной на внешней границе, напряженное состояние создаваемое внутренним давлением рассматривается как неоднородное ПНС. Отличными от нуля являются компоненты тензора ПНС σ_{rr}^0 и $\sigma_{\varphi\varphi}^0$, которые являются функциями радиальной координаты r и удовлетворяют условию равновесия. Представлены уравнения колебаний и граничные условия. Решение прямой задачи об определении значений функции радиального смещения реализовано численно с помощью метода пристрелки. Для определения влияния внутреннего ПНС на амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) рассмотрено два случая. В первом случае функция, описывающая закон изменения компоненты σ_{rr}^0 , удовлетворяет решению классической задачи Ляме. Во втором случае предполагается, что во внутренней области трубы существует зона пластичности. При этом функция σ_{rr}^0 задается как кусочно-гладкая функция для двух участков согласно теории упруго-пластических деформаций. Для определения приближенного значения радиуса пластической зоны в тонкостенных трубах в зависимости от уровня внутреннего давления получено линейное уравнение. Дана оценка точности решения этого уравнения по сравнению с точным решением трансцендентного уравнения. Построен график зависимости значения радиуса пластической зоны от значения внутреннего давления. Для обоих рассматриваемых случаев построены АЧХ и определены значения резонансных частот для различного уровня ПНС. Из анализа полученных результатов выявлено, что наибольшее влияние ПНС проявляется в окрестности первой резонансной частоты.

Авторы благодарят научного руководителя А. О. Ватульяна за внимание к работе.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 13-01-00196, 14-01-31393) и Южного математического института ВЦ РАН и РСО-А (г. Владикавказ).

Вторые гармоники монохроматических нормальных волн кручения:
учет фактора геометрической нелинейности для
трансверсально-изотропного цилиндра с обобщенными смешанными
граничными условиями на поверхности

Елагин А. В., Моисеенко И. А.
Донецкий национальный университет
delyagin@inbox.ru

Проблема описания малых нелинейных ангармонических эффектов при распространении нормальных упругих волн в протяженных телах с различными геометрическими и физико-механическими свойствами на основе применения теоретических численно-аналитических методов имеет целый ряд открытых аспектов, связанных с используемыми моделями волнового деформирования а также гипотезами, вносимыми в постановку рассматриваемых задач и концепцию их анализа.

В этом контексте представляемая работа посвящена решению не исследованной ранее задачи об эффектах генерирования нелинейных вторых гармоник, при распространении осесимметричных монохроматических нормальных волн кручения вдоль протяженного трансверсально-изотропного цилиндра кругового сечения, на боковой поверхности которого заданы обобщенные смешанные краевые условия пропорциональности соответствующих граничных напряжений и перемещений. Исследование основывается на модели геометрически-нелинейного волнового деформирования с использованием представлений для конечных деформаций и упругого потенциала для среды класса bmm гексагональной системы с квадратичными членами по деформациям. Использована концепция представления характеристик динамического напряженно-деформированного состояния двумя низшими членами разложения по малому параметру в виде отношения максимальной амплитуды исследуемых волн к радиусу волновода и сведения задачи описания ангармонических возмущений к рекуррентной последовательности краевых задач первого (линейного) и второго приближения.

Показано, что в рассматриваемом варианте постановки задачи и выбора используемой модели упругого деформирования нелинейные вторые гармоники уединенных монохроматических нормальных крутильных волн в трансверсально-изотропном цилиндре представляют собой упругие волны продольно-сдвигового типа с удвоенной частотой и удвоенным волновым числом, свойственным линейной нормальной волне кручения в цилиндре с заданными смешанными краевыми условиями.

С использованием аналитической формы представлений функций волновых перемещений во вторых гармониках, полученной на основе применения специального алгоритма аналитически преобразований в среде компьютерной алгебры, проведен детальный анализ зависимостей кинематических и энергетических характеристик нелинейных ангармонических возмущений от параметров относительной длины и выбора моды линейной нормальной волны кручения, от параметров в обобщенных смешанных граничных условиях на боковой поверхности и наборов упругих постоянных трансверсально-изотропного цилиндра.

О возможностях автоматизации решения задачи о чистом изгибе полосы из нелинейно-упругого материала

Жеребко А. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
emprorioarmani.89@mail.ru

В процессе эксплуатации многих строительных конструкций часто имеет место деформация изгиба. Согласно определению, изгиб — вид деформации, при котором нарушается прямолинейность главной оси тела, при этом в поперечных сечениях возникают изгибающие моменты и поперечные силы. В случае чистого изгиба в теле возникают только изгибающие моменты, поперечные силы, в отличие от случая поперечного изгиба — отсутствуют. Среди основных конструктивных элементов, предназначенных преимущественно для работы на изгиб, можно выделить балки, в частности, консоли. На практике, как правило, подобные элементы воспринимают вертикальную поперечную весовую нагрузку, обеспечивая прочность и устойчивость всей конструкции в целом. В этой связи очень важно правильно оценивать прочностные характеристики указанных элементов с учетом свойств материала, из которых они изготовлены. Однако, вследствие некоторых особенностей исследуемых материалов, в частности, мягких биологических тканей и материалов, применяемых в биоинженерии, из них нельзя изготовить стандартные образцы, полностью отвечающие требованиям эксперимента. Это обстоятельство ведет к необходимости привлечения средств моделирования.

В целях автоматизации процесса решения задач нелинейной теории упругости разработана программная оболочка анализа задач нелинейной теории упругости, позволяющая на основе решения автоматически генерируемых в пакете Maple краевых задач равновесия, по задаваемой пользователем геометрической области и функции энергии деформации получить решение поставленной задачи методами конечно-элементного моделирования и провести подробный численный анализ результатов решения с привлечением средств компьютерной алгебры. В рамках разработанной программной оболочки изучается класс задач теории упругости, связанных с моделированием классических экспериментов по деформированию твердых тел. Рассмотрена плоская задача о прямом чистом изгибе прямоугольной полосы из материала Блейтца и Ко. Рассмотренная задача решена для двух различных постановок: в первом случае изгиб моделируется с помощью изгибающих моментов, приложенных к торцам полосы, во втором — с помощью равномерно распределенной нагрузки, приложенной по краям верхней грани полосы и применения различных типов закрепления на опорах нижней грани (жесткая заделка и шарнирное закрепление). Построены графики зависимости величины нормальных напряжений от величины изгибающего момента и распределенной нагрузки. Проведен сравнительный анализ полученных результатов с аналитическим решением для случаев линейной и нелинейной теории упругости.

Вычислительные эксперименты для редуцированной математической модели гидродинамики мелкого протяженного руслового потока

Жиляев И. В., Надолин К. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
nadolin@math.sfedu.ru

В докладе представлены последние результаты аналитического и численного исследования одной из предложенных ранее редуцированных трехмерных математических моделей безнапорных потоков в недеформируемых руслах, а именно модели мелкого протяженного потока, которая получена методом малого параметра из уравнений Рейнольдса для несжимаемой жидкости, замкнутых на основе гипотезы Буссинеска. Важной особенностью рассматриваемой модели является то, что компоненты скорости потока удается выразить через неизвестную функцию возвышения свободной поверхности, и тем самым понизить размерность задачи на единицу.

Особое внимание было уделено учету турбулентности потока, поскольку существенной особенностью природных (даже весьма спокойных) водотоков является развитая турбулентность течения. Хотя проблема моделирования турбулентности в окружающей среде представляет собой весьма сложную задачу, для учета турбулентности протяженных русловых потоков в рамках рассматриваемых редуцированных гидродинамических моделей может успешно использоваться подход, основанный на гипотезе Буссинеска. В этом случае считается, что вязкость жидкости в заданной точке потока зависит не от скорости течения, а от вертикальной координаты, определяющей расстояние до твердого дна русла. При этом «модель турбулентности» фактически определяется выбором некоторой положительной монотонной функции, имеющей максимум порядка единицы вблизи свободной поверхности потока и близкий к нулю минимум вблизи дна. Полагая эту функцию «турбулентной вязкости» константой, получим уравнения для ламинарного течения.

Верификация редуцированной модели проводилась по результатам прямых расчетов конкретного потока, полученных на основе полных моделей гидродинамики, представленных в конечно-элементном программном комплексе COMSOL для ламинарных и турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости. Вычислительный эксперимент включал в себя три этапа. На первом этапе с помощью CFD-модуля программного комплекса COMSOL Multiphysics были проведены эталонные расчеты поля скорости ламинарных и турбулентных течений при различных условиях. Затем по полученным данным для случая прямолинейного русла постоянного сечения была выполнена калибровка редуцированной модели гидродинамики мелкого протяженного потока и определены ее параметры. На завершающем этапе результаты для непрямолинейного русла, полученные на основе редуцированной модели, были сопоставлены с эталонными расчетными данными.

Полученные результаты вычислительных экспериментов позволяют утверждать, что предложенная редуцированная модель мелкого протяженного руслового потока вполне адекватно описывает его гидродинамику и может применяться для расчетов гидрологических характеристик водотоков, а также в системах комплексного моделирования процессов загрязнения и экологического состояния водных объектов проточного типа.

Нелинейные ангармонические возмущения для обобщенных волн Стоунли вдоль границы контакта анизотропных полупространств кубической системы

Жоголева Н. В.

Донецк, Институт прикладной математики и механики НАН Украины
nadia.zhogoleva@gmail.com

Содержательный количественный анализ малых нелинейных ангармонических эффектов для различных типов поверхностных упругих волн с использованием теоретических численно-аналитических методов был выполнен на протяжении нескольких последних десятилетий применительно к процессам распространения волн релеевского типа в изотропном деформируемом полупространстве и волн Лява в волноводных структурах «упругий слой на упругом полупространстве» с изотропными, а также анизотропными компонентами кубической системы в рамках моделей геометрически и физически нелинейного динамического деформирования. Представляющая же фундаментальный и прикладной интерес задача о малых нелинейных ангармонических эффектах при распространении обобщенных поверхностных волн Стоунли вдоль поверхности сопряжения двух анизотропных упругих полупространств кубической системы остается открытой с точки зрения получения конкретных численных оценок для анализируемого явления.

В представляемой работе осуществлено численно-аналитическое исследование амплитудно-частотных эффектов генерирования нелинейных вторых гармоник при распространении волн Стоунли вдоль границы контакта монокристаллических полупространств кубической системы с коллинеарными направлениями упругой симметрии. Исследование основывается на модели геометрически и физически нелинейного волнового деформирования с использованием представлений для конечных деформаций и представления упругого потенциала для анизотропной среды кубической системы с квадратичными и кубическими членами по деформациям, содержащего элементы тензора упругих постоянных третьего порядка с шестью независимыми компонентами. При исследовании использована концепция представления характеристик динамического напряженно-деформированного состояния двумя низшими членами разложений по малому параметру в виде отношения максимальной амплитуды исследуемых волн к их длине и сведения задачи описания ангармонических возмущений к рекуррентной последовательности краевых задач первого (линейного) и второго приближения.

Для амплитудных функций волновых перемещений во вторых гармониках с применением разработанного алгоритма преобразований в среде компьютерной алгебры получена аналитическая форма представления.

Исследованы зависимости кинематических и энергетических характеристик нелинейных ангармонических возмущений в поверхностных волнах Стоунли от частотного параметра для нескольких вариантов контакта реальных монокристаллических сред кубической системы.

Учет распределенных дислокаций в нелинейной задаче Головина

Зеленина А. А.¹, Зубов Л. М.²¹Ростовский государственный университет путей сообщения²Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

a.zelenina@gmail.com

Дислокации являются важным и распространенным элементом микроструктуры твердых тел. Дислокационные модели позволяют описывать различные свойства современных материалов, а также некоторых биологических структур. В настоящее время известно очень мало решений краевых задач нелинейной теории упругости для тел с дислокациями, распределенными с заданной плотностью. В представленной работе найдено точное решение задачи о нелинейном изгибе круговой арки с учетом распределенных дислокаций. Система уравнений нелинейной континуальной теории дислокаций состоит из уравнений несовместности, уравнений равновесия и определяющих соотношений упругого материала

$$\operatorname{rot}\mathbf{C} = \boldsymbol{\alpha}, \quad \operatorname{div}\mathbf{D} = 0, \quad \mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{C}) \quad (1)$$

В (1) \mathbf{C} — тензор дисторсии, \mathbf{D} — тензор напряжений Пиолы, $\boldsymbol{\alpha}$ — тензор плотности дислокаций, удовлетворяющий требованию соленоидальности $\operatorname{div}\boldsymbol{\alpha} = 0$. Введем цилиндрические координаты r, φ, z по формулам $x_1 = r \cos \varphi$, $x_2 = r \sin \varphi$, $x_3 = z$, где x_k — декартовы координаты, а также единичные векторы $\mathbf{e}_r = \mathbf{i}_1 \cos \varphi + \mathbf{i}_2 \sin \varphi$, $\mathbf{e}_\varphi = -\mathbf{i}_1 \sin \varphi + \mathbf{i}_2 \cos \varphi$, $\mathbf{e}_R = \mathbf{i}_1 \cos \varkappa\varphi + \mathbf{i}_2 \sin \varkappa\varphi$, $\mathbf{e}_\Phi = -\mathbf{i}_1 \sin \varkappa\varphi + \mathbf{i}_2 \cos \varkappa\varphi$. Здесь $\varkappa = \text{const}$, а \mathbf{i}_k — орты декартовых координат. Предположим, что тензор плотности дислокаций задан в виде $\boldsymbol{\alpha} = \alpha(r)\mathbf{i}_3 \otimes \mathbf{e}_\Phi$ и будем разыскивать решение уравнений (1) в виде, отвечающем нелинейному изгибу кругового бруса

$$\mathbf{C} = C_1(r)\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_R + C_2(r)\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\Phi + \mathbf{i}_3 \otimes \mathbf{i}_3 \quad (2)$$

Можно показать, что в случае изотропного материала тензор напряжений Пиолы имеет представление, аналогичное (2)

$$\mathbf{D} = D_1(r)\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_R + D_2(r)\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\Phi + D_3(r)\mathbf{i}_3 \otimes \mathbf{i}_3 \quad (3)$$

В силу (2), (3) система уравнений несовместности и равновесия в (1) принимает вид

$$\frac{dC_2}{dr} + \frac{C_2 - \varkappa C_1}{r} = \alpha(r), \quad \frac{dD_1}{dr} + \frac{D_1 - \varkappa D_2}{r} = 0 \quad (4)$$

В случае полулинейного (гармонического) материала на основании (3), (4) приходим к краевой задаче

$$\frac{d^2 D_1}{dr^2} + \frac{3}{r} \frac{dD_1}{dr} + \frac{1 - \varkappa^2}{r^2} D_1 = \frac{2\mu\varkappa\alpha(r)}{(1 - \nu)r} - \frac{2\mu\varkappa(1 - \nu)}{(1 - \nu)(1 - 2\nu)r^2} \quad (5)$$

$$D_1(r_0) = 0, \quad D_1(r_1) = 0$$

Здесь μ и ν — материальные постоянные, r_0 и r_1 — внешний и внутренний радиусы арки. Краевая задача (5) имеет явное точное решение, которое позволило проанализировать влияние дислокаций на напряженное состояние и изгибную жесткость кривого бруса.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 12-01-00038).

Параметрический и численный анализ собственных значений
в задачах термоупругодинамической неустойчивости

Зеленцов В. Б., Кренин Л. И., Митрин Б. И., Садырин Е. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет

boris.mitrin@gmail.com

Рассматривается одномерная задача термоупругости о внедрении жёсткой полуплоскости, движущейся с постоянной скоростью в направлении, ортогональном внедрению, в верхнюю грань упругой полосы, нижняя грань которой опирается на недеформируемое теплоизолированное основание. Фрикционный контакт жёсткой теплоизолированной полуплоскости с упругой полосой порождает тепловой поток, разогревающий полосу. Распределение температуры, смещений и напряжений в полосе строится с помощью интегрального преобразования Лапласа и получено в виде контурных квадратур от мероморфных функций, вычисление которых в комплексной плоскости сводится к бесконечным рядам по двум счётным множествам полюсов, являющихся собственными числами поставленной начально-краевой задачи. Собственные числа (полюса) задачи определяются в комплексной плоскости численными методами в зависимости от двух безразмерных параметров задачи, один из которых содержит параметр ширины полосы, а другой - скорость скольжения полуплоскости по полосе. При фиксированных параметрах задачи в комплексной плоскости располагаются два счётных множества собственных чисел (полюсов), от расположения которых зависят свойства решений задачи. Множество собственных чисел строится в зависимости от скорости скольжения полуплоскости при фиксированной ширине полосы, после определения начального приближения. Анализ полученных результатов приводит к следующим основным утверждениям:

- при увеличении скорости скольжения полуплоскости действительная часть собственных чисел (первого счётного множества) положительна и увеличивается до определённого значения скорости, а затем с ростом скорости начинает уменьшаться, оставаясь положительной;
- собственные числа второго счётного множества располагаются на отрицательной части действительной оси при любых значениях параметров и только один, самый близкий к началу координат с ростом скорости переходит на положительную часть действительной оси и уходит на бесконечность.

Отсюда следует, что при любых значениях скорости скольжения действительная часть собственных значений задачи положительна, что свидетельствует о её термоупругодинамической неустойчивости.

Работа поддержана грантами РФФИ № 14-08-91166-ГФЕН_а, а также № 12-07-00639-а.

Обоснование метода усреднения для обобщённой задачи конвекции

Ивлева Н. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

ivleva.n.s@yandex.ru

В докладе обоснован метод усреднения для задачи о $2\pi\omega^{-1}$ -периодических по t решениях системы уравнений Навье-Стокса.

Пусть Ω — ограниченная область в \mathbb{R}^3 с C^2 -гладкой границей $\partial\Omega$, $\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$. В цилиндре $\bar{Q} = \bar{\Omega} \times \mathbb{R}$ рассмотрим следующую задачу

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + (v, \nabla)v &= -\nabla q + \nu\Delta v + \omega \sum_{0 < |k| \leq m} a_k(x) e^{ik\omega t} T + \\ &+ g_1(x, v, \frac{\partial v}{\partial x}, T, \frac{\partial T}{\partial x}, \omega t) + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} b_j(x, \omega t), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (v, \nabla T) &= \chi\Delta T + g_2\left(x, v, \frac{\partial v}{\partial x}, T, \frac{\partial T}{\partial x}, \omega t\right), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\operatorname{div} v = 0, v|_{\partial\Omega} = 0, T|_{\partial\Omega} = h.$$

Здесь $m \in \mathbb{N}$, ω — большой параметр, $\nu, \chi > 0$, $v(x, t)$ и $T(x, t)$ — неизвестные вещественные трехмерная и одномерная вектор-функции. При $(x, v, w, T, S, \tau) \in \bar{\Omega} \times \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^9 \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$ вектор-функции $g_1(x, v, w, T, S, \tau)$, $g_2(x, v, w, T, S, \tau)$, $b_j(x, \tau)$, $j = 1, 2, 3$, и $h(x)$ вещественнозначны, $a_k(x) = \overline{a_{-k}(x)}$, где чертой над функцией обозначена операция комплексного сопряжения. Пусть $a_k \in C^1(\bar{\Omega})$, $0 < |k| \leq m$, g_1, g_2 непрерывно дифференцируемы по v, w, T, S и вместе с этими производными удовлетворяют условию Гельдера по x, v, w, T, S равномерно относительно x, v, w, T, S, τ . Кроме того, вектор-функции $g_1(x, v, w, T, S, \tau)$, $g_2(x, v, w, T, S, \tau)$, $b_j(x, \tau)$, $j = 1, 2, 3$, 2π -периодичны по τ , $b_j \in C(\mathbb{R}, L_{q/2})$, $q > 3$.

Получены следующие результаты.

Пусть задача, полученная из исходной с помощью операции усреднения, имеет стационарное решение, и спектр Λ оператора, полученного линеаризацией на этом решении усредненной задачи, не содержит нуля. Тогда справедливы следующие утверждения.

1. Существуют такое положительное число ω_0 , что при $\omega > \omega_0$ система (1) имеет единственное в некотором шаре $2\pi\omega^{-1}$ -периодическое по t решение и оно асимптотически близко по определенной норме к решению усредненной задачи.
2. Исследованы вопросы устойчивости и неустойчивости решения задачи (1).

Дельта-функции в непрерывных моделях экологии

Ильичев В. Г.¹, Ильичева В. В.²

¹*Ростов-на-Дону, Институт аридных зон Южного научного центра РАН*

²*Ростовский государственный университет путей сообщения*

vitaly369@yandex.ru

При исследовании сложных (многомерных, нелинейных и др.) моделей важно сформулировать гипотезы об их поведении. Эти гипотезы задают определенный план анализа соответствующей динамики, связанный с их обоснованием или опровержением. Поэтому актуальна проблема о построении таких «первичных» гипотез. Обычно выбираются упрощенные варианты моделей, которые допускают достаточно полное исследование. Тогда найденные здесь результаты являются гипотезами и для более широкого класса моделей.

Так, в неавтономных моделях экологии коэффициенты размножения популяций являются T -периодическими функциями времени. Если заменить всякую скорость размножения на дельта-функцию $rD(t - a)$ с единственной точкой роста на каждом отрезке периодичности, то «нелинейности» проявляются редко, и от полноценного взаимодействия останется лишь его «скелет», который, тем не менее, сохраняет нелинейную суть явлений. Такие модели будем называть D -системами, в которых решения имеют редкие точки разрыва. Здесь в рамках модельных схем конкуренции Вольтерра и Контуа были обнаружены критерии отбора, определяющие исход конкуренции N популяций в зависимости от расположения точек роста $\{a_1, \dots, a_N\}$ и параметров индивидуальной продуктивности $\{r_1, \dots, r_N\}$.

Дополнительный способ упрощения заключается в предположении о «сверхплотной упаковке» точек роста. А именно, полагаем $a_2 = a_1 + 0$, $a_3 = a_1 + 0 + 0$ и т. д. Иными словами, точки роста конкурентов находятся сколь угодно близко друг от друга (но в определенном порядке). Теперь возможно построение признаков отбора и в более сложных ситуациях, например, когда у каждого конкурента имеются две точки роста на отрезке периодичности.

Замечательно, что многие полученные здесь результаты справедливы и для моделей конкуренции с гладкими коэффициентами размножения.

Идея использования дельта-функций для нахождения упрощенных аналогов может быть использована и во многих других случаях. Так, пусть правая часть дифференциального уравнения является суммой, например, двух операторов $A(X) + B(X)$, тогда целесообразно рассмотреть сопутствующее уравнение с правой частью вида $A(X) + D(t - b)B(X)$ с периодической во времени дельта-функцией $D(t - b)$. Пусть, например, $B(X)$ — оператор диффузии, тогда получается система с редким «включением» пространственного перемешивания.

Еще более редкое взаимодействие операторов A и B возникает при следующем учете двух периодических дельта-функций $D(t - a)A(X) + D(t - b)B(X)$. При не совпадающих a и b здесь происходит расщепление сложного параллельного процесса в каскад простых действий. По сути, такой подход (построение тех или иных D -систем) позволяет «прочувствовать» вклад каждого процесса в общую динамику системы. В предлагаемом докладе будут продемонстрированы соответствующие примеры использования дельта-функций в моделях экологии.

Численное и аналитическое исследование системы Рэлея с диффузией

Казарников А. В.*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*
kazarnikov@gmail.com

Рассматривается система реакции-диффузии с кубической нелинейностью, которая является бесконечномерным аналогом классической системы Рэлея, а также частным случаем системы Фитцхью-Нагумо, первоначально возникшей при изучении распространения нервного импульса:

$$\begin{cases} v_t = \nu \Delta v + w \\ w_t = \nu \Delta w - v + \mu w - w^3 \end{cases}$$

где $v = v(x, t)$, $w = w(x, t)$, $x \in D$, $t > 0$, $D \subset \mathbb{R}^n$ — ограниченная область, $\mu \in \mathbb{R}$ — управляющий параметр, $\nu > 0$ — фиксированный параметр, отвечающий за вязкость.

С помощью абстрактной схемы метода Ляпунова–Шмидта получены явные асимптотические представления пространственно-временных структур, которые образуются вследствие колебательной потери устойчивости нулевого равновесия при изменении управляющего параметра μ и различных типах краевых условий. При этом вязкость считается фиксированной, в качестве краевых условий рассматриваются условия Дирихле, смешанные краевые условия, а также условие Неймана с нулевым средним. Известно, что диффузия не оказывает влияния на характер автоколебаний в рассматриваемой системе, дополненной краевыми условиями Неймана. Обоснование асимптотики можно провести, применив теорему о неявной функции в аналитической форме. Неустойчивость Тьюринга, при которой диффузия играет дестабилизирующую роль, в данной системе отсутствует.

В первой части работы найдены критические значения параметра, отвечающие колебательной и монотонной потере устойчивости. Для колебательной потери устойчивости показано, что происходит мягкая потеря устойчивости, построены первые члены асимптотики и выведены формулы для общего члена разложения автоколебаний.

Во второй части рассматривается применение общей схемы к случаю одной пространственной переменной. При этом возникают дополнительные симметрии по сравнению с общим случаем: k -ый член асимптотики вторичного решения представляет собой нечетный тригонометрический полином не только по времени, но и по пространству. В третьей части рассмотрен случай двух пространственных переменных для прямоугольных областей и показано, что вторичные решения также обладают различными симметриями.

В заключительной части работы с помощью пакета MATLAB проведена серия численных экспериментов для визуализации пространственно-временных структур при малых и больших надкритичностях. Установлено, что результаты численных расчетов полностью согласуются с результатами аналитического исследования.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю доценту С. В. Ревиной за постановку задачи и внимание к работе.

Система управления индивидуальными учебными планами магистрантов мехмата ЮФУ

Казарников А. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

kazarnikov@gmail.com

Во время обучения в магистратуре мехмата ЮФУ студенты имеют возможность самостоятельно планировать свой процесс обучения, т. е. самим выбирать те специальные курсы, которые они будут посещать в текущем семестре. Для учета этой асинхронности, а также для формирования экзаменационных ведомостей, студент в каждом семестре составляет документ, называемый индивидуальным учебным планом магистранта, где указаны все курсы, которые слушает данный студент в текущем семестре и отчетности по ним. В план включены также научно-исследовательская работа, факультативы и общественная активность магистранта.

Система управления индивидуальными учебными планами была разработана по просьбе деканата для автоматизации этого процесса. Она представляет собой веб-сайт. В системе присутствуют две роли пользователей: студент и администратор. Студент может заполнить или отредактировать свой индивидуальный план при помощи личного кабинета. Администратор контролирует этот процесс и управляет генерацией индивидуальных планов и экзаменационных ведомостей при помощи специальной панели администрирования.

Данный веб-сайт был разработан при помощи технологии Microsoft ASP.NET 4, на языке C# 4.0. Сайт опубликован на сервере с ОС Ubuntu Server, модули сайта исполняются на Mono Framework 2.8, однако также может быть опубликован и на серверных версиях системы Microsoft Windows.

Система управления индивидуальными планами магистрантов начала свою работу в экспериментальном режиме во втором семестре 2012–2013 учебного года на факультете математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета и продолжает свою работу и в настоящее время. Первыми пользователями системы стали магистранты направления «Прикладная математика и информатика». В текущем семестре автоматизировано заполнение индивидуальных планов на направлении «Математика»; планируется включить в систему и остальные магистерские программы факультета.

В ходе тестирования данного веб-сайта были выявлены части системы, которые могут быть улучшены, а также некоторые функции, которых недостает в первой версии. В частности, ощущается необходимость качественно переработать структуру пользовательского интерфейса. Более того, за прошедшее время сам Mono Framework был существенно доработан и улучшен разработчиками, что позволяет в настоящее время запускать на Linux многие современные технологии Microsoft. В связи с этим в настоящее время ведется разработка новой версии системы управления индивидуальными планами магистрантов, в которой планируются доработать слабые места первой версии системы и добавить новые возможности.

В разработке планируется применить технологии Microsoft ASP.NET MVC 4 для конструирования самого веб-сайта и Entity Framework 6 для работы с СУБД.

Применение методов компьютерного моделирования для оценки портальной гипертензии у детей

Калинин А. А.¹, Кириллова И. В.¹, Коссович Л. Ю.¹, Морозов Д. А.²

¹*Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*

²*Московский НИИ педиатрии и детской хирургии*

faktor.lex@gmail.com

Портальная система (ПС) обеспечивает обменную и экскреторную функции печени. Портальная гипертензия — повышение давления в системе воротной вены. Причинами заболевания являются различные аномалии развития воротной вены, которые приводят к нарушению, нередко к блокаде, портального кровообращения. За счет повышения давления в периферических сосудах частым осложнением данного заболевания является варикозное расширение вен пищевода и желудка, являющихся главной причиной летального исхода. Благодаря достижениям современной хирургии стало возможно лечение данной патологии. Однако, до сих пор встают вопросы о выборе метода хирургического лечения в зависимости от формы портальной гипертензии, наличия и выраженности пищеводных кровотечений. Особенно остро данная проблема наблюдается в детской хирургии, так как лечение кровотечений портального генеза у детей является не просто временным улучшением состояния, а созданием оптимальных условий для роста и развития, улучшения «качества» жизни и максимальное ее продление. Таким образом, целью данного исследования стало проведение компьютерного моделирования ПС для оценки влияния различных видов патологии на общую гемодинамику системы.

Построение моделей, определение начальных и граничных условий осуществлялось на основе данных медицинского диагностического оборудования. Численный эксперимент проводился в конечно-элементном пакете ANSYS Multiphysics. По результатам компьютерного моделирования ПС без патологического изменения стенки выявлено, что давление кровотока не превосходит 10 мм рт.ст. Характер линий тока крови носит ламинарный характер. При наличии в устье портальной вены патологического сужения свыше 60% наблюдается повышение значений давления более 20 мм рт. ст., увеличивается объемный кровоток в левую желудочковую вену. При рассмотрении удвоения и утроения сосудистого русла выявлено, что значения давления так же возросли (до 15 мм рт. ст.), но не настолько критично, как при рассмотрении выше указанной патологии. Проведенное исследование позволило оценить влияние патологии на гемодинамическую картину ПС в целом. Определено, что сужение просвета свыше 60% является более катастрофичным для организма, поскольку давление возрастает более чем в два раза. Данный фактор приводит к увеличению объемного кровотока в левую желудочковую вену, что может способствовать к варикозному расширению вен пищевода и желудка. Проведенное компьютерное моделирование позволяет оценить уровень портальной гипертензии и обосновать необходимость хирургического лечения на стадии предоперационной диагностики пациента.

Влияние собственных напряжений на устойчивость цилиндра при растяжении и раздувании

Карякин М. И.¹, Шубчинская Н. Ю.²

¹*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

²*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

natalieshubchinskaya@gmail.com

Решение задачи Ламе для цилиндра хорошо известно с середины 19 века. Эта классическая задача теории упругости решена для широкого спектра моделей упругих материалов, в том числе и нелинейно-упругих. Отличительной характеристикой задачи, рассмотренной в настоящей работе, является учет дополнительного поля собственных напряжений. Причиной таких напряжений является изолированный дефект — винтовая дислокация или клиновья дисклинация, ось которой совпадает с осью цилиндра. Для исследования использовалась известная схема полуобратного метода нелинейной теории упругости, основывающаяся на преобразовании цилиндрических координат отсчетной конфигурации r, φ, z в координаты деформированного состояния R, Φ, Z вида

$$R = R(r), \quad \Phi = \kappa\varphi + \psi z, \quad Z = \gamma z + a\varphi.$$

В общем случае коэффициент ψ не равен нулю в силу того, что наличие дислокации может приводить к закручиванию цилиндра; коэффициент γ описывает удлинение или укорочение цилиндра. Было рассмотрено два варианта задачи. В первом случае мы полагали $\gamma = 1$ (это означало наличие осевой силы, препятствующей удлинению цилиндра). Во втором случае предполагалось отсутствие осевой силы, что в зависимости от используемой модели материала приводило к той или иной зависимости коэффициента удлинения γ от параметра дисклинации κ или параметра дислокации a .

Для описания механических свойств рассматриваемого цилиндра с дефектом использовались модель материала Блейтца и Ко (общий трехконстантный вариант) и материал Мурнагана.

Определены интервалы изменения материальных параметров, когда диаграмма нагружения (зависимость между внутренним давлением и внутренним радиусом деформированного цилиндра) имеет точку максимума, за которой следует падающий участок. Наличие падающего участка может свидетельствовать о потере устойчивости цилиндра при раздувании.

Для изучения устойчивости цилиндра был использован бифуркационный подход, основанный на линеаризации уравнений равновесия в окрестности решений, полученных с использованием полуобратного метода. Линеаризованная система представляет собой систему трех дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Под точками бифуркации понимаются такие значения параметра нагружения (в качестве которого в зависимости от типа задачи использовались величина радиуса в деформированном состоянии, внутреннее давление, параметр дисклинации или дислокации), когда линеаризованная краевая задача имеет нетривиальное решение. Показано, что внутренние напряжения могут оказывать как стабилизирующее, так и дестабилизирующее влияние на процесс раздувания цилиндра.

Опыт разработки и реализации магистерской программы
«IT in Biomechanics» в рамках международного проекта ICARUS

Карякин М. И., Надолин К. А., Наседкин А. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
nadolin@math.sfedu.ru

В 2011–2014 гг. на мехмате ЮФУ выполняется международный образовательный проект ICARUS — «Internationalized Curricula Advancement at Russian Universities in the Southern region» («Интернационализация учебных планов уровня магистратуры в российских университетах южного региона») программы Евросоюза «Tempus-IV». Партнерами ЮФУ являются российские и европейские университеты: Воронежский государственный университет, Кубанский государственный университет (Краснодар), Южно-российский государственный технический университет (Новочеркасск), University of Linköping (Швеция), University of Twente (Голландия), Lappeenranta University of Technology (Финляндия), Leipzig University of Applied Sciences (Германия).

Основная задача проекта ICARUS состояла в разработке в российских университетах четырех новых магистерских программ, связанных между собой общей методологией и базирующихся на европейских стандартах и модульных принципах. Каждый российский университет осуществлял разработку одной программы, ориентированной на профиль подготовки магистров в этом университете, и эту работу курировали европейские университеты-партнеры. Так, коллектив ЮФУ занимался программой «IT in Biomechanics».

Выполняя проект, педагогические коллективы российских университетов-партнеров изучили опыт европейских коллег, посетив университеты-партнеры Германии, Голландии, Финляндии и Швеции. Преподаватели ознакомились с практикой применения в разных странах болонских принципов формирования магистерских программ, исходя из студенто-ориентированного подхода, изучили таксономию Блума, лежащую в основе формирования и формулирования результатов обучения, разобрали особенности применения кредитно-модульной организации обучения.

Важным направлением работы по проекту ICARUS является углубление и развитие партнерских связей между российскими и европейскими университетами с перспективой получения выпускниками дипломов двух университетов. Следует отметить, что на мехмате ЮФУ накоплен большой опыт академического сотрудничества с зарубежными вузами, в результате которого ежегодно от 2 до 4 наших студентов получают сразу два магистерских диплома.

В заключение следует отметить, что в сентябре 2013 года первая группа студентов приступила к обучению.

Работа выполнена при финансовой поддержке Еврокомиссии (проект 516857-TEMPUS-1-2011-1-SETEMPUS-JPCR программы Tempus-IV). Доклад отражает личное мнение авторов, и Комиссия не несет ответственности за какое бы то ни было использование представленной информации.

Моделирование гемодинамики и процессов регуляции кровообращения в системе коронарных артерий человека

Кизилова Н. Н.

Харьковский национальный университет

n.kizilova@gmail.com

Для диагностики стенозов коронарных сосудов используются неинвазивные (ангиография, томография) и инвазивные методы. Известно, что степень сужения эпикардальных сосудов не коррелирует с функциональной значимостью стеноза, и часто сосуды с сужением $>50\%$ обеспечивают нормальную перфузию миокарда, что связано с возможностями авторегуляции коронарных артерий. Признаком истощения возможностей авторегуляции считается различие во временах затухания основной и дикротической волн давления, измеренных проксимальнее P_a и дистальнее P_b стеноза. Биомеханическая интерпретация таких отличий в настоящее время отсутствует, что затрудняет оценку выраженности стеноза и принятие решения о необходимости стентирования.

В данной работе предложена модель коронарного русла в виде последовательного соединения двух нормальных (I, III) и суженного (II) артериальных сегментов с ветвящимся руслом коронарных артерий (Т). Каждый участок моделируется как вязкоупругая трубка с заданной стационарной и волновой проводимостью, на выходе давление постоянно и равно внутримиекардиальному. Вычисление стационарной и волновой проводимостей проводится по методу суммирования проводимостей параллельно и последовательно соединенных сосудов.

Расчеты параметров проходящих и отраженных волн проведены на основе линеаризованных уравнений Навье–Стокса. Показано, что при нормальной коронарной регуляции имеет место отрицательное отражение, генерирующее волну скорости, распространяющуюся по течению и обеспечивающее достаточную перфузию. Функциональная значимость стеноза связана с преобладанием положительного отражения и генерацией соответствующей волны против течения крови. Для принятия решения о необходимости стентирования предложен метод анализа интенсивностей проходящих и отраженных волн. Валидация модели проведена на основе результатов *in vivo* измерений кривых P_a и P_b инвазивно с помощью катетера на группе больных с диффузным поражением коронарных артерий. Показано, что результаты расчетов знака и интенсивности отраженной волны по предложенной модели коррелируют с общепринятыми в настоящее время для принятия решений показателями FFR и HSR. Таким образом, предложенный метод может использоваться для неинвазивной оценки функциональной значимости стеноза, путем использования данных ультразвукового обследования или магниторезонансной томографии на основе разработанной математической модели.

Исследование гравитационного оседания эритроцитов крови в наклонных трубках

Кизилова Н. Н., Черевко В. А.
Харьковский национальный университет
cherevko.vita@gmail.com

Анализ оседания эритроцитов крови является одним из основных неспецифических диагностических тестов, который используется во всем мире для диагностики воспалительных процессов в организме человека и животных. В разных странах приняты различные стандарты для проведения теста, включая трубки диаметрами от 1 до 3 мм и длиной от 10 до 20 см. Стандартное время оседания составляет, в зависимости от трубки, от 1 до 3 ч. Механизмы влияния различных биохимических факторов крови на оседание эритроцитов остаются до конца не ясными, однако практически все известные факторы вызывают уменьшение или увеличение скорости агрегации эритроцитов. Тест оседания эритроцитов в стандартной постановке является не вполне удовлетворительным, поскольку может наблюдаться начальное замедление оседания с последующим ускорением, так что через 1 ч после начала образец с патологически измененной кровью может показать незначительное оседание, и его отличие от образцов с нормальной кровью будет заметно только после 2–3 ч оседания. Таким образом, для целей диагностики важно ускорение проведения теста без снижения его чувствительности и специфичности.

Ранее авторами был предложен метод проведения теста в микрокапиллярах, что позволяет использовать микродозы крови, а также проведение оседания в неоднородном поле центробежных сил, что позволяет получать кривые полного оседания за 15–20 мин вместо 3–6 ч. В данной работе предложена модель оседания эритроцитов в наклонных трубках. Кровь рассматривается как трехфазная суспензия агрегирующих частиц. Уравнения баланса массы и импульсов фаз и уравнения кинетики агрегации осреднены по сечению трубки и в полученных квазиодномерных уравнениях присутствует дополнительный источник агрегации за счет сближения эритроцитов в сечении наклонной трубки под действием силы тяжести, что приводит к существенному уменьшению времени оседания. Полученная система уравнений в частных производных является гиперболической и ее решение получено методом характеристик. Разработано соответствующее программное обеспечение и проведено компьютерное моделирование кривых оседания при различных значениях начальной концентрации эритроцитов, скорости агрегации, размера и угла наклона трубки. Показано, что начальный наклон трубки приводит к ускорению оседания за счет появления дополнительного источника агрегации, но при больших углах наклона оседание замедляется за счет роста трения на внутренней стенке. На основе результатов моделирования определен оптимальный для диагностики угол наклона трубки.

Исследование механических свойств нанокompозитов
«хитозан – углеродные низкоразмерные структуры»

Кириллова И. В., Коссович Е. Л.

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

elena.kossovich@gmail.com

Композитные материалы на основе хитозана и различных упрочняющих компонентов считаются на сегодняшний день одними из наиболее перспективных материалов с точки зрения их использования в различных областях промышленности и медицины. Малая токсичность, биосовместимость, экологичность и улучшенная по сравнению с чистым хитозаном прочность при механических воздействиях считаются основополагающими характеристиками существующих и разрабатываемых композитов. Однако в настоящее время существует проблема малой изученности влияния структуры материалов на атомно-молекулярном уровне на их макро-характеристики. С целью установления указанных закономерностей мы провели анализ зависимости особенностей взаимного расположения и относительной концентрации компонент композитов на основе хитозана и углеродных низкоразмерных структур на механические свойства материалов на нано- и микроуровнях.

Были рассмотрены два вида пространственной конфигурации олигомеров хитозана — мембрана и волокно. Для расчета структуры и механических свойств хитозана и композитов на его основе был использован молекулярно-динамический метод на основе молекулярно-механического силового поля AMBER и гибридной атомистической/крупно-зернистой модели, построенной нами для упрощения исследования.

Расчеты механических характеристик структур типа «волокно», созданных из чистого хитозана, показали их заметное преимущество перед мембранными конфигурациями: в первом случае значения модуля Юнга варьировались от 41 МПа до 3 ГПа в зависимости от длины цепочек, а максимальное удлинение до разрыва составило от 1 до 4%. Во втором случае значения модуля Юнга не превосходили 5 МПа, максимальное удлинение при этом варьировалось от 1 до 2%.

При добавлении различной массовой доли графеновых частиц в вышеуказанные структурные конфигурации хитозана наблюдался значительный рост и улучшение механических характеристик получаемых композитов. Структуры типа «мембрана» с добавлением 1–5% массы графеновых наночастиц (таких частиц, наибольший линейный размер которых не превосходит 1 нм) показали рост значений модуля Юнга на 200–400%. Внедрение однослойных углеродных нанотрубок (от 5 до 20%) в структуры типа «волокно» позволило увеличить значения модуля Юнга такого композита до 11.3 ГПа, при этом критическое удлинение возросло от 4 до 13%.

Все указанные результаты были верифицированы с использованием молекулярно-динамической атомистической модели и известных эмпирических данных.

Задача устойчивости двумерных непараллельных течений с нулевым средним

Кириченко О. В., Ревина С. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

olya-splash-1@mail.ru

В работе рассматривается двумерное $\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ движение вязкой несжимаемой жидкости под действием поля внешних сил $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$, периодического по пространственным переменным x_1, x_2 с периодами L_1 и L_2 соответственно, описываемое системой уравнений Навье–Стокса:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} - \nu \Delta \mathbf{v} = -\nabla P + \mathbf{F}(\mathbf{x}, t), \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

где ν — безразмерная вязкость. В качестве краевых условий задается условие периодичности поля скорости \mathbf{v} по пространственным переменным x_1, x_2 с периодами L_1, L_2 . Предполагается, что один из пространственных периодов $L_2 = 2\pi/\alpha$ стремится к бесконечности, когда волновое число $\alpha \rightarrow 0$. Средняя по пространству скорость считается заданной

$$\langle\langle \mathbf{v} \rangle\rangle = \mathbf{q}.$$

Строится длинноволновая асимптотика задачи устойчивости стационарного течения, когда основное поле скорости принадлежит классу непараллельных течений специального вида

$$\mathbf{V} = (\alpha V_1(z), V_2(x_1)),$$

обобщающих классическое течение Колмогорова с синусоидальным профилем скорости

$$\mathbf{V} = (0, \gamma \sin x_1).$$

Предполагается, что среднее скорости основного течения вдоль длинного периода равно нулю $\langle V_2 \rangle = 0$.

В работе рассматривается линейная спектральная задача. Получены условия, при которых происходит колебательная потеря устойчивости основного течения. Найдены первые члены длинноволновой асимптотики собственных значений, собственных функций, критического значения вязкости. Коэффициенты асимптотических разложений явно выражаются через некоторые вронскианы, применяются также интегральные операторы типа Вольтерра. Приведены примеры расчета коэффициентов для конкретных течений, а также дана предварительная визуализация ответвляющихся автоколебаний.

Полученные результаты предполагается применить для вывода рекуррентных формул k -го члена асимптотики линейной спектральной задачи подобно тому, как это проделано для случая параллельного основного течения, а также для вывода формул общего члена асимптотики автоколебаний, ответвляющихся от основного течения. В дальнейшем будет рассмотрен вырожденный случай, при котором происходит монотонная потеря устойчивости, которая обоснована другими методами для течения Колмогорова. Возможность обоснования монотонной потери устойчивости стационарных течений играет ключевую роль при рассмотрении основных течений, периодически зависящих от времени.

Комплексная оценка баланса сил протеза клапана аорты с бесшовным способом имплантации

**Клышников К. Ю.¹, Нуштаев Д. В.², Овчаренко Е. А.³,
Саврасов Г. В.⁴**

¹Кемерово, НИИ комплексных проблем сердечно-сосудистых заболеваний СО РАМН

²Москва, ООО «Тесис»

³Кемерово, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН

⁴Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана
ov.eugene@gmail.com

В последние годы метод бесшовного протезирования клапана аорты стал распространенной процедурой в развитых странах для пациентов высокого операционного риска, однако наличие ряда осложнений обуславливает необходимость углубленной оценки биомеханического взаимодействия в комплексе «протез – аорта». Сложная пространственная геометрия подобных протезов и физико-механические характеристики используемых материалов не позволяют провести подобную оценку расчетными методами, поэтому конечно-элементный анализ представляется перспективным подходом в отношении подобных медицинских изделий. Таким образом, цель настоящей работы заключалась в оценке взаимодействия пары «аорта – протез клапана с бесшовным способом имплантации» с точки зрения баланса сил системы.

В эксперименте было проанализированы два принципиально-различных подхода к проектированию опорных каркасов: «универсальный» — единый каркас для различных типоразмеров корня аорты и «специфический», при котором варьировали диаметр каркаса в зависимости от типоразмера. Кроме того, были использованы различные варианты модификации данных конструкций. В качестве целевого места имплантации использовали модели корня аорты четырех основных типоразмеров 19–25 мм. Модель материала для опорного каркаса представляла собой нелинейное описание никелида титана по Ауриччио, для корня аорты – полиномиальную модель второго порядка для пациентов без патологических изменений и линейную — для пациентов с кальцинозом клапана аорты 2–3 степени.

В ходе эксперимента оценивали контактное давление, площадь контакта; максимальное значение напряжения по Мизесу; значения радиальной силы и силы трения; балансный диаметр, создаваемый конструкциями в области фиброзного кольца и синотубулярного сочленения.

Было установлено, что максимальные значения напряжения не превышали предела прочности аорты с минимальным коэффициентом надежности — 1,85, однако полученные показатели контактного давления имели значения, отличающиеся более чем на два порядка от физиологических. Также было установлено, что использование универсальной конструкции каркаса бесшовно-имплантируемого протеза затруднено вследствие широкого диапазона балансных диаметров корня аорты. Использование модификаций конструкции опорного каркаса, в частности увеличение диаметра дистальной, либо средней зон, способно существенно улучшить его функциональные характеристики с точки зрения баланса радиальных сил и сил трения.

Математическое моделирование массопереноса в испаряющейся капле коллоидного раствора с учетом капиллярных и гравитационных сил

Колегов К. С.

Астраханский государственный университет

k_k_s_87@mail.ru

Процессы, протекающие в испаряющихся с непромокаемого основания каплях, привлекают внимание исследователей многих стран в связи с прикладным характером задачи. Массо- и теплоперенос, структурообразование и другие явления, наблюдаемые в рассматриваемых открытых системах, используются в печати, создании сенсорных экранов, аккумулирующих солнечную энергию, тестировании лекарственных средств, медицинской диагностике, испарительной литографии, задачах охлаждения поверхности технических устройств и других приложениях. Существует множество математических моделей, описывающих эффект кофейных колец. Как правило, теоретики рассматривают частный случай, когда размер капли меньше капиллярной длины (число Бонда $Bo < 1$). По этой причине во внимание берутся лишь капиллярные силы, а силами тяжести пренебрегают. Тем не менее, эффект кофейных колец наблюдается и в случае макрокапли (капли, для которой $Bo > 1$). Целью данной работы является математическое описание перераспределения взвешенных в макрокапле частиц вследствие потери жидкости. В рассмотрение берется тонкая капля (высота капли много меньше диаметра ее основания) разбавленного раствора. Считаем, что коллоидные частицы находятся продолжительное время во взвешенном состоянии, поэтому седиментацией пренебрегаем. Полагаем, что испарение жидкости происходит медленно, тогда термокапиллярное и термогравитационное течение допустимо исключить из внимания. Рассматривается гидродинамический этап (зadolго до формирования твердой фазы), на котором вязкость, плотность, коэффициент поверхностного натяжения и диффузии допустимо считать постоянными величинами. Для построения модели использовались предыдущие результаты (Колегов К. С., Вестник ЮУрГУ, 2014; Колегов К. С., Лобанов А. И., Вестник РУДН, 2014). В систему уравнений входит уравнение движения (с учетом вязкости), уравнение неразрывности и уравнение конвекции–диффузии. Для описания плотности потока пара используется одна из аппроксимационных формул (Fischer В. J., Langmuir, 2002). Выражение для начальной формы капли берется из результатов работы предшественников (Bartashevich M. V. et. al., MST, 2010). Результаты проведенного численного моделирования качественно согласуются с экспериментальными наблюдениями (Deegan R. D., Phys. Rev., 2000). Массовая доля частиц с течением времени значительно возрастает вблизи периферии макрокапли вследствие выноса течением компенсационной природы. Следует отметить, что разработанная модель подходит для разных размеров капель ($Bo < 1$, $Bo \geq 1$), то есть является в этом плане обобщенной.

Автор выражает благодарность за полезные советы и внимание к работе проф., д. ф.-м. н. Ю. Ю. Тарасевичу и проф., д. ф.-м. н. А. И. Лобанову.

Чистый изгиб раздутой упругой кривой трубки

Колесников А. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
Alexey.M.Kolesnikov@gmail.com

В данной работе исследуется чистый изгиб тонкостенной прямой и кривой трубок. Исследование проводится в рамках теории нелинейно-упругих безмоментных оболочек типа Кирхгофа–Лява. Поперечное сечение трубок принимается замкнутым. Решение задачи основано на известном полубратном представлении, позволяющем разложить деформацию на две части: постоянный относительный поворот поперечных сечений друг относительно друга и деформацию поперечного сечения. В рамках теории оболочек такое разложение сводит двумерную задачу статики к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

Разрушение тонкостенной конструкции при изгибе может происходить по различным причинам, в частности, при достижении предела прочности материала, за счёт эффекта Бразье (уменьшение изгибной жёсткости, вследствие сплющивания сечения), потери устойчивости стенок при сжатии.

Для тонкостенной трубки из высокоэластичного материала наиболее вероятным и опасным является потеря устойчивости стенок при появлении сжимающих усилий, которые появляются в конструкции задолго до появления эффекта Бразье и достижения предела прочности материала. Для трубки замкнутого сечения наличие внутреннего давления в некоторой мере восстанавливает несущую способность конструкции. С ростом давления сжимающие усилия будут появляться при большем изгибающем моменте.

Анализ проблемы устойчивости и локального выпучивания в конструкции очень сложен. В качестве модели можно использовать приближённый метод теории мягких оболочек. В оболочке возможно появление сжимающих усилий в одном или двух главных направлениях. Если сжимающие усилия возникают в двух направлениях, то согласно теории мягких оболочек, будем считать, что в этой области оболочка ненапряжена. Если сжимающие усилия возникают только в одном направлении, то будем считать, что в этой области оболочка находится в состоянии одноосного растяжения в перпендикулярном направлении.

В данной работе исследуется чистый изгиб прямой и кривой тонкостенной нелинейно-упругой трубки в рамках теории мягких оболочек. Решение краевой задачи для системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений осуществляется численным методом пристрелки с использованием метода Рунге–Кутты с контролем погрешности на шаге. Построены зависимости между кривизной и изгибающим моментом для прямой и кривой трубок под действием различных внутренних давлений. Рассмотрены трубки различной начальной кривизны и формы сечения.

Данное исследование поддержано Российский Фондом Фундаментальных Исследований (грант 12-01-00038).

Расчет прочности трубопровода с дефектом на основе конечноэлементной модели

Колосова Е. М., Ляпин А. А., Чебаков М. И.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики

и.м. Воровича И. И. ЮФУ

chebakov@math.sfedu.ru

Рассмотрен процесс контактного взаимодействия стальной цилиндрической трубы и бандажа при наличии дефекта типа включения в приповерхностных слоях трубы под бандажом. На внутренней поверхности трубы задана переменная во времени равномерно распределенная нагрузка. Рассматриваются два варианта взаимодействия трубы и бандажа: жесткое соединение и контакт с кулоновским трением. Также рассматриваются различные варианты нестационарного изменения нагрузки, в том числе резкого изменения, имитирующего гидравлический удар в трубопроводе.

В настоящее время одним из наиболее эффективных способов ремонта магистральных нефте-газотрубопроводов с поверхностными дефектами без остановки их эксплуатации является установка бандажей из различных материалов с предварительным заполнением объемных поверхностных дефектов, вызванных, например, коррозией, различными наполнителями. Поставленная задача может рассматриваться как математическая модель такого трубопровода с приповерхностным объемным дефектом после ремонта.

На основе метода конечных элементов исследовано НДС трубопровода и определено влияние механических и геометрических параметров конструкции, а также характера изменения нагрузки на концентрацию напряжений в окрестности дефекта. Полученные результаты представлены в виде рисунков, таблиц и графиков.

Задача решалась с помощью конечно-элементного пакета ANSYS. Конечно-элементное разбиение строилось свободным образом с помощью элементов пирамидальной формы и сгущалось в трубе при приближении к включению, а также в самом включении для достижения оптимальной точности расчетов. В некотором отдалении от включения в трубе сетка конечных элементов делалась крупнее, так как упругие поля в этой зоне не представляют большого интереса, а время расчета, как известно, значительно зависит от количества элементов. Была проведена проверка точности проведенных расчетов путем изменения количества узлов в построенной конечно-элементной модели.

Для моделирования динамического процесса был выбран FULL TRANSIENT анализ с оптимальным разбиением по времени с тем, чтобы выбранное разбиение обеспечивало достаточную точность решения для полученной конечно-элементной сетки. При использовании большего шага по времени моделирование показывало менее точные результаты. При различных разбиениях областей определялся наиболее оптимальный шаг по времени. Учитывая нелинейность задачи, для решения был использован несимметричный решатель.

Проведение расчетов напряженно-деформированного состояния проводилось при различных режимах нагружения внутренним переменным во времени давлением и различных геометрических и физико-механических параметрах деталей рассматриваемой механической системы.

Конечноэлементный анализ собственных колебаний компрессорно-конденсаторного агрегата

Красновская С. В.¹, Напрасников В. В.¹, Скалиух А. С.²

¹*Минск, Белорусский национальный технический университет*

²*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

N_V_V@tut.by

Компрессорно-конденсаторный агрегат состоит из компрессора и малошумного электродвигателя, которые вместе со вспомогательными аппаратами и механизмами смонтированы на общей раме. Некоторые элементы компрессорно-конденсаторного агрегата могут вызывать паразитные механические колебания системы в целом, что может привести к поломке и выходу машины из строя. В связи с экономическими и экологическими ограничениями резонансные явления для агрегатов должны выявляться еще на ранних стадиях разработки, для чего применяются расчетные методы, основанные на использовании конечно-элементных моделей. Среди доступных методов извлечения мод колебаний рассматривались блочный метод Ланцоша с прямым решателем, метод Ланцоша с итерационным решателем, суперузловой метод, метод редукции Хаусхолдера. Для облегчения создания конечно-элементной модели были произведены упрощения, не влияющие существенно на распределение частот собственных колебаний компрессорно-конденсаторного агрегата. Сравнивались следующие варианты решения и извлечения форм: блочным методом Ланцоша с прямым решателем; методом Ланцоша с итерационным решателем; суперузловым методом. При расчете конструкции первым методом была получена таблица собственных частот, определены время расчета, максимальный объем запрашиваемой памяти и занимаемого дискового пространства при решении. Первая собственная частота оказалась равной $\omega_1=57,517$ Гц. В расчетном диапазоне разница между значениями собственных частот, полученными методом Ланцоша и суперузловым методом, составила 0,05%. Расчет суперузловым методом занял немного больше времени, чем блочным методом Ланцоша, но был заметно быстрее итерационного метода решения. Итерационный решатель надежен, но работает медленнее из-за ограничений пропускной способности памяти и размера кэша. При сравнении блочного метода Ланцоша и суперузлового метода при вычислении первых шести мод были приняты во внимание доли участия массы конструкции. При этом оказалось, что для блочного метода Ланцоша доли массы при перемещении вдоль осей X , Y и Z равны соответственно 0.955768, 0.964578 и 0.806257, а для суперузлового метода доли массы при перемещении вдоль осей X , Y и Z равны соответственно 0.975652, 0.967924 и 0.823833. Несмотря на превосходство долей массы, определенных в суперузловом методе, полученный блочным методом Ланцоша, результат также приемлем, так как здесь задействовано более 80% массы конструкции. Дальнейшее наращивание числа извлекаемых мод не эффективно и лишь приводит к увеличению времени расчета без существенного повышения точности. Исходя из этого, при создании оптимизационной модели в модальном анализе на основе конечно-элементного подхода для извлечения форм и частот колебаний эффективнее использовать блочный метод Ланцоша.

Использование механических моделей при анализе результатов стабилметрических исследований

Кручинин П. А.

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

pkruch60@yandex.ru

Для решения ряда задач современной нейрофизиологии требуется сравнительный анализ изменения постурологических характеристик людей разного возраста. При этом часто приходится анализировать систему управления движением для людей с различными антропометрическими данными. В то же время, например, при исследовании развития системы управления движением человека при взрослении желательнее по-возможности снизить эффекты, связанные с изменением антропометрических параметров. Для части задач отличие в антропометрических характеристиках может быть учтено с помощью теории размерности и подобия, однако в ряде случаев соблюдение требований подобия невозможно или требует изготовления индивидуальной оснастки при проведении обследований. В таком случае для нормализации параметров характеризующих рассматриваемое движение обследуемого предлагается использовать информацию об оптимальном решении механической задачи, моделирующей рассматриваемый тест.

В докладе рассматриваются пример применения подобной методики в задаче быстрогодействия при выполнении человеком стабилметрического теста со ступенчатым возмущением. Тест состоит в следующем. Человек стоит на платформе стабилоанализатора перед экраном, на котором изображена мишень и отображается движение центра давления человека, определяемое по показаниям стабилоанализатора. В начале теста центр мишени совмещён со средним положением центра давления человека на опорной плоскости. В ходе теста производят изменение положения мишени и человека просят быстро изменить положение туловища за счет изменения угла в голеностопном суставе таким образом, чтобы совместить образ центра давления на экране с центром мишени и удерживать его в окрестности последнего. Величина смещения задается в результате предварительной калибровки в соответствии со способностями и возможностями обследуемого.

Этому тесту ставится в соответствие решение задачи быстрогодействия для изменения положения перевернутого маятника, управляемого с помощью ограниченного по величине момента, приложенного в опорной точке. Величина изменения угла отклонения маятника от вертикали задается в соответствии с условиями проведения теста, а максимальная величина момента определяется ростом и весом обследуемого. Время изменения положения маятника принимается за единицу нормализованного времени. Приводятся результаты расчета нормализованного времени изменения позы и нормализованной скорости выполнения движения для добровольцев, рост которых меняется в диапазоне от 160 до 192 см.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 12-01-00839)

Исследование гидродинамических характеристик нового полнопроточного искусственного клапана сердца МедИнж-СТ

Курапеев Д. И.¹, Хоробров С. В.², Юхнев А. Д.²

¹*Санкт-Петербург, Федеральный центр сердца, крови и эндокринологии
им. В. А. Алмазова Минздрава России*

²*Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
svyatoslav.khorobrov@gmail.com*

В работе рассмотрена методика измерения основных гидродинамических характеристик искусственных клапанов сердца на новой экспериментальной установке, проведено сравнение нового полнопроточного отечественного клапана сердца с серийными моделями дискового и двустворчатого клапанов по основным гидродинамическим характеристикам.

Искусственные клапаны сердца — механические или биологические протезы, задача которых — обеспечить однопламенный пульсирующий поток крови. Одним из недостатков используемых сейчас дисковых и двустворчатых клапанов является разделение потока на несколько струй. Дополнительные возмущения, вносимые ими в поток, могут привести к травме крови и последующему образованию тромбов. Механические клапаны сердца, лишённые этого недостатка, называют полнопроточными. В частности, оригинальная конструкция створок клапана МедИнж-СТ обеспечивает близкий к физиологическому центральный поток крови.

Исследования характеристик проводились на аппаратно-программном комплексе для исследования искусственных клапанов сердца, включающем в себя пульсодубликатор ViViTro Labs Inc. (Канада), а также измерительную и управляющую аппаратуру: трехканальную систему измерения давления, электромагнитный расходомер, контроллер насоса, АЦП/ЦАП и компьютер с программным обеспечением ViViGen и ViViTest. Преимущества комплекса — широкий диапазон физиологических режимов, компьютерное управление формой кривой расхода, моделирование упругих свойств желудочка и аорты, возможность быстрой замены исследуемых клапанов, возможность визуализации работы элементов клапана и потока за ним, синхронное измерение расхода и давлений, расчет характеристик клапанов в аортальной и митральной позициях, компактность, малый объем рабочей жидкости.

В рамках данной работы измерены характеристики трех отечественных клапанов: ЛИКС-2, МедИнж-2 и МедИнж-СТ в аортальной позиции при пульсовом давлении 40 мм рт. ст., систолическом давлении 120 мм рт. ст., ударном объеме 45–105 мл, частоте сокращений желудочка — 70–110 уд/мин.

Произведено сравнение клапанов по индексу производительности, объему регургитации и потерям энергии за цикл. Показано гемодинамическое преимущество нового клапана МедИнж-СТ, проходящего в настоящее время клинические испытания.

О научной работе магистра с базовым медицинским образованием

Курбатова Н. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
nvkurbatova@sfedu.ru

В настоящее время на факультете математики механики и компьютерных наук все чаще встречаются успешные примеры обучения магистров с непрофильным базовым образованием, в том числе, с медицинским. Чем обусловлены такие тенденции?

Все глубже внедряются компьютерные технологии в медицину. Диагностическое оборудование теперь, как правило, снабжено мощными компьютерами, которые позволяют сохранять огромные массивы информации, в цифре или изображениях. Экспертирование, главным образом, проводится специалистами, но наличие наборов данных, которые могут стать базой для обучения, является весьма привлекательным для разработки автоматических диагностических систем.

В отсутствие экспертных оценок нейросетевые подходы, в частности, сети Кохонена являются весьма эффективными для выделения групп. Наличие обучающих множеств, наборов многопараметрических объектов, с заключениями экспертов о принадлежности к конкретному классу дают возможность построить классификационное правило, которое может определить автоматическую диагностику. Нейросетевой алгоритм обратного распространения ошибки оказывается весьма эффективным в задачах классификации. В настоящее время существуют пакеты, в которых реализованы эти возможности (Statistica, Matlab).

К числу востребованных задач на этапе препроцессинга данных, предварительной обработки, является конвертирование исходных, неподходящих для исследования, данных к комплектным.

Кроме реализации стратегии выбора комплектных фрагментов заданного или максимального размера, возможно построение оценок для пропущенных признаков объектов, с помощью методов главных компонент, наименьших квадратов или наибольшего правдоподобия. Во всех случаях важно оценить меру качества реконструкции данных.

Компьютеризация медицинских учреждений и рост мощностей, позволяет хранить обширные базы данных на регулярной основе. Изучение закономерностей в рамках отдельных заболеваний, выявление периодичности, в том числе, с учетом возрастных групп и территорий, влияние динамики различных заболеваний друг на друга, определение неблагополучных районов, построение прогнозов по отдельным заболеваниям — это задачи, которые могут быть поставлены и решены в результате анализа таких многопараметрических по своей природе баз данных.

Владение спецификой медицинской практики, позволит верно сформулировать вопрос в рамках эксперимента на стыке наук.

Частичное осреднение искомым и неопределенность их значений в условиях бифуркации решения

Ларченко В. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет

lar@aanet.ru

Пусть $\{\bar{S}_i(r_i)\}_{i=1}^{\infty}$ — последовательность замкнутых шаров в области изменения независимых переменных D , $\bar{S}_{i+1}(r_{i+1}) \subset \bar{S}_i(r_i)$, r_i — радиус $\bar{S}_i(r_i)$, причем $r_i \rightarrow 0$ при $i \rightarrow \infty$. Известные автору уравнения движения континуума в приближении классической механики сформулированы при неявном предположении о существовании единственной точки $\mathcal{A} \in \bigcap_{i=1}^{\infty} \bar{S}_i(r_i)$.

На примере конвективного течения вязкой жидкости автором выписана последовательность $n + 1$ стационарных уравнений. Они выведены в рамках гипотезы о том, что в пересечении $\bigcap_{i=1}^{\infty} \bar{S}_i(r_i)$ каждой последовательности $\bar{S}_1(r_1) \supset \bar{S}_2(r_2) \supset \dots$ существует $n < \infty$ топологически неотделимых точек. При $n = 1$ предложенная модель совпадает со связной системой Навье–Стокса и теплопроводности в приближении Обербека–Буссинеска. Если $n > 1$, то она позволяет исследовать течение локально неоднородного континуума со сложными теплофизическими свойствами. Объясняется это тем, что коэффициент объёмного расширения β и теплоемкость c дифференциального элемента в D отождествляются с последовательностями из R^n с ограничениями на координаты β_j и c_j : $|\beta_j - \langle \beta \rangle| \ll \langle \beta \rangle$, $\sum_{j=1}^n c_j = \langle c \rangle$. Здесь $\langle \beta \rangle$ и $\langle c \rangle$ — осредненные β и c соответственно до значений, которые отвечают локально однородной среде.

Новая модель включает в явном виде статистическое осреднение инерционных членов. Цель такой постановки обусловлена анализом влияния различных схем осреднения на свойства бифуркации решения. Отличие критических температур $\{\theta_k\}$, получаемых интегрированием наших краевых задач, заключается в том, что $\min_k \{\theta_k\}$ меняется в интервале $(\theta^* - \varepsilon, \theta^* + \varepsilon)$, $0 < \varepsilon \ll \theta^*$, и не сводится к одному собственному значению θ^* , отвечающему случаю $n = 1$. Анализом течения между двумя вертикальными изотермическими плоскостями в однородном гравитационном поле оценен порядок $\varepsilon \sim 10^3$ при $n = 4$, $j = 1, 2$, $\beta_j = \langle \beta \rangle(1 + \gamma)$, $\beta_{j+2} = \langle \beta \rangle$, $\gamma \in (-c^0, c^0)$, $c_j = c^0(2d - 1)$, $c_{j+2} = 0.5 + c^0(1 - 2d)$, $\langle c \rangle = 1$, $d \in [1, 5]$, $c^0 = 0.05$ для числа Прандтля равного 5.4 и $\theta^* = 14334.32$. В приведённом расчётном варианте характерные для критических чисел явления могут реализоваться в ε -окрестности точки $\min_k \{\theta_k\}$, где ε зависит от c^0, d, γ .

Два подхода к асимптотическому интегрированию обобщенной задачи конвекции

Левенштам В. Б.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

vleven@math.rsu.ru

В докладе речь пойдет о двух способах построения и обоснования асимптотик периодических по времени решений обобщенной задачи конвекции в поле быстро осциллирующих сил. Напомним, что в качестве математической модели традиционной задачи конвекции используется, как правило модель Обербекка–Буссинеска. Она представлена системой, которая состоит из уравнений Навье–Стокса, уравнения неразрывности и уравнения теплопроводности. Неизвестные скорость жидкости и ее температура связаны этой системой в младших членах. При рассмотрении конвекции в быстро осциллирующем подогреваемом сосуде часто используется подвижная система координат, связанная с сосудом. Если амплитуда осцилляций является малой величиной, обратной высокой частоте осцилляций, в уравнении Навье–Стокса рассматриваемой системы появляется линейным образом зависящее от температуры быстро осциллирующее слагаемое, пропорциональное частоте. В рассматриваемой нами обобщенной задаче конвекции старшая часть задачи та же, что и в случае традиционной задачи, но младшие члены имеют существенно более сложный вид. Именно, здесь роль массовых сил и тепловых источников играют выражения, полиномиальным, произвольной степени, образом зависящие от неизвестных скорости и температуры.

В докладе будет сделано предположение, что отвечающая исходной обобщенной задаче предельная задача имеет невырожденное стационарное решение. При этих и некоторых естественных дополнительных условиях докладчиком совместно с Н. С. Ивлевой построена и обоснована полная асимптотика периодического по времени (того же периода, что и члены задачи) решения. Используемый при этом способ асимптотического интегрирования базируется на методе пограничного слоя, применяемого непосредственно к исходной задаче.

В 70-х годах прошлого века И. Б. Симоненко предложил один способ асимптотического интегрирования абстрактных параболических уравнений, к которому относится и обсуждаемая задача. Этот способ состоит в применении метода Ньютона–Канторовича непосредственно к исходной нелинейной задаче. К сожалению, полученные в результате линейные задачи все еще зависят от асимптотического параметра. И. Б. Симоненко предполагал их решать (асимптотически) при помощи метода пограничного слоя. Предлагаемый способ более естественный и удобный (на наш взгляд) для обобщенной задачи конвекции. Он состоит в непосредственном применении метода пограничного слоя к исходной нелинейной задаче.

Нечеткие модели комплексной оценки учебных достижений обучаемых

Лобова Т. В., Ткачев А. Н.

Новочеркасск, Южно-российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М. И. Платова

qwest64@yandex.ru

Рассматривается задача формализованной оценки уровня подготовки обучаемых по результатам тестирования при проведении текущей или промежуточной аттестации. Предлагается способ адаптивного оценивания результатов прохождения теста, основанный на аппарате нечетких множеств. Пусть каждому тестовому заданию s_i , $i = \overline{1, n}$ поставлен в соответствие балл a_i , которым оценивается его правильное выполнение. Общий балл X , набранный обучаемым при тестировании, равен:

$$X = \sum_{i=1}^n a_i I(s_i), \quad (1)$$

где $I(s_i)$ – индикатор выполнения задания s_i , значение которого равно 1, если ответ правильный, и 0 в противном случае. Суммарный балл X вида (1) рассматривается как случайная величина (СВ). Ставится задача оценивания уровня подготовки обучаемого по реализации СВ (1). Решение задачи сводится к заданию решающего правила (классификатора), позволяющего по реализации СВ (1) отнести уровень подготовки к одному из заданных классов E_1, E_2, \dots, E_m , например: $E_1 =$ отлично, $E_2 =$ хорошо, $E_3 =$ удовлетворительно, $E_4 =$ неудовлетворительно.

Функция распределения (ФР) $F(x)$ СВ (1) ищется в виде

$$F(x) = \sum_{k=1}^m p_k F_k(x), \quad (2)$$

где p_k – вероятность отнесения X к классу E_k ; $F_k(x)$ – условная ФР СВ X .

Оценка условных ФР осуществляется на этапе настройки модели (1), (2) по результатам «ручной» проверки тестовых заданий. В результате для каждого класса E_k формируется множество (выборка) соответствующих ему реализаций СВ (1), по которой выполняется оценка условной ФР с использованием критериев согласия. Классификатор, позволяющий по реализации СВ $X = X_j$, соответствующей результату j -го обучаемого, отнести его уровень подготовки к классу E_k , является байесовским. Он определяется в результате анализа значений условных вероятностей вида:

$$P\{X \in E_i / X = X_j\} = \frac{p_i P\{X = X_j / X \in E_i\}}{\sum_{k=1}^m p_k P\{X = X_j / X \in E_k\}}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (3)$$

Вероятности p_k в формуле (3) определяются в результате настройки модели с использованием данных «ручной» проверки. После этого отнесение уровня подготовки обучаемого к классу E_r осуществляется в случае, когда соответствующая классу E_r условная вероятность (3) является наибольшей для $i = \overline{1, m}$.

Результаты работы получены при поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания на проведение НИОКР, шифр заявки № 2819.

Расчет нагрузочной способности в цилиндрических зубчатых передачах численными методами

Луконин А. Ю., Соловьев А. Н.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

Основной целью работы является разработка методов численного исследования контактных давлений и изгибных напряжений в цилиндрических косозубых зубчатых передачах. Сформулированы три основные задачи: 1) разработать методы численного моделирования задачи упругого контакта одной и более пар зубьев в цилиндрической косозубой зубчатой передаче с произвольным контуром в торцовом сечении; 2) разработать численную модель имитации процесса приработки рабочих поверхностей зубьев; 3) разработать численную модель упруго-гидродинамического контакта согласованных и несогласованных поверхностей зубчатых передач, позволяющую определить взаимное влияние приработки передачи, погрешностей монтажа и толщины смазочной пленки на нагрузочную способность передачи.

Разработан комплекс программ, который, с использованием конечноэлементных пакетов ANSYS и FreeFem++, позволяет с заданной погрешностью определять нагрузочную способность передачи, учитывая приработку рабочих поверхностей зубьев и расцентровку осей передачи. Разработанные численные модели были применены к трем известным зубчатым передачам: эвольвентной передаче, передаче Новикова с двойной линией зацепления (Урал-2Н) и передачи Новикова с контуром Гребенюка.

Серия расчетов позволила сделать следующие выводы: 1) результаты расчетов нагрузочной способности разработанными методами для эвольвентной передачи и передачи Урал-2Н хорошо согласуются с теоретическими расчетами; 2) применение разработанной модели решения задачи упругого контакта для передачи с изначально согласованными рабочими поверхностями (передача Новикова с контуром Гребенюка) показал, что на средней линии зуба, на периферии пятна контакта, располагаются зоны с аномально высокими контактными давлениями, значительно превосходящими давления в центре пятна контакта и эквивалентной эвольвентной передаче; 3) на основе модели технологической процедуры приработки зубьев передачи показано, что в согласованных упругих контактах приработанных передач Новикова зоны с максимальными давлениями также располагаются на периферии пятна контакта в окрестности средней линии зуба; 4) численные расчеты показали, что в упругом контакте передача Новикова с контуром Гребенюка имеет высокую чувствительность по отношению к параллельной расцентровке осей передачи.

Был разработан численный алгоритм определения толщины и скоростей сжатия масляной пленки. Задача упруго-гидродинамического контакта была решена с использованием конечноэлементного пакета FreeFem++. Результаты расчетов упруго-гидродинамического контакта в зубчатых зацеплениях позволили установить важную роль смазочной пленки в формировании поля контактных давлений в контакте согласованных поверхностей.

Исследование устойчивости оболочек вращения с периодической структурой срединной поверхности на основе метода Флоке–Ляпунова

Макаров С. С., Устинов Ю. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

makarov-sergey-rostov@mail.ru

Для исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) и устойчивости оболочек вращения с произвольной формой меридиана в рамках гипотез Киргоффа–Лява получены новые (по форме) нелинейные уравнения равновесия. Для исследования устойчивости осесимметричного решения оболочек с периодической геометрической структурой срединной поверхности разработан новый в рассматриваемом классе задача алгоритм, который опирается на теорию Флоке–Ляпунова.

В качестве объектов исследования были выбраны два типа гофрированных оболочек.

Процедура исследования устойчивости состояла из трех этапов.

На первом этапе уравнения равновесия осесимметричного НДС сводились к системе 6 обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, которая интегрировалась методом пристрелки.

На втором этапе уравнения равновесия несимметричного НДС линеаризовывались методами теории возмущений в классе периодических по окружной координате гармонических функций около осесимметричного решения и методом разделения переменных сводились к системе 8 обыкновенных дифференциальных уравнений.

Дальнейшая процедура сводилась к численному построению матрицанта M , как функции параметра "нагрузки" и построению матрицы $B = M^n$, где n — число периодов. Критическое значение нагрузки определялось численным образом из условия обращения в ноль определителя одного из миноров матрицы B , выбор которого определялся типом граничных условий на торцах оболочки.

Метод был реализован для следующих типов внешних нагрузок и граничных условий на торцах:

- гидростатическое давление, жесткое заделка торцов;
- осевое сжатие, скользящая заделка торцов;

а также были проведены исследования влияния монтажных погрешностей на НДС и устойчивость оболочки.

В ходе исследований были найдены "точки сгущения" критических значений нагрузки, когда одному критическому значению отвечало несколько целочисленных значений параметра волнообразования по окружной координате, что по-видимому означает возникновению вмятин на отдельных выпуклостях оболочки.

Сравнительный анализ эффективности предлагаемого метода с методом прогонки показал, что метод, основанный на теории Флоке – Ляпунова значительно эффективней с точки зрения временных затрат, особенно при исследовании устойчивости достаточно длинных оболочек.

Калибровочная модель поступательных локомоций (теория и эксперимент)

Марценюк М. А., Сыпачев С. С.

Пермский государственный национальный исследовательский университет
sypacev_s_s@mail.ru

Исследование локомоции — это одно из важных направлений биомеханики. На сегодняшний день создано большое число различных моделей самодвижения как естественных (биологических), так и искусственных объектов, возникающего за счет изменения их формы и контакта с внешней средой (ходьба, ползание, плавание и т. п.). Однако физическое описание этих процессов до конца не развито. Так, например, в статье Смолянинова (*Успехи физических наук*, 2000, 170 (10), С. 1063–1018) собран большой экспериментальный материал и дано описание множества локомоторных циклов, в частности, поступательного движения насекомых, пресмыкающихся и ряда животных, а также ходьбы человека; представлены стратегия и различные методы исследования локомоций (следовые дорожки, нотограммы и пр.). В задаче кинематического управления и описания локомоторных синергий автор предлагает использовать геохронометрический подход, который затем связывает с релятивистской кинематикой. Однако, модель поступательного движения, которая позволила бы связать изменение формы тела с его перемещением в пространстве (модель локомоторной связи), в работе не представлена. Как следствие, в исследовании отсутствуют экспериментальные данные или количественные оценки движения.

В работе построена калибровочная модель поступательного движения самодеформирующихся тел (ходьба, ползание и т. п.), в рамках которой изменение формы тела связывается с его смещением в пространстве (локомоторная связь). Действие сил трения, трудно поддающихся прямому учету, рассматривается как присоединение к определенной точке движущегося тела некоторой массы (модель присоединенной массы). Создана натурная модель тела, взвешенного на воздушной подушке. Поступательные локомоции реализованы за счёт изменения формы тела и присоединения к нему масс. С помощью скоростной фотографии определялись текущие координаты точек тела и затем идентифицировались калибровочные потенциалы локомоторной связи. Эксперименты показали состоятельность калибровочной теории.

Для экспериментальной проверки теории была создана действующая модель, совершающая поступательное движение за счет изменения своей формы и присоединения масс. Система была подвешена на воздушной подушке (во избежание влияния трения), локомоторный цикл управления задается программируемым микроконтроллером. Изменение массы происходит таким образом, что оно не влияет на положение системы в пространстве. Форма тела контролировалась с помощью гибкой связи, управляемой сервоприводом. Координаты частей объекта фиксировались по меткам, размещенных на поверхности тела с помощью скоростной фотокамеры. Компьютерная обработка фотографий позволила идентифицировать калибровочные потенциалы модели.

Оптимизация конструкции каркаса морской нефтедобывающей платформы с помощью МКЭ

Мирзаванд М. А.¹, Напрасников В. В.¹, Соловьев А. Н.²

¹*Минск, Белорусский национальный технический университет*

²*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

N_V_V@tut.by

Цель исследования — создание оптимизационной конечноэлементной модели конструкции каркаса морской нефтедобывающей платформы с учетом эксплуатационных нагрузок, на основе которой проектировщик получит возможность принимать обоснованные решения по материалоемкости конструкции.

Каркас остова изготовлен из шести типов труб, диаметр которых изменяется от 4,26 до 8,208 м, а соответствующие толщины труб от 0,12 до 0,206 м.

Для моделирования каркаса конструкции воспользуемся балочным конечным элементом, а для учета массы рабочего оборудования на верхнем уровне каркаса платформы конечным элементом «сосредоточенная масса».

В модели данные величины и длина базовой части, ширина нулевого и пятого уровней, добавочная длина на пятом уровне, высоты всех уровней, являются параметрами.

В результате численных экспериментов на основе предложенной модели выявлен значительный запас прочности конструкции. Это позволяет перейти к поиску более рационального варианта по критерию материалоемкости.

Сформулируем оптимизационную задачу следующим образом: критерий оптимизации (целевая функция) — объем материала конструкции; варьируемые параметры (переменные конструкции) X — m -мерный вектор переменных. Его компоненты — диаметры трубы первого типа (стойки) и трубы второго типа (наиболее массивной перемычки) могут изменяться в пределах от 0,5 м до 1,0 м; функциональное ограничение — переменная состояния максимальное напряжение по Мизесу в материале конструкции не должно превышать заданного уровня 200 МПа.

Результаты поиска на основе ANSYS оказались следующими.

Для исходного варианта значения первого и второго варьируемых параметров равны соответственно 0.82080 м и 0.72000 м, а максимальное напряжение по Мизесу в материале конструкции достигает 24 МПа при суммарном объеме 110,64 м³.

Из 21 рассмотренного варианта наилучшим оказался вариант 17. При этом максимальное напряжение по Мизесу в материале конструкции увеличилось до 27 МПа, максимальные перемещения увеличились до 0,0156 м, а объем уменьшился до 99,604 м³ против 110,64 м³ в исходном варианте.

Проверим коэффициенты запаса по устойчивости для первых шести форм потери устойчивости. В оптимальном варианте они составляют 38.141, 40.167, 40.469, 41.389, и 41.788 соответственно, что обеспечивает достаточную устойчивость конструкции.

О волнах в неоднородном цилиндрическом волноводе

Моргунова А. В.*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*
x_tina89@mail.ru

Анализ колебательных процессов в волноводах представляет собой актуальную задачу в области механики и акустики, имеющую многочисленные приложения в технических задачах. В волноводах существуют нормальные волны (моды), распространяющиеся со своими фазовыми и групповыми скоростями. В работе рассматриваются волны в упругом изотропном волноводе кольцевого поперечного сечения с упругими характеристиками, зависящими от радиальной координаты. Отметим, что в однородном случае свойства такого волновода, как и свойства дисперсионного уравнения Похгаммера–Кри, достаточно подробно изучены.

В работе задача о распространении нормальных волн в бесконечном радиально-неоднородном цилиндре кольцевого сечения сведена к исследованию краевой задачи для канонической системы дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами. Были найдены сочетания спектральных параметров, которые и образуют дисперсионное множество задачи. Для неоднородного цилиндрического волновода было доказано существование двух семейств дисперсионных кривых, которые отличаются кинематикой распространения волн. Проведена серия вычислительных экспериментов по построению собственных форм колебаний для различных значений параметров, которые соответствуют начальным точкам дисперсионных кривых, изучены некоторые свойства дисперсионного множества для произвольных законов неоднородности (гладких и разрывных).

Численный анализ задач осуществлен с помощью метода пристрелки и позволил проанализировать свойства собственных форм, выявить закономерности изменения их вида, в частности аномальной дисперсии в зависимости от безразмерной частоты κ . Выяснено, что при значении параметра $\gamma=0$ система распадается на два несвязанных семейства решений, каждому из которых соответствует свой набор собственных значений, которые и порождают два семейства дисперсионных кривых. Первая задача составлена относительно радиального смещения и нормального напряжения, вторая задача — относительно осевого смещения и касательного напряжения. При построении и анализе форм колебаний показано, что смене знака смещения соответствует точка экстремума напряжения. С ростом параметра κ увеличивается как осцилляция смещения, так и число точек экстремума функции напряжения. Изучено влияние типа неоднородности и толщины цилиндра на частоты запираения и собственные формы.

Автор благодарит А. О. Ватульяна за внимание к работе.

Возникновение периодических течений в вертикальном слое жидкости с примесью

Моршнева И. В., Петрова Е. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

harigamypeople@gmail.com

Исследование конвекции бинарной смеси в вертикальном слое жидкости представляет теоретический и практический интерес в связи с возникающими в течении диффузионными эффектами и их сложным взаимодействием. После первой потери устойчивости конвективного течения возникают вторичные конвективные режимы. Изучение устойчивости этих режимов заслуживает внимания из-за многочисленных приложений в геофизике, метеорологии, океанологии и астрофизике.

В настоящей работе рассмотрена задача о конвективных течениях бинарной смеси в вертикальном слое между твёрдыми изотермическими границами с учетом только эффекта термодиффузии, эффектом диффузионной теплопроводности пренебрегаем. Возникающие в слое бинарной смеси движения описываются уравнениями конвекции в приближении Обербека–Буссинеска. Уравнения движения имеют стационарное (основное) плоскопараллельное решение с кубическим профилем скорости, линейным распределением температуры, концентрации и постоянным давлением.

Исследована задача о ветвлении периодических по времени режимов конвекции при колебательной потере устойчивости основного стационарного режима относительно плоских возмущений, периодических по вертикальной переменной. Уравнения возмущений имеют группу симметрии $O(2)$, и применима теория бифуркации рождения циклов в системах с такой симметрией, развитая в работах В. И. Юдовича и И. В. Моршневой. В этих работах показано, что в случае общего положения при переходе параметра через критическое значение от равновесия ответвляется три типа автоколебаний: две бегущие навстречу друг другу волны, связанные инверсионной симметрией, и нелинейная смесь пары бегущих волн. Для определения характера ветвления этих режимов вычислены коэффициенты уравнений разветвления при различных критических значениях параметров. Проведенные вычисления показали, что и бегущие волны, и их нелинейная смесь могут быть устойчивы в зависимости от значений параметров. Обнаружено, что возможны следующие пять типов ветвления:

I. бегущие волны ответвляются в свехкритическую область и устойчивы, нелинейная смесь волн ответвляется в свехкритическую область и неустойчива;

II. бегущие волны ответвляются в свехкритическую область и неустойчивы, нелинейная смесь волн ответвляется в свехкритическую область и устойчива;

III. бегущие волны ответвляются в свехкритическую область, нелинейная смесь волн ответвляется в докритическую область, все режимы неустойчивы;

IV. бегущие волны ответвляются в докритическую область, нелинейная смесь волн ответвляется в свехкритическую область, все режимы неустойчивы;

V. все режимы ответвляются в докритическую область и неустойчивы.

Нейросетевые модели для решения краевых задач расчета магнитного поля

Назаров А. С., Ткачев А. Н.

*Новочеркасск, Южно-российский государственный политехнический
университет (НПИ) им. М. И. Платова
npi_pm@mail.ru*

Реализация комбинированных методов расчета электрических и магнитных полей в кусочно-однородных линейных и нелинейных средах требует явного или неявного (путем задания уравнений связи) решения задачи обращения краевых условий Дирихле или Неймана для уравнения Лапласа на границах областей, заполненных материалом с линейными характеристиками. Для решения такой задачи предлагается использовать метод нейросетевого бессеточного моделирования. Предлагаемый подход реализован численно для случая двухмерных областей и состоит в следующем. С учетом единственности решения краевых задачи для уравнения Лапласа (при необходимости за счет введения дополнительного условия нормировки на границе) искомое решение $u = u(M)$ в любой точке $M \in \Omega$ расчетной области Ω является функционалом вида:

$$u(M) = F(M, \varphi(N)), \quad (1)$$

где функция $\varphi(N)$ задается граничными значениями решения $u = u(N)$ и/или его нормальной производной в точках N границы Γ области Ω . Численная реализация модели (1) осуществляется в результате введения системы узлов $\{N_k\}_{k=1}^n$ на границе Γ и перехода от функции $\varphi(N)$ к набору аппроксимирующих ее узловых значений: $\bar{\varphi} = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n)$ $\varphi_k = \varphi(N_k)$. В результате получается следующая дискретная модель, задающая связь между значениями решения во внутренних точках M области Ω и его значениями (возможно нормальной производной на отдельных частях границы) в граничных узлах:

$$u(M) = f(M, \bar{\varphi}). \quad (2)$$

Функция (2) определяется в результате нейросетевого моделирования. Структура нейронной сети (число слоев и количество нейронов в них) находится в процессе ее обучения. Для этих целей используются аналитические решения уравнения Лапласа. Рассматриваются случаи, когда $u \in \{1; x; y; xy; x^2 - y^2; x^3 - 3xy^2; x^2y - y^3; \dots\}$, а также случаи, когда $u \in \{\sin kx \cdot \operatorname{sh} ky; \cos kx \cdot \operatorname{sh} ky; \sin kx \cdot \operatorname{ch} kx; \cos kx \cdot \operatorname{ch} ky; \operatorname{sh} kx \cdot \sin ky; \operatorname{ch} kx \cdot \sin ky; \operatorname{sh} kx \cdot \cos ky; \operatorname{ch} kx \cdot \cos ky; k \in N\}$. Проведен численный анализ погрешностей, возникающих при использовании нейросетевых моделей на этапе обучения, а также при решении модельных краевых задач. В результате численных экспериментов показано, что при наличии особенностей решения, например, в окрестностях угловых точек, точность модели (2) можно существенно повысить за счет включения в обучающую выборку функций, описывающих асимптотику решения. Содержится описание различных алгоритмов решения задач обращения краевых условий с использованием нейронных сетей. Приводятся результаты решения модельных задач, а также результаты расчета магнитного поля конкретных электротехнических устройств.

Результаты работы получены при поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания на проведение НИОКР, шифр заявки № 2819

Конечно-элементное моделирование пьезоэлектрических материалов и устройств медицинского ультразвука

Наседкин А. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

nasedkin@math.sfedu.ru

В докладе отражены особенности и новые исследования в области компьютерного конечно-элементного моделирования пьезоэлектрических ультразвуковых преобразователей для неинвазивной терапевтической или хирургической обработки внутренних тканей пациента.

При моделировании пористых пьезокомпозитов, перспективных для использования в излучателях без переходных согласующих слоев, представлена техника определения эффективных модулей с учетом внутренней микроструктуры и неоднородностей, а также учета поверхностных эффектов (поверхностных напряжений и диэлектрических пленок) для нано структурированных композитов. Результаты расчетов показали, что важнейшие для практических применений эффективные значения пьезомодулей пористых пьезокомпозитов могут достаточно существенно зависеть от структуры представительных объемов и учета размерных эффектов.

При конечно-элементном моделировании ультразвуковых акустических полей высокой интенсивности, возбуждаемых для терапевтического нагрева тканей, исследовались сферические фокусирующие пьезоизлучатели из пористой пьезокерамики, в том числе с многоэлектродными покрытиями. Задачей моделирования здесь являлся расчет основных рабочих электромеханических характеристик излучателя, акустического поля в биологической ткани и ее нагрева. Для расчетов применялся конечно-элементный пакет ANSYS и его новые возможности решения связанных задач пьезоэлектричества и акустики с учетом вязкости. Задача решалась в осесимметричной постановке. Диссипативный разогрев моделировался по методике, разработанной Карнауховым В.Г., Сенченковым И.К. и др., но на основе конечно-элементных технологий. Здесь на первом этапе для рассматриваемой системы решалась связанная задача электроупругости и акустики об установившихся колебаниях. По найденному полю перемещений в излучателе и полю акустических скоростей в биологической ткани в постпроцессоре ANSYS определялась осредненная за период колебаний функция диссипации. Эта функция диссипации определяла интенсивность тепловых источников, которые передавались как внешние воздействия в задачу теплопроводности. По результатам расчетов сделаны оценки эффективности рассматриваемого излучателя при различных входных параметрах.

Отметим, что описанные выше и многие другие технические приемы моделирования связанных задач термоэлектроупругости и акустики для составных сред, в том числе с учетом внешних электрических цепей и различных демпфирующих эффектов, были эффективно реализованы в вычислительном комплексе ANSYS с использованием командного макроязыка APDL, а также с использованием связанных технологий ANSYS Multi-field Analysis и CFX.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 12-01-00829, 13-01-00943).

Численный анализ крутильных пьезоэлектрических преобразователей со спиральными стержневыми элементами

Наседкин А. В., Юшутина Е. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

kate2811rsu@yandex.ru

Целью работы является моделирование пьезоэлектрических двигателей, преобразовывающих электрическую энергию в крутильные колебания. В литературе предлагается описание множества различных схем преобразователей крутильных колебаний. Большинство из них представляют собой совокупность упругих и пьезоэлектрических элементов, отличающихся геометрией, направлением поляризации, расположением электродов. Например, существуют конструкции, состоящие из сборки пары пьезокерамических дисков, поляризованных по кольцевому направлению, или пары пьезоэлектрических элементов, один из которых поляризован по радиусу, второй — по толщине; в других моделях двигателей предлагается использовать пьезокерамический прямой стержень с нитями электродов, нанесенными на боковую поверхность по спирали.

Ранее авторами доклада были исследованы модели преобразователей, состоящих из пьезокерамических элементов, имеющих форму естественно закрученного стержня со специальным поперечным сечением. Однако моделирование таких спирально закрученных пьезоэлектрических преобразователей показало, что они имеют не очень большой коэффициент электромеханической связи, и кроме того, очевидно, что они достаточно сложны и дороги в изготовлении, что значительно сокращает область их применения.

В данной работе исследуется модифицированный пьезоэлектрический двигатель, состоящий из естественно закрученного стержня в форме сверла, выполненного из упругого материала и жестко сцепленного с пьезокерамическим диском. В такой конструкции колеблющийся пьезоэлектрический диск воздействует на упругий стержень, который генерирует крутильные колебания за счет наличия винтовых борозд.

Моделирование описанного выше пьезоэлектрического преобразователя с параметризуемой геометрией было выполнено в конечно-элементном пакете ANSYS средствами командного языка APDL. С использованием разработанных программ был проведен анализ напряженно-деформированного состояния конструкции и выполнено исследование по нахождению оптимальных характеристик преобразователя: геометрических размеров упругого закрученного стержня (формы поперечного сечения, отношения его размера к длине и степени закрученности) и геометрических и материальных свойств пьезокерамического диска, включая направление поляризации пьезокерамики. В результате проведенных вычислительных экспериментов сделан вывод об эффективности рассматриваемого пьезоэлектрического диска для генерирования крутильных движений.

Численное исследование пороупругих свойств компактной костной ткани при варьировании параметров ячейки периодичности

Наседкина А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

nasedkina@math.sfedu.ru

В работе рассматривается математическая и численная модель для трехмерной анизотропной пороупругой ячейки периодичности остеона компактной костной ткани. Остеоном компактной костной ткани называется цилиндрический структурный элемент, окруженный тонким слоем более плотного материала («цементной линией»). В центре каждого остеона в продольном направлении кости расположен гаверсов канал, содержащий сосудистую сеть, нервы и межклеточную жидкость. Пространство между остеонами заполнено межклеточной тканью.

Представительный объем (ячейка периодичности) компактной костной ткани моделируется как насыщенная анизотропная пороупругая среда. Математическая модель основана на связанной системе уравнений пороупругости Био, включающей уравнения равновесия или уравнения установившихся колебаний для твердой фазы костной ткани и уравнение фильтрации для межклеточной жидкости. Твердая фаза компактной костной ткани состоит из трех материалов с различными пороупругими свойствами: остеона, цементной линии и межклеточной ткани.

Для численного решения применяется метод конечных элементов и программный комплекс ANSYS версии 11.0. Трехмерная конечно-элементная модель ячейки периодичности строится из двумерной модели путем протягивания вспомогательной конечно-элементной сетки вдоль оси z . Полученный объем разбивается двадцатиузловыми трехмерными конечными элементами SOLID226 с опцией связанного термоупругого анализа. Применение аналогии между задачами поро- и термоупругости позволяет для решения задачи пороупругости использовать модуль термоупругого анализа, реализованный в ANSYS. Отметим, что в ANSYS 11.0 модуль пороупругого анализа отсутствует, а новые пороупругие элементы ANSYS последующих версий не поддерживают полностью связанный динамический пороупругий анализ.

С использованием разработанных программ был проведен расчет напряженно-деформированного состояния и фильтрации межклеточной жидкости в компактной костной ткани в условиях продольного гармонического нагружения кости. Рассматривалось несколько вариантов входных данных и граничных условий. Было исследовано, как влияют такие параметры, как высота остеона, расстояние между остеонами и проницаемость цементной линии, на распределение давления, скорости фильтрации, деформаций и напряжений в ячейке периодичности остеона компактной костной ткани.

Особенности обучения студентов магистерской программы
“IT in Biomechanics” численным методам линейной алгебры
для разреженных матриц

Наседкина А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
nasedkina@math.sfedu.ru

Курс «Численные методы линейной алгебры для разреженных матриц» (Numerical methods of linear algebra for sparse matrices) входит в состав курсов по выбору магистерской программы «IT in Biomechanics», которая реализуется на факультете математики, механики и компьютерных наук ЮФУ в рамках международного образовательного проекта ICARUS. Данный курс читается на английском языке во втором семестре первого года магистратуры, включает лекционные и практические занятия, трудоемкость курса составляет 5 зачетных единиц (ECTS), что соответствует объему 153 часа.

Лекционная часть курса «Численные методы линейной алгебры для разреженных матриц» посвящена изучению структуры и методов хранения разреженных матриц, прямых и итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) большой размерности с разреженными матрицами, проекционных методов решения СЛАУ с подробным изучением методов подпространства Крылова, основанных на ортогонализации Арнольди и на биортогонализации Ланцоша. Такие темы, как изучение различных методов нахождения предобусловливателей и параллельных реализаций итерационных методов решения СЛАУ, отводятся студентам на самостоятельное изучение.

При разработке курса «Численные методы линейной алгебры для разреженных матриц» был учтен опыт преподавания аналогичного курса «Scientific Computing» в университете Твенте (г. Энсхеде, Нидерланды), который является европейским университетом-партнером по проекту ICARUS. Для освоения теоретической части курса студентам предлагается электронный конспект лекций и список рекомендованной литературы. Проведение лекций предполагается организовать в форме разъяснения ключевых вопросов, которые могут возникнуть у студентов при чтении конспекта. Предусмотрено использование электронных презентаций при проведении лекций.

В состав практической части курса включены лабораторные работы, которые предполагают реализацию алгоритмов изученных методов в пакете MatLab или на языке С. По итогам освоения курса студенты выполняют проектное задание, применяя различные методы решения СЛАУ и сравнивая результаты решения на примере СЛАУ, полученной в результате дискретизации заданной системы уравнений в частных производных. По окончании курса проводится защита выполненных проектов в форме электронных презентаций на английском языке с последующим обсуждением среди студентов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Еврокомиссии (проект 516857-TEMPUS-1-2011-1-SETEMPUS-JPCR). Доклад отражает личное мнение авторов, и Комиссия не несет ответственности за какое бы то ни было использование представленной информации.

О неклассических моделях
предварительно напряженных стержней и пластин

Недин Р. Д.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
rdn90@bk.ru

Задачи механики деформируемого твердого тела при наличии предварительных напряжений (ПН) представляют большую важность при оценке прочности и устойчивости механических конструкций. Для описания поведения упругих тел на основе структуры материала и гипотез о природе предварительного напряженного состояния (ПНС) созданы современные линеаризованные модели, каждая из которых отличается видом определяющих соотношений. Развитие трехмерной линеаризованной теории деформируемых предварительно напряженных тел началось с начала XX века.

В настоящее время наиболее востребованными моделями, описывающими напряженное состояние в текущей конфигурации, являются модели, позволяющие определять неоднородное ПНС по данным о полях смещения или деформациях на границе тела с использованием современных вычислительных алгоритмов. В настоящей работе рассмотрено несколько групп наиболее распространенных моделей ПН, отличающиеся видом определяющего соотношения, связывающего несимметричный тензор напряжений Пиолы с симметричным тензором ПН и градиентом деформаций.

Осуществлено сравнение постановок и решений задач об установившихся колебаниях балок и пластин для каждой из рассмотренных моделей ПН; осуществлен анализ влияния компонент ПН на амплитудно-частотные характеристики и на спектр собственных частот. Проведена оценка рассмотренных моделей ПН по результатам сравнения с данными реальных экспериментов по определению резонансных частот сжатых по оси металлических балок.

Рассмотрены задачи об установившихся колебаний пластины как с позиции классической модели Кирхгофа, так и с позиции неклассической модели Тимошенко. На основе общих подходов получены соответствующие дифференциальные уравнения движения и граничные условия. Решение прямой задачи об определении компонент поля перемещения осуществлено в конечноэлементном пакете FreeFem++. Решение обратной задачи об определении неоднородного поля ПН в пластине построено с помощью метода итерационной регуляризации на основе акустического зондирования. Для определения поправки к неизвестным функциям ПН получено интегральное уравнение, решение которого получено с помощью метода Галеркина с применением метода коллокаций и метода регуляризации А. Н. Тихонова. В качестве дополнительной информации использовалось измерение смещений на поверхности тела для нескольких частот колебаний. Анализ серии вычислительных экспериментов по реконструкции различных законов неоднородности ПН показал достаточную эффективность составленных численных схем.

Автор выражает благодарность А. О. Ватульяну за внимание к работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 13-01-00196, 14-01-31393).

Математическое моделирование начального этапа отрывного движения эллиптического цилиндра в возмущенной жидкости со свободной поверхностью

Норкин М. В., Яковенко А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

norkinmi@mail.ru

Динамические задачи о взаимодействии твердых тел с жидкостью на малых временах традиционно являются объектом интенсивного исследования. В последнее время большой интерес вызывают задачи, в которых необходимо учитывать явление отрыва частиц жидкости от поверхности тела. К ним относятся задачи об отрывном ударе и разгоне плавающих тел в жидкости, а также задачи проникания тела в воду на малых временах с учетом отрыва. Во всех случаях влияние отрыва оказывается существенным для реакции жидкости на тело, а также для картины течения жидкости вблизи зон отрыва.

В настоящей работе рассматривается нелинейная нестационарная задача об отрывном разгоне или торможении эллиптического цилиндра в возмущенной идеальной несжимаемой жидкости со свободной поверхностью. Предполагается, что до начала отрывного движения свободная граница приобрела форму, обусловленную безотрывным разгоном цилиндра на малых временах. Особенностью данной задачи является то, что в результате отрыва вблизи поверхности тела образуются каверны и появляются новые внутренние свободные границы. Ранее авторами было показано, что при отрывном разгоне эллиптического цилиндра из состояния покоя (без вращения) образуется только одна каверна, расположенная позади тела. В отличие от этого, при быстром разгоне тела из состояния волнения, вблизи его поверхности могут образоваться сразу две каверны. При увеличении ускорения тела зоны отрыва смыкаются, образуя большую каверну за телом. Аналогичная картина наблюдается при быстром торможении, когда жидкость срывается с поверхности тела в его передней части. При неограниченном увеличении ускорения цилиндра задача разгона переходит в задачу удара.

Для решения задачи применяется численно-аналитический метод, в основе которого лежат асимптотики на малых временах. Формы каверн определяются в главном приближении по времени на основе решения смешанной краевой задачи теории потенциала с односторонними ограничениями на поверхности тела. При численной реализации метода используется пакет конечных элементов FreeFem++.

В работе также рассматриваются вопросы, связанные с искусственной кавитацией. Исследуется влияние давления в каверне на реакцию жидкости на тело при его старте из состояния покоя. Сделан вывод о том, что при совместном действии больших ускорений и искусственной кавитации можно снизить силу сопротивления в несколько раз при незначительном изменении подъемной силы и момента. Для подтверждения справедливости полученных численных результатов приводится пример задачи, имеющей аналитическое решение.

Краевые резонансы на изгибных волнах в анизотропном полуслое с гибкими нерастяжимыми покрытиями на гранях

Носок В. И.

Донецкий национальный университет

nvi@donnu.edu.ua

В исследованиях краевого резонанса для упругого полуслоя к числу варьируемых факторов относятся симметрия формы возбуждаемых волновых движений, анизотропия физико-механических свойств и тип краевых условий на граничных плоскостях рассматриваемого тела. При этом наиболее полно анализируемое явление исследовано для случаев симметричного волнового деформирования изотропного и поперечно-анизотропного упругого полуслоя со свободными плоскими гранями.

Предметом исследования в данной работе является вопрос о проявлениях эффекта краевого резонанса при возбуждении антисимметричных колебаний полуслоя нормальными усилиями на боковой поверхности применительно к случаю ортотропного упругого полуслоя со смешанными краевыми условиями на плоских гранях, отражающими наличие на них гибких нерастяжимых покрытий.

Частотные эффекты выраженной локализации волнового поля у боковой поверхности полуслоя фиксируются на основе расчета амплитудных характеристик динамического напряженно-деформированного состояния в приграничной зоне с использованием их явных представлений, полученных в рядах по базисным множествам бегущих и стоячих краевых нормальных волн. Волновые числа базисных нормальных волн в указанных представлениях определяются из бикубических либо биквадратных алгебраических дисперсионных уравнений для рассматриваемых волноводов, а коэффициенты рядов в общем случае определяются на основе алгебраизации функциональных краевых условий на боковой поверхности из последовательности систем линейных алгебраических уравнений третьего порядка. Представлены результаты численных исследований эффекта краевого резонанса в полуслое из ряда керамических и монокристаллических материалов на основе решения задачи о возбуждении колебаний в полуслое динамическими нормальными антисимметричными усилиями, приложенными к краю полуслоя и распределенными по линейному закону для частотного диапазона, ограниченного сверху частотой запирающей второй моды бегущих антисимметричных нормальных волн. При исследовании краевого резонанса для полуслоя из керамических материалов описана связь его выраженности со значениями специального обобщенного показателя волноводной анизотропии указанных материалов. Рассмотрен вопрос о возможности индикативного определения частоты краевого резонанса на основе совместного анализа структуры низшей ветви спектра краевых стоячих волн в рассматриваемом волноводе и частотной зависимости для параметров глубинного затухания интенсивности поверхностной волны релеевского типа вдоль боковой поверхности анизотропного полуслоя.

Решение прямых и обратных задач с неоднородной поляризацией пьезоэлементов в ACELAN

Оганесян П. А.¹, Скалиух А. С.², Соловьев А. Н.¹

¹*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

²*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

wolwerine@yandex.ru

В данной работе рассматривается моделирование неоднородной поляризации пьезокерамики и связанные с ней изменения свойств пьезоэлементов. Основным инструментом моделирования в данном исследовании является конечно-элементный комплекс ACELAN, предназначенный для решения задач с неоднородными пьезоматериалами. Данный комплекс допускает, как моделирование произвольно заданной поляризации, так и расчет векторного поля поляризации на основе данных о расположении электродов на поверхности пьезоэлемента.

В качестве исследуемого пьезоэлемента рассматривается пьезокерамический стержень (пластина), поляризованный по толщине, совершающий продольные колебания под действием разности потенциалов в поперечном электрическом поле. Пьезоэлемент выполнен из керамики PZT-4, длина преобразователя 1 см, толщина варьируется в различных численных экспериментах. Колебания возбуждаются разностью потенциалов в 200В. Моделирование проводилось с учетом демпфирования. Влияние неоднородных свойств учитывается на этапе сборки локальных матриц жесткости. Рассматриваются однородно и неоднородно поляризованные элементы, при этом неоднородная поляризация связана с видом продольной деформации, возникающей в собственных формах колебаний. Построены зависимости влияния неоднородной поляризации при различном соотношении толщины и длины исследуемой пластины. Построены амплитудно-частотные характеристики преобразователей.

Для первой моды не было обнаружено поля неоднородной поляризации, более эффективного, чем однородное. Для второй моды при использовании неоднородной поляризации, описанной в виде синусоиды, повторяющей график продольной деформации, наблюдается увеличение коэффициента электромеханической связи в более чем в три раза в зависимости от толщины пластины. Полоса пропускания преобразователя увеличивается в два раза. Аналогичные результаты получены для третьей моды при использовании другой схемы неоднородной поляризации.

Проведенные с помощью пакета ACELAN исследования указывают на эффективность использования неоднородной поляризации для определенных форм колебаний. Даны рекомендации по выбору поляризации для повышения эффективности преобразователей. Кроме этого, указанный пакет в сочетании с оптимизационным модулем может быть использован для решения обратных задач, в частности, для определения оптимальной поляризации пьезоэлементов или текущего состояния поля поляризации.

Работа частично поддержана РФФИ (номера грантов 13-01-00196 А, 13-01-00943 А, 12-01-00829-а, 13-08-01094-а).

Влияние дополнительных сегментарных ветвей у наружной сонной артерии на общую гемодинамику сосуда

Павлова О. Е., Полиенко А. В.

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

pavlovaoe@yandex.ru

Сонная артерия является одной из двух основных пар артерий, отвечающих за кровоснабжение головного мозга. На уровне III-IV шейных позвонков она делится на наружную и внутреннюю сонные артерии. В 50% случаев первой ветвью, отходящей от наружной сонной артерии, является верхняя щитовидная артерия. При проведении эндартерэктомии сонной артерии с наложением заплаты данную ветвь в большинстве случаев перевязывают и пересекают. В данной работе исследуется влияние наличия щитовидной артерии на общую гемодинамику сосуда.

Для этого было проведено конечно-элементное моделирование поведения сонной артерии с учетом щитовидной артерии и без с последующим сравнением основных показателей гемодинамики.

Трехмерная геометрия сонной артерии была построена по данным компьютерной томографии. Кровь предполагалась ньютоновской жидкостью с плотностью 1050 кг/м^3 и коэффициентом динамической вязкости $0.0037 \text{ Па}\cdot\text{с}$. Материал стенки предполагался однородным, нелинейным гиперупругим, с плотностью 1378 кг/м^3 . На входе в общую сонную артерию задавалась функция скорости, на выходе постоянное давление.

Результаты численного анализа показали, что значения давления во всей сонной артерии в случае отсутствия щитовидной артерии оказываются выше в течение всего сердечного цикла (в среднем на 11%). Картина распределения скорости в сосуде практически не меняется как в систолическую, так и в диастолическую фазы. Объемный кровоток в сосуде без щитовидной артерии распределяется следующим образом: внутренняя сонная артерия — 53.85%, наружная сонная артерия — 46.15%. А при наличии щитовидной артерии во внутреннюю сонную артерию поступает 49.96% объемного кровотока, в наружную сонную артерию — 41.54%, в щитовидную артерию — 8.5%. Таким образом, отсутствие щитовидной артерии или ее пересечение при хирургическом ремоделировании сосуда повышает значения объемного кровотока во внутренней и наружной ветвях сонной артерии на 3.89% и 4.6% соответственно. Следует также отметить, что наличие щитовидной артерии приводит к снижению значений напряжений по Мизесу в сонной артерии. Разница между максимальными значениями напряжений, которые концентрируются в апексе, составляет около 13%.

Таким образом, отсутствие щитовидной ветви у сонной артерии без патологий приводит к определенным изменениям в распределении гемодинамических характеристик и показателей напряженно-деформированного состояния. И хотя эти изменения численно незначительны, они комплексно могут изменять физиологическую картину в изучаемом объекте.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта «У.М.Н.И.К.».

Моделирование напряженно-деформированного состояния имплантата из пористого NiTi при прорастании в его структуру костной ткани

Плоткин Г. Л.¹, Шукейло Е. Ю.², Шукейло Ю. А.²

¹*Санкт-Петербургский государственный медуниверситет им. И. П. Павлова*

²*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет*
eyshukeylo@gmail.com

Имплантаты из пористого NiTi широко используются при лечении поврежденных костных структур. Пористый NiTi является биоинертным и прочным материалом, обладает термомеханической памятью и высокой коррозионной стойкостью при динамических нагрузках. В процессе функционирования имплантата его поровая структура заполняется живыми тканями организма, образуя высокопрочный композит «никелид титана – костная ткань». Для исследования напряженно-деформированного состояния имплантата из пористого NiTi при прорастании в его структуру костной ткани требуется значение открытой пористости данного сплава. В этой работе оно определялось компьютерным и экспериментальными методами.

Микрофотографии структуры образца пористого NiTi получили с использованием сканирующего электронного микроскопа. При компьютерной обработке изображений с целью получения значений открытой пористости использовали программу Image Tool. Для микрофотографии с масштабом 200 мкм значение открытой пористости составило 53,38%, для микрофотографии с масштабом 500 мкм – 54,31%.

Для оценки полученных результатов провели физический эксперимент по методике из ГОСТ 26450.1-85 «Породы горные. Метод определения коэффициента открытой пористости жидкостенасыщением». В качестве рабочих инструментов использовали вакуумную установку и электронные весы, в качестве рабочей жидкости – дистиллированную воду. В процессе проведения эксперимента измерили массу сухого образца, массу насыщенного образца в жидкости и массу насыщенного жидкостью образца в воздухе. Значение открытой пористости составило 62,5%. Погрешность определения пористости слагалась из погрешности взвешивания, погрешности подготовки насыщенного образца к взвешиванию и погрешности, вызванной неполнотой насыщения. С учетом её значения открытая пористость получилась равной $62,5 \pm 0,14\%$.

Найденные двумя методами значения открытой пористости не выходят за пределы диапазона значений пористости NiTi – от 30% до 80%, – которые приведены в литературе. Однако, величина открытой пористости, полученная в ходе эксперимента, является более точной с нашей точки зрения.

С учетом результатов физического эксперимента, определили свойства образца пористого NiTi без регенерата и при заполнении его пор костной тканью на 30% и 88% (плотность, модуль нормальной упругости, коэффициент Пуассона) и провели исследование напряженно-деформированного состояния системы «кость–образец–регенерат». Для этого программном комплексе SolidWorks создали объемную модель цилиндрического образца из пористого NiTi. Образец модельно поместили внутрь цилиндра из материала спонгиозной костной ткани.

Методика анализа спектров связанных электроупругих волн в цилиндре из монокристалла ниобата калия

Приходько Н. В.

Донецкий национальный университет

nina_prikhodko@i.ua

Разработка численно-аналитических подходов к детализированному теоретическому описанию распределений ветвей дисперсионных спектров бегущих и краевых стоячих электроупругих волн в широком частотном диапазоне для низкосимметричных пьезокристаллических волноводов усложненной геометрии сохраняет актуальность при формальной применимости к задачам этих классов прямых численных методов. Построение численно-аналитических методов в теории пьезокристаллических волноводов не только дает возможность реализации широкого круга прикладных расчетов для актуальных неисследованных прикладных задач этого типа, но и позволяет дать оценку достоверности результатов исследования дисперсионных свойств, полученных на основе иных подходов.

В данном контексте целью настоящей работы является разработка и применение методики анализа спектров и свойств нормальных электроупругих волн в цилиндрах из орторомбических пьезокристаллов класса $2mm$ орторомбической системы. Методика базируется на получении дисперсионного соотношения в форме определителя бесконечной системы линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов представлений исследуемых волновых полей рядами по базисным множествам частных решений системы уравнений стационарной динамики для рассматриваемой пьезоактивной среды. Разрабатываемый подход предполагает использование системы специальным образом конструируемых экспоненциальных частных решений системы уравнений динамической электроупругости для орторомбической среды в прямоугольных координатах с последующим получением для таких частных решений граничных ортогональных разложений на основе применения обобщенного разложения Якоби. Получаемая таким образом форма представления для граничных характеристик динамического напряженно-деформированного состояния, для потенциала и вектора индукции квазистатического электрического поля позволяет алгебраизировать функциональные краевые условия на боковой цилиндрической поверхности и найти аналитические представления для элементов бесконечного дисперсионного определителя.

Рассмотрены примеры численной реализации предлагаемой методики применительно к задаче определения нескольких низших действительных ветвей дисперсионного спектра нормальных электроупругих волн в пьезокристаллическом цилиндре кругового сечения из монокристалла ниобата калия со свободной от механических напряжений и электродированной боковой поверхностью. Дана характеристика кинематических свойств нормальных волн, принадлежащих разным описанным модам в низкочастотных и высокочастотных коротковолновых диапазонах.

Оценка механической работы миокарда крыс с артериальной гипертензией

Проценко Ю. Л.¹, Семеняк Д. Н.², Смолюк А. Т.¹, Смолюк Л. Т.¹

¹Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН

²Екатеринбург, Уральский федеральный университет

justgazer@gmail.com

Известно, что у разных животных энергия, затрачиваемая в цикле «сокращение-расслабление» сердечной мышцы, соответствует площади под кривой силы развиваемой изолированной папиллярной мышцей, как функции от длины мышцы (вязкоупругий гистерезис). Такой подход позволяет дать качественную оценку эффективности механической работы миокарда при патологии. В работе проведено исследование характеристик вязкоупругого гистерезиса при циклическом пилообразном изменении длины папиллярных мышц самцов крыс в ходе развития артериальной гипертензией. Сопоставлены характеристики молодых крыс (возраст 1.5 месяца) и зрелых животных (7 месяцев). Согласно разработанной нами ранее методике, экспериментальные данные получены при величинах преднагрузки $0.92L_{max}$ и $0.96L_{max}$ (L_{max} — длина мышцы, соответствующая максимуму развития активной силы) в диапазоне частот циклического пилообразного изменения длины препарата с частотой 0.1 Гц до 10 Гц и амплитудой 4% от длины мышцы.

Установлено, что отсутствуют статистически значимые различия характеристик вязкоупругого гистерезиса папиллярных мышц сердец крыс во всех исследованных группах сравнения («гипертрофия контроль 1.5 мес.», «гипертрофия контроль 7мес.», «1.5–7 мес. контроль», «1.5–7 мес. гипертрофия») для обеих величин преднагрузки. Отметим, что медианные значения в группе «гипертрофия 7 мес.» примерно на 30% превышают таковые в группе «контроль 7 мес.» для частот изменения длины мышцы > 2 Гц (физиологические частоты сокращения-расслабления в миокарде крыс) для обеих величин преднагрузки. Однако, в следствие большой вариации и относительно малой выборки экспериментальных данных, достоверных различий не обнаружено. Также не обнаружено достоверных возрастных различий в характеристиках вязкоупругого гистерезиса во всех исследованных группах сравнения. Поэтому можно предположить, что затраты механической энергии на «растяжение-сжатие» миокардиальной ткани с возрастом значимо не изменяются.

Известно, что при артериальной гипертензии активные механические характеристики миокарда существенно изменяются, в частности сила сокращений значительно уменьшается. Исходя из этого факта и полученных данных, можно утверждать, что общая эффективность механической работы ткани сердца при патологической гипертрофии существенно уменьшается, так как затраты механической энергии в цикле «растяжение-сжатие» на преодоление пассивного напряжения миокарда не меняются, а активная составляющая силы сокращения падает.

Работа выполнена при поддержке: Программы Президиума РАН №12-У-4-1009, гранта РФФИ №13-04-00367-А, гранта ОПТЭК за 2013 год.

Моделирование вязкоупругого отклика в ответ на деформацию в неоднородном мышечном волокне

Проценко Ю. Л., Смолюк А. Т., Смолюк Л. Т.

Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН

azuredragon@yandex.ru

Вязкоупругие свойства миокарда играют важную роль в механизмах обеспечивающих насосную функцию сердца, так как напряжение стенки камер в диастолу во многом определяет ударный выброс. Пассивное напряжение, обусловленное различными морфологическими структурами миокарда, является одним из факторов, определяющих скорость укорочения кардиомиоцитов. При этом влияние неоднородности вязкоупругих характеристик сегментов стенки желудочка на формирование механического отклика миокарда на сегодняшний день мало изучены. Хотя известно, что неоднородность в различных функциональных характеристиках наблюдается на различных уровнях организации миокарда: от клеточного до органного. Во многом это обусловлено сложностью экспериментального исследования взаимодействия неоднородных сегментов в миокарде.

В настоящее время существует экспериментальный подход к исследованию биомеханических характеристик простейшей неоднородной системы, состоящей из двух различных по своим характеристикам блоков - метод мышечных дуплетов. Однако исследование неоднородных систем состоящих из большего числа элементов в эксперименте на сегодняшний день представляется трудновыполнимой задачей. Поэтому единственным способом анализа влияния неоднородности в таких системах является использование математических моделей. Ранее нами была разработана трехмерная структурная модель, описывающая вязкоупругое поведение морфофункциональной единицы миокарда. На основе этой модели была создана модель простейшей неоднородной системы из двух блоков и проведены численные эксперименты по исследованию влияния неоднородности локальных геометрических и механических характеристик структурных блоков модели на механический отклик системы в ответ на деформацию.

В настоящей работе предлагается развитие и обобщение данного модельного подхода для описания более сложных неоднородных систем, состоящих из произвольного числа структурных блоков. Нами был разработан численный алгоритм расчета вязкоупругих характеристик мышечного волокна произвольной длины. В численных экспериментах на модели показано существенное влияние локальной неоднородности геометрических и механических параметров отдельных структурных блоков на результирующий механический отклик. Установлено, что геометрическую или механическую локальную неоднородность в модели можно компенсировать введением неоднородности по механическим или геометрическим параметрам структурных блоков модели соответственно. После компенсации механический отклик всей модели практически не отличается по сравнению с откликом модели до введения неоднородности.

Дальнейшее развитие представленного подхода предполагает разработку пространственной модели, чтобы учитывать не только продольные, но и поперечные деформации, а также исследовать влияние локальных дефектов ткани на результирующие механические характеристики.

Автоколебания, возникающие при потере устойчивости сдвиговых течений

Ревина С. В.

Владикавказ, Южный математический институт ВНЦ РАН и PCO-A
revina@math.rsu.ru

Пространственно-периодические течения вязкой жидкости находят широкое применение при математическом моделировании сред сложной структуры. Предположение о периодичности по пространству, с одной стороны, упрощает многие математические построения, с другой стороны, позволяет получить явные аналитические представления пространственно-временных структур, которые образуются при изменении управляющего параметра.

В настоящей работе рассматривается двумерное $\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ движение вязкой несжимаемой жидкости под действием поля внешних сил $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$, периодического по пространственным переменным x_1, x_2 с периодами L_1 и L_2 соответственно, описываемое системой уравнений Навье–Стокса:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} - \nu \Delta \mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{F}(\mathbf{x}, t), \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

где ν — безразмерная вязкость. Средняя по пространству скорость считается заданной

$$\langle\langle \mathbf{v} \rangle\rangle = \mathbf{q}.$$

В качестве краевых условий задаются условия периодичности поля скорости \mathbf{v} по пространственным переменным x_1, x_2 с периодами L_1, L_2 соответственно. Предполагается, что один из пространственных периодов $L_2 = 2\pi/\alpha$ стремится к бесконечности, когда волновое число $\alpha \rightarrow 0$.

Строится длинноволновая асимптотика автоколебаний, ответвляющихся от стационарного течения, когда основное поле скорости принадлежит классу параллельных (сдвиговых) течений:

$$\mathbf{V} = (0, V_2)(x_1, \alpha x_2),$$

Предполагается, что средняя скорости основного течения вдоль длинного периода отлично от нуля $\langle V_2 \rangle \neq 0$. Для построения асимптотики применяется метод Ляпунова–Шмидта.

На основе подхода, развитого автором при построении асимптотики задачи устойчивости, получены рекуррентные формулы общего члена длинноволновой асимптотики линейной сопряженной задачи, а также ведущих членов в представлении вторичного автоколебательного режима.

Полученные результаты можно обобщить на случай трехмерных течений, а также применить при исследовании устойчивости периодических по времени течений. Оказывается, существующие в случае нулевого среднего математические трудности мало зависят от размерности пространства по переменной x . Возможность обоснования монотонной потери устойчивости стационарного основного решения типа течения Колмогорова играет ключевую роль при рассмотрении основных течений, периодически зависящих от времени.

К вопросу поляризации поликристаллических сегнетоэлектриков-релаксоров

Скалиух А. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

a.s.skaliukh@gmail.com

Известно, что в поликристаллических сегнетоэлектрических материалах, или, другими словами, керамиках, наблюдаются необратимые процессы поляризации и деформации, если электрические и механические поля достигают некоторого порогового уровня. В зависимости от состава керамики и технологии ее приготовления можно наблюдать существенно различающиеся между собой диэлектрические и деформационные гистерезисные зависимости. Поэтому моделирование необратимых процессов в таких материалах неизбежно опирается на физические свойства сегнетоэлектриков, из которых строится керамика. В данной работе предлагается математическая модель, которая занимает промежуточное положение между известными моделями Прейзаха и Джилла–Атертона. В ней предпринята попытка построить функцию распределения доменов, зависящую от углов кристаллографических осей кристаллитов с одной стороны, и интенсивностью электрического и механического поля, с другой стороны. При этом в основу теории положен энергетический критерий переключения доменов. В частном случае, для определенного расположения и условий переключения доменов, показано, что этот критерий совпадает с известным условием модели Прейзаха. Отмечено также, что распределение доменов около направления электрического поля имеет осесимметричный характер. Если керамика находится в условиях механических напряжений, то осевая симметрия имеет место около одной из главных осей тензора остаточной деформации. Чтобы учесть влияние соседних доменов и заряженных областей строится балансное энергетическое соотношение, включающее в себя энергию, необходимую для поворота электрических доменов и потери, неизбежно связанные с необратимыми процессами. В результате трехмерные определяющие соотношения между поляризацией и деформацией и электрическим полем и механическими напряжениями представлены в виде гистерезисных дифференциальных операторов в конечных разностях. Предложен алгоритм метода последовательных приближений для решения полученных уравнений. Численно рассчитаны большие и малые петли диэлектрического и деформационного гистерезиса. Исследовано влияние параметров модели на форму кривых петель гистерезиса. Показано, что изменяя условие переключения доменов, эту модель можно использовать для описания нелинейного отклика в поликристаллических сегнетоэлектриках - релаксорах. Практическая значимость построенной модели заключается в использовании ее в конечно-элементном анализе рабочих элементов сенсоров и актуаторов, работающих в интенсивных электрических и механических полях.

Работа выполнена в рамках гранта РФФИ 13-08-01094-а и проекта № 1334 базовой части задания № 2014/174 на выполнение государственных работ в сфере научной деятельности Минобрнауки России.

Управление структурой дисперсионного спектра нормальных волн в анизотропном слое путем варьирования параметров обобщенных смешанных краевых условий на гранях

Скичко Д. И.¹, Шпак В. А.²

¹*Донецкий национальный университет*

²*Донецкий НИИ черной металлургии*

vashpak@mail.ru

Связи между характеристиками дисперсионных спектров нормальных волн деформаций и различными группами параметров в рассматриваемых моделях упругих волноводов представляют собой механизмы управления структурой спектров, кинематическими и энергетическими свойствами нормальных волн, востребованными в кустоэлектронике, ультраакустической дефектоскопии, сейсмодиагностике. К числу доступных управляющих факторов для достижения требуемых структурных особенностей строения дисперсионных спектров нормальных упругих волн в анизотропных кристаллических пластинах принадлежат, в частности, механизмы задания на плоских гранях слоя обобщенных смешанных граничных условий пропорциональности напряжений и упругих перемещений на граничных плоскостях. Так, варианты подобных условий описывают, к примеру, наличие на гранях пластины (слоя) массивных покрытий с большой либо исчезающее малой жесткостью, создание условий контакта граней с упругими основаниями винклеровского типа и т. д.

В данном контексте цели представляемого исследования заключаются в разработке и реализации комплексной численно-аналитической методики качественных и количественных исследований полных дисперсионных спектров, кинематических и энергетических свойств симметричных и антисимметричных нормальных волн с произвольно ориентированным направлением распространения в плоскости анизотропного упругого слоя орторомбической системы, на противоположных плоских гранях которого заданы однотипные обобщенные смешанные краевые условия с варьируемыми коэффициентами пропорциональности напряжений и перемещений на граничных плоскостях. В процессе проведенных исследований в аналитической форме получены трансцендентные дисперсионные уравнения, описывающие анализируемые спектры для случаев распространения трехпарциальных нормальных волн с различной толщиной симметрией и частных случаев распространения волн вдоль упруго-эквивалентных направлений слоя. Проведено качественное исследование типологии корней дисперсионных уравнений в различных областях изменения параметров частоты и волнового числа на основе анализа характеристического полинома для системы уравнений стационарного динамического деформирования анизотропного материала волновода.

Реализован анализ зависимостей значений критических частот симметричных и антисимметричных нормальных волн от параметров пропорциональности в обобщенных смешанных граничных условиях. Рассчитаны и проанализированы действительные, мнимые и комплексные ветви полных дисперсионных спектров симметричных и антисимметричных нормальных волн в слое монокристалла сегнетовой соли при различных схемах варьирования параметров обобщенных смешанных граничных условий.

О колебаниях предварительно напряжённой круглой пластины

Углич П. С.

Владикавказ, Южный математический институт ВЦ РАН и РСО-А
puglich@inbox.ru

Предварительными (или остаточными) напряжениями называются напряжения, которые существуют в теле при отсутствии внешних нагрузок. Подобные напряжения часто возникают в ходе различных технологических процессов (литья, прокатки, штамповки, закаливания и т. п.) либо при продолжительных эксплуатационных процессах. В силу своей природы, остаточные напряжения явным образом не проявляют себя, однако при наложении дополнительных нагрузок приводят к разрушениям.

В настоящей работе рассматривается задача о восстановлении предварительных напряжений в круглой пластине. Задача рассмотрена в случае упругого и вязкоупругого материала пластины. Построено уравнение колебаний пластины с предварительными напряжениями. В осесимметричном случае уравнение является линейным дифференциальным уравнением четвёртого порядка с переменными коэффициентами. Рассмотрены краевые задачи в случае шарнирного опирания и глухой заделки. Для их решения построена каноническая система обыкновенных дифференциальных уравнений; краевая задача решается методом пристрелки. Также для решения задачи предложен метод Ритца. Приведены результаты расчётов при различных частотах, разных законах распределения предварительных напряжений и вариантах краевых условий. Показано хорошее совпадение результатов, полученных двумя методами. Приведены результаты расчётов собственных частот в упругом случае, и расчёты прогиба под действием равномерной осциллирующей нагрузки в упругом и вязкоупругом случаях. Приводятся амплитудно-частотные характеристики и моды колебаний предварительно напряжённой упругой пластины.

Также произведено сравнение результатов расчётов для упругой пластины без предварительных напряжений в статическом случае с известными аналитическими результатами для круглой пластины. Метод пристрелки показал практически полное совпадение результатов.

Далее рассматривается обратная задача об определении осесимметричных предварительных напряжений. Предложен неразрушающий метод определения предварительных напряжений по характеру вынужденных колебаний пластины на фиксированной частоте. Подход основан на методе Галёркина. Приведены результаты численных экспериментов на различных частотах при различных краевых условиях. Приведены частотные диапазоны, на которых восстановление предварительных напряжений наиболее эффективно. Указано оптимальное количество базисных функций при решении задачи методом Галёркина.

Работа поддержана РФФИ, грант №13-01-00196 А.

Обратная коэффициентная задача о колебаниях поперечно-неоднородного упругого слоя

Углич П. С.

*Владикавказ, Южный математический институт ВНЦ РАН и PCO-A
puglich@inbox.ru*

Рассмотрены прямая и обратная задачи о вынужденных колебаниях поперечно-неоднородного упругого слоя. Механические характеристики слоя считаются функциями поперечной координаты.

Предложена методика решения прямой задачи, основанная на использовании интегрального преобразования Фурье. После применения интегрального преобразования Фурье исходная задача сведена к краевой задаче для канонической системы обыкновенных дифференциальных уравнений, в которой неизвестными являются компоненты вектора перемещений и тензора напряжений. Построенная краевая задача может быть решена только численно. Решение задачи производится при помощи метода пристрелки, причем для решения вспомогательных задач Коши используются вложенные формулы Рунге порядка 4(5). После решения краевой задачи строится поле перемещений в трансформантах и для того, чтобы найти оригиналы, производится обращение преобразования Фурье. Для обращения преобразования Фурье предложены два метода, первый из которых основан на непосредственном численном интегрировании, а второй — на теории вычетов. При использовании теории вычетов необходимо знать полюсы подынтегральной функции. Построено дисперсионное уравнение для их приближенного отыскания, решение которого основано на методе Ньютона. При использовании метода Ньютона для отыскания корней требуется знать не только трансформанты перемещений и напряжений, но и их производные по параметру преобразования Фурье. Для отыскания производных по параметру преобразования построена вспомогательная краевая задача. Результаты, полученные разными методами, сравниваются друг с другом, а также с аналитическими результатами для однородного слоя.

Далее рассмотрена обратная задача об отыскании законов распределения механических характеристики по известной информации о волновом поле на части верхней поверхности. Построены итерационные последовательности интегральных уравнений. Интегральные уравнения относятся к интегральным уравнениям Фредгольма с гладким ядром, для их решения используется регуляризация Тихонова. Для решения системы линейных алгебраических уравнений, получающейся при дискретизации регуляризованного уравнения, использован метод Воеводина, который основан на сведении исходной системы линейных уравнений к системе с трехдиагональной матрицей, решаемой методом прогонки. Метод позволяет организовать автоматический подбор параметра регуляризации, основанный на критерии обобщенной невязки. Приведены результаты численных экспериментов, даны рекомендации по оптимальному выбору частоты колебаний и отрезка, с которого снимается информация.

Работа поддержана РФФИ, грант №13-01-00196 А.

Метод блочного элемента в сейсмологии Краснодарского края

Федоренко А. Г.*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*
afedorenko@mail.ru

Прогноз землетрясений - одна из неразрешенных проблем человечества. В работе предлагается провести исследование этой проблемы с применением методов механики разрушений.

Проведена работа по исследованию напряженно-деформированного состояния блочных структур, моделирующих литосферные плиты региона. Предполагалось, что структура состоит из двумерных горизонтально расположенных и разнотипных блоков, контактирующих между собой по границам. Блоки расположены на поверхности трехмерной линейно деформируемой подложки. Рассматриваемые блочные структуры находятся под внешним воздействием, в частности, вертикальным гармоническим. Такая структура характерна для строения литосферных плит, исследование напряженно-деформированного состояния которых служит целям получения информации о сейсмичности территорий. Топологический подход в настоящей работе детализируется и позволяет получить новые интегральные уравнения, дающие возможность изучать напряженно-деформированное состояние блочных структур.

Исследована граничная задача для системы дифференциальных уравнений, описывающих поведение блочной структуры при вертикальных гармонических воздействиях. В качестве примера был рассмотрен скалярный случай вертикальных колебаний пластины, расположенной на деформируемом основании — подложке. Подложка может моделироваться полупространством, слоем, многослойным полупространством, в том числе анизотропным, вязкоупругой средой. После того как были построены все внешние формы для блоков, проведены построения касательных расслоений границ блоков, осуществлена факторизация, построены псевдодифференциальные уравнения и найдены корни характеристических уравнений блоков, было получено решение для блочной структуры покрытия, которое зависит от неизвестных контактных напряжений под блоками и от функционалов от них. После этого была исследована задача по определению контактных напряжений под блоками.

В работе достаточно убедительно продемонстрированы достоинства метода блочного элемента перед другими численными методами. В нем граничная задача приводилась к глубоко исследованным математически, с доказательством разрешимости, интегральным уравнениям относительно не потенциалов, как в других методах, а относительно функций, описывающих механические характеристики, сопровождающие напряженно-деформируемый процесс блочной структуры.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации МК 2652.2013.1.

Многокритериальная оптимизация импульсного излучателя с пористым пьезоактивным слоем

Шевцова М. С.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН

mariamarcs@bk.ru

При разработке оптимальных конструкций мощных акустических излучателей, в том числе, для медицинских применений, одним из препятствий является проблема согласования импедансов преобразователя и среды, в которую он помещен. Использование промежуточных слоев позволяет преодолеть эту трудность, однако в том случае, когда активный элемент изготовлен из плотной пьезокерамики, требуется большое количество согласующих слоев, что влечет существенные энергетические потери всей конструкции в целом. Эффективным способом преодоления этого препятствия является использование пористой пьезокерамики в качестве материала активного слоя, что позволяет одновременно снизить количество промежуточных слоев и согласовать акустические импедансы. В работе выполнено конечно-элементное (КЭ) моделирование и структурная оптимизация многослойного излучателя, состоящего из акустического окна, согласующего слоя, вольфрамовой подложки, защитного слоя и пористого пьезоактивного слоя, все свойства которого были выражены через параметр пористости.

Для излучателя сформулирована и реализована в КЭ пакете COMSOL Multiphysics, в рамках совместно работающих модулей пьезоэлектричества и акустики, связанная задача акустики и электроупругости в осесимметричной постановке. Акустическая среда возбуждалась в диапазоне частот 100–400 кГц путем задания ускорения в направлении z интерфейсной внешней поверхности акустического окна. Аналогично задавались граничные условия на боковой поверхности в радиальном направлении. На левой границе задавалось условие осевой симметрии. Нижняя граница излучателя была жестко закреплена. На внешней границе акустической среды помещался идеальный согласующий слой (неотражающее граничное условие). Нижняя граница пьезоактивного слоя была заземлена, на верхнюю подавался гармонический электрический потенциал амплитудой 100 В.

При решении задачи оптимизации с целью получения максимального уровня звукового давления в прямом луче (SPL), максимального коэффициента передачи по току (TCR) и минимальной неравномерности звукового давления в исследуемом диапазоне частот, в качестве варьируемых параметров были выбраны механические характеристики соответствующих материалов, а также, пористость активного слоя. Процесс оптимизации реализован посредством работы модуля MATLAB, в котором производилось изменение параметров дизайна преобразователя; выполнялся вызов КЭ модели Comsol Multiphysics, для каждого набора параметров возвращающей частотные характеристики SPL и TCR; и вычисление целевых функционалов. Графическая иллюстрация диаграмм Парето выполнялась с использованием вспомогательных процедур.

О влиянии неоднородных предварительных напряжений на волновые процессы в полом цилиндре

Юров В. О.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

vitja.jurov@yandex.ru

Рассмотрены волны в полом упругом неоднородном цилиндре при наличии поля предварительных напряжений. Отметим, что волновые процессы в цилиндрах при наличии постоянных полей предварительных напряжений достаточно подробно исследованы, однако это исследование не дает возможности оценить справедливость выводов даже для простейшего предварительного напряженного состояния, соответствующего задаче Ламе. Тензор предварительных напряжений имеет ненулевые радиальные, тангенциальные и осевые компоненты, зависящие от координат. Задача сведена к линейной системе дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами, которые зависят от компонент тензора предварительных напряжений. Система состоит из четырех уравнений, правые части которых зависят от двух безразмерных параметров – частоты и волнового числа. Для этой системы сформулированы граничные условия, соответствующие нагружению с внутренней или с внешней поверхности.

В силу переменности коэффициентов системы, решения рассматриваемых задач находились численно методом пристрелки путем сведения к решению набора задач Коши, предложенная схема позволяет анализировать любые законы изменения компонент тензора предварительных напряжений, в частности и соответствующие радиальные и тангенциальные напряжения взяты из решения задачи Ламе.

Отдельно исследованы дисперсионные соотношения задачи. Анализ стоячих волн позволил установить, что для любых законов изменения предварительных напряжений существует два семейства дисперсионных кривых, отличающихся кинематикой движения. Четвертая мода представляет собой участок аномальной дисперсии. Проведено исследование, позволившее установить степень влияния предварительных напряжений на структуру компонент дисперсионного множества и изменение скоростей распространяющихся мод. Первая мода выходит из нуля и имеет линейный участок прилегания к осям координат. Все остальные моды подходят к частотной оси под прямым углом. Их взаимное расположение зависит от толщины цилиндра. При уменьшении толщины стенки цилиндра происходит сдвиг семейства кривых по частотной оси вправо. Изменения, вносимые в дисперсионные множества предварительными напряжениями, как совокупность продольного, тангенциального и радиального напряжений, разделены по характеру влияния. Отмечена линейная зависимость частот запираания от интенсивности предварительных напряжений.

Автор выражает благодарность научному руководителю Ватульяну А. О. за внимание к работе.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (код проекта 13-01-00196).

Экспериментальное исследование колебаний упругих сосудов при протекании через них неньютоновских сред

Юшутин В. С.

Москва, Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова

vladimir.yushutin@gmail.com

Исследуется продольное течение реологических сред внутри длинного осесимметрично деформируемого канала кругового поперечного сечения. Известно, что всестороннее изучение такой связанной гидроупругой системы является чрезвычайно сложной проблемой по причине большого количества влияющих факторов. Например, определяющие соотношения материала, из которого сделаны стенки, безусловно влияют на поведение системы. С другой стороны, физические свойства протекающей внутри канала среды нельзя не учитывать по следующим причинам.

Рассмотрим стационарное положение системы канал–среда, характеризуемое некоторым расходом, стационарно протекающим через некоторое контрольное сечение. Считается, что при достижении критического значения расхода стенки канала становятся колебательно неустойчивыми, что было показано в теоретических, вычислительных и экспериментальных работах для случая ньютоновской среды, т. е. линейно-вязкой. Однако, известно, что кровь не является ньютоновской средой, проявляя как нелинейные эффекты, так и пластические.

Вопросы устойчивости в моделях кровообращения имеют важное значение по той причине, что многие васкулярные заболевания имеют и механический аспект. Например, местный износ сосудов связывают с интенсивными колебаниями их стенок, являющимися проявлением динамической неустойчивости, а возникновение аневризмы есть неколебательный процесс потери статической устойчивости.

Целью эксперимента является выяснение условий устойчивости стенок канала, а также продольной скорости распространения пульсовой волны при протекании именно неньютоновских сред. Докладчиком были ранее получены аналитические оценки границ устойчивости в пространстве безразмерных параметров для случая неньютоновских, степенных сред, протекающих внутри упругого канала.

Экспериментальная установка представляет собой горизонтально расположенную цилиндрическую стальную трубу, которая прерывается участком резиновой податливой трубки малой толщины. Участок с трубкой погружен в резервуар для компенсации силы тяжести силой Архимеда и контроля внешнего давления. На входе в канал установлен датчик абсолютного давления и расходомер, а на выходе — датчик дифференциального давления. Выход соединён со входом через накопитель и насос, образуя замкнутую систему. В качестве неньютоновских сред, циркулирующих по системе, используются растворы ксантановой камеди и растворы карбопола — легко доступных и относительно безвредных веществ.

В докладе представлены некоторые экспериментальные результаты, а также оценено их значение для биомеханики кровообращения.

Содержание

Абрамович М. В., Колосова Е. М., Чебаков М. И. Контактная задача для трехслойного сферического шарнира	5
Айзикович С. М., Васильев А. С., Волков С. С. Действие нормально приложенной сосредоточенной силы и точечного заряда на пьезоэлектрическое трансверсально-изотропное полупространство с неоднородным покрытием	6
Акопьян В. А., Ле З. В., Паринов И. А., Рожков Е. В., Чебаненко В. А. Экспериментальное и конечноэлементное моделирование устройств накопления энергии	7
Акопьян В. А., Паринов И. А., Черпаков А. В. Идентификация поврежденного состояния стержневой конструкции на основе измерений амплитуд колебаний	8
Аменицкий А. В., Игумнов Л. А., Литвинчук С. Ю., Ратаушко Я. Ю. Решение трехмерных задач динамической пороупругости методом граничных элементов	9
Анджикович И. Е., Бочарова О. В. Об исследовании особенностей волновых полей на поверхности структурно-неоднородных тел	10
Андреев П. С., Салыхова Р. А., Саченков О. А., Хасанов Р. Ф. Математическое моделирование ротационной остеотомии проксимального участка бедренной кости	11
Ардазишвили Р. В. Кромочные волны высшего порядка в пластинах при смешанных граничных условиях на торце	12
Аристамбекова А. В., Доль А. В., Иванов Д. В., Павлова О. Е. Биомеханика аневризм головного мозга человека	13
Ахвердиев К. С., Лагунова Е. О., Мукутадзе М. А. Расчетная модель трехслойной гидродинамической смазки радиального подшипника	14
Барабаш А. П., Барабаш Ю. А., Иванов Д. В. Биомеханическое исследование имплантата нового типа для остеосинтеза переломов бедренной кости	15
Баранов И. В., Нгуен Зуй Чыонг З. Идентификация дефектов в трубопроводе на основе сочетания МКЭ и искусственных нейронных сетей	16
Баранов И. В., Шевцов М. Ю., Chang S. H. Идентификация упругих и диссипативных свойств анизотропных материалов на основе сочетания МКЭ и генетического алгоритма	17
Батищев В. А., Гетман В. А. Бифуркации вращения в слоях Марангони	18
Бауэр С. М., Зимин Б. А., Качанов А. Б., Свентицкая В. Е., Судьенков Ю. В. Локальное нарушение механической устойчивости коллагенового каркаса	19
Бауэр С. М., Морозов Н. Ф., Семёнов Б. Н. Устойчивость пластин наноразмерной толщины, ослабленных отверстием	20

Башлай А. П., Гаврюшин С. С., Даниленко К. Б., Саврасов Г. В. Численное моделирование взаимодействия внутрисосудистого микроробота с биообъектом	21
Белов А. А., Игумнов Л. А., Марков И. П., Петров А. Н. Решение трехмерных задач анизотропной динамической теории упругости методом граничных элементов	22
Белокрылов А. Н., Белокрылов Н. М., Демидов Ф. А., Сотин А. В. Математическое моделирование процессов очаговой костной деструкции в проксимальном отделе бедра	23
Богачев И. В., Кругликов А. А. О некоторых подходах к моделированию сращения костной ткани	24
Богачева М. О. Компьютерный анализ кардиосигналов	25
Борисова Е. В., Рашидова Е. В., Соболев Б. В. Асимптотический анализ ядра интегрального уравнения в задаче о трещине, перпендикулярной границе составного упругого тела	26
Будянский А. В., Цибулин В. Г. Математическая модель распределения сосуществующих популяций на неоднородном ареале	27
Букатов А. А., Гридчина Е. Е., Заставной Д. А. Реалистичная деформация трёхмерных антропоморфных моделей с использованием контрольных кластеров	28
Бычков А. А. Равновесие двухкомпонентного упругого слоя, содержащего дислокационные петли	29
Бычков А. А., Криворотова Д. В., Надолин Д. К., Оганесян П. А., Соловьева А. А. Разработка модульной архитектуры конечно-элементных комплексов на примере пакета ACELAN	30
Васильченко А. А., Никитин Ю. Г. Идентификация параметров некоторых трехмерных внутренних неоднородностей в упругом слое	31
Ватульян А. О. Предварительные напряжения и ростовые деформации	32
Ватульян А. О., Ляпин А. А., Нестеров С. А. Об определении характеристик неоднородного предварительно напряженного пороупругого слоя	33
Вильде М. В. Влияние продольного натяжения на распространение гармонических волн в кровеносных сосудах	34
Вильчевская Е. Н., Фрейдин А. Б. Моделирование фронтов химических реакций в деформируемых телах	35
Волокитин Г. И. О выпучивании нелинейно-упругого цилиндра в обойме	36
Воронин А. В., Семенов Б. Н., Судьенков Ю. В. Моделирование импульсного взаимодействия плазменной струи с вольфрамовой преградой	37
Воронкова Е. Б., Бауэр С. М. Использование системы Comsol Multiphysics [©] в задачах биомеханики глаза	38
Вуколов Д. С., Сторожев В. И. Анализ эффектов рассеяния нормальных волн сдвига на внутреннем туннельном цилиндрическом упругом включении в свободном слое	39

Гаврилов В. А., Кучумов А. Г., Няшин Ю. И., Самарцев В. А. Моделирование перистальтического течения желчи как жидкости Каро в элементах билиарной системы	40
Галаджева М. Р., Гультяев В. В., Зиборов Е. Н. Определение нарушения адгезии в армированном композите на основе идентификации межфазного слоя	41
Гатаулин Я. А., Федорова Е. А. Численное и экспериментальное моделирование закрученного течения в модели кровеносного сосуда . .	42
Глухов И. А., Сторожев В. И. Анализ дисперсии локализованных волн деформаций в поперечно-анизотропном слое между поперечно-анизотропными полупространствами	43
Глухова О. Е., Гришина О. А. Атомистическая модель аполипопротеина В-100 и закономерности его взаимодействия с липидами	44
Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Мякишева О. А. К расчету волнового поля акустического микроскопа	45
Глушкова В. Н. Логическое моделирование гибридных технических систем	46
Говорухин В. Н., Жданов И. А. Частные решения задачи протекания идеальной несжимаемой жидкости в прямоугольной канале	47
Говорухин В. Н., Загребнева А. Д. Динамика и бифуркации в модели активный хищник – пассивная жертва	48
Голуб М. В., Федоров Ф. С., Шпак А. Н. Частотно-временной анализ сигналов в задачах механотроники и электрохимии	49
Голуб М. В., Дорошенко О. В. Моделирование дифракции упругих волн на круговой интерфейсной трещине	50
Голубев Г. Ш., Каргин М. А. Компьютерный анализ прочности костного регенерата на различных этапах заживления косоого перелома в модельной системе остеосинтеза аппаратом Илизарова при статических и периодических воздействиях	51
Голядкина А. А., Левченко К. К., Полиенко А. В. Выбор метода лечения диафизарных переломов длинных костей на основе комплексного биомеханического моделирования систем остеосинтеза	52
Голядкина А. А., Менишова Л. Р., Номеровская Е. А., Полиенко А. В., Челнокова Н. О. Биомеханическая модель хирургического лечения желудочков сердца человека: шаг к пациенто-ориентированному предоперационному планированию	53
Голядкина А. А., Кириллова И. В., Коссович Л. Ю. Биомеханическое моделирование как основа создания пациенто-ориентированной системы прогнозирования результатов хирургического лечения аорты и ее ветвей	54
Городков С. Ю., Коссович Л. Ю., Менишова Л. Р. Конечно-элементное моделирование перистальтики толстого кишечника	55

Григоренко К. С., Краснощеков А. А., Соловьева А. А., Хартиев С. М. Идентификация параметров стратификации плотности в океане на основе поверхностных проявлений внутренних волн	56
Григоренко К. С., Матишов Д. Г., Соловьева А. А., Хартиев С. М. Внутренние волны в океане при наличии интрузионных слоев плотности	57
Груздев Р. Ю., Репнякова С. Определение механических свойств наноматериалов на основе метода молекулярной динамики	58
Гукасян Л. С. О методе Галеркина в решении обратных задач	59
Гутерман Л. А., Зинюхина Е. В., Сухов Д. Ю. Проект Единого информационного пространства образования Ростовской области	60
Дашевский И. Н., Никитин С. Е. Измерение и биомеханическое моделирование разгрузки при ортезировании нижних конечностей	61
Демидов Ф. А., Скрябин В. Л., Сотин А. В. Использование пористого углерода при замещении дефектов губчатой кости	62
Диденко А. В., Кириллова Е. В., Сыромятников П. В. Методы оптимизации расчетов термоупругих анизотропных композиционных материалов	63
Дударев В. В., Мнухин Р. М. О колебаниях трубы при наличии зоны пластичности	64
Елагин А. В., Моисеенко И. А. Вторые гармоники монохроматических нормальных волн кручения: учет фактора геометрической нелинейности для трансверсально-изотропного цилиндра с обобщенными смешанными граничными условиями на поверхности	65
Жеребко А. И. О возможностях автоматизации решения задачи о чистом изгибе полосы из нелинейно-упругого материала	66
Жиляев И. В., Надолин К. А. Вычислительные эксперименты для редуцированной математической модели гидродинамики мелкого протяженного руслового потока	67
Жоголева Н. В. Нелинейные ангармонические возмущения для обобщенных волн Стоунли вдоль границы контакта анизотропных полупространств кубической системы	68
Зеленина А. А., Зубов Л. М. Учет распределенных дислокаций в нелинейной задаче Головина	69
Зеленцов В. Б., Кренев Л. И., Митрин Б. И., Садырин Е. В. Параметрический и численный анализ собственных значений в задачах термоупругодинамической неустойчивости	70
Ивлева Н. С. Обоснование метода усреднения для обобщенной задачи конвекции	71
Ильичев В. Г., Ильичева В. В. Дельта-функции в непрерывных моделях экологии	72
Казарников А. В. Численное и аналитическое исследование системы Рэлея с диффузией	73
Казарников А. В. Система управления индивидуальными учебными планами магистрантов мехмата ЮФУ	74

Калинин А. А., Кириллова И. В., Коссович Л. Ю., Морозов Д. А. Применение методов компьютерного моделирования для оценки порտальной гипертензии у детей	75
Карякин М. И., Шубчинская Н. Ю. Влияние собственных напряжений на устойчивость цилиндра при растяжении и раздувании	76
Карякин М. И., Надолин К. А., Наседкин А. В. Опыт разработки и реализации магистерской программы «IT in Biomechanics» в рамках международного проекта ICARUS	77
Кизилова Н. Н. Моделирование гемодинамики и процессов регуляции кровообращения в системе коронарных артерий человека	78
Кизилова Н. Н., Черевко В. А. Исследование гравитационного оседания эритроцитов крови в наклонных трубках	79
Кириллова И. В., Коссович Е. Л. Исследование механических свойств нанокмпоЗИтов «хитозан – углеродные низкоразмерные структуры»	80
Кириченко О. В., Ревина С. В. Задача устойчивости двумерных непараллельных течений с нулевым средним	81
Клышников К. Ю., Нуштаев Д. В., Овчаренко Е. А., Саврасов Г. В. Комплексная оценка баланса сил протеза клапана аорты с бесшовным способом имплантации	82
Колегов К. С. Математическое моделирование массопереноса в испаряющейся капле коллоидного раствора с учетом капиллярных и гравитационных сил	83
Колесников А. М. Чистый изгиб раздутой упругой кривой трубки	84
Колосова Е. М., Ляпин А. А., Чебаков М. И. Расчет прочности трубопровода с дефектом на основе конечно-элементной модели	85
Красновская С. В., Напрасников В. В., Скалиух А. С. Конечноэлементный анализ собственных колебаний компрессорно-конденсаторного агрегата	86
Кручинин П. А. Использование механических моделей при анализе результатов стабилметрических исследований	87
Курапеев Д. И., Хоробров С. В., Юхнев А. Д. Исследование гидродинамических характеристик нового полнопроточного искусственного клапана сердца МедИнж-СТ	88
Курбатова Н. В. О научной работе магистра с базовым медицинским образованием	89
Ларченко В. В. Частичное осреднение искомым и неопределенность их значений в условиях бифуркации решения	90
Левенштам В. Б. Два подхода к асимптотическому интегрированию обобщенной задачи конвекции	91
Лобова Т. В., Ткачев А. Н. Нечеткие модели комплексной оценки учебных достижений обучаемых	92
Луконин А. Ю., Соловьев А. Н. Расчет нагрузочной способности в цилиндрических зубчатых передачах численными методами	93

Макаров С. С., Устинов Ю. А. Исследование устойчивости оболочек вращения с периодической структурой срединной поверхности на основе метода Флоке–Ляпунова	94
Марценюк М. А., Сыпачев С. С. Калибровочная модель поступательных локомоций (теория и эксперимент)	95
Мирзаванд М. А., Напрасников В. В., Соловьев А. Н. Оптимизация конструкции каркаса морской нефтедобывающей платформы с помощью МКЭ	96
Моргунова А. В. О волнах в неоднородном цилиндрическом волноводе	97
Моршнева И. В., Петрова Е. И. Возникновение периодических течений в вертикальном слое жидкости с примесью	98
Назаров А. С., Ткачев А. Н. Нейросетевые модели для решения краевых задач расчета магнитного поля	99
Наседкин А. В. Конечно-элементное моделирование пьезоэлектрических материалов и устройств медицинского ультразвука	100
Наседкин А. В., Юшутина Е. С. Численный анализ крутильных пьезоэлектрических преобразователей со спиральными стержневыми элементами	101
Наседкина А. А. Численное исследование пороупругих свойств компактной костной ткани при варьировании параметров ячейки периодичности	102
Наседкина А. А. Особенности обучения студентов магистерской программы “IT in Biomechanics” численным методам линейной алгебры для разреженных матриц	103
Недин Р. Д. О неклассических моделях предварительно напряженных стержней и пластин	104
Норкин М. В., Яковенко А. А. Математическое моделирование начального этапа отрывного движения эллиптического цилиндра в возмущенной жидкости со свободной поверхностью	105
Носок В. И. Краевые резонансы на изгибных волнах в анизотропном полуслое с гибкими нерастяжимыми покрытиями на гранях	106
Оганесян П. А., Скалиух А. С., Соловьев А. Н. Решение прямых и обратных задач с неоднородной поляризацией пьезоэлементов в ACELAN	107
Павлова О. Е., Полиенко А. В. Влияние дополнительных сегментарных ветвей у наружной сонной артерии на общую гемодинамику сосуда	108
Плоткин Г. Л., Шукейло Е. Ю., Шукейло Ю. А. Моделирование напряженно-деформированного состояния имплантата из пористого NiTi при прорастании в его структуру костной ткани	109
Приходько Н. В. Методика анализа спектров связанных электроупругих волн в цилиндре из монокристалла ниобата калия	110
Проценко Ю. Л., Семеняк Д. Н., Смолюк А. Т., Смолюк Л. Т. Оценка механической работы миокарда крыс с артериальной гипертензией	111

Проценко Ю. Л., Смолюк А. Т., Смолюк Л. Т. Моделирование вязкоупругого отклика в ответ на деформацию в неоднородном мышечном волокне	112
Ревина С. В. Автоколебания, возникающие при потере устойчивости сдвиговых течений	113
Скалиух А. С. К вопросу поляризации поликристаллических сегнетоэлектриков-релаксоров	114
Скичко Д. И., Шпак В. А. Управление структурой дисперсионного спектра нормальных волн в анизотропном слое путем варьирования параметров обобщенных смешанных краевых условий на гранях .	115
Углич П. С. О колебаниях предварительно напряжённой круглой пластины	116
Углич П. С. О Обратная коэффициентная задача о колебаниях поперечно-неоднородного упругого слоя	117
Федоренко А. Г. Метод блочного элемента в сейсмологии Краснодарского края	118
Шевцова М. С. Многокритериальная оптимизация импульсного излучателя с пористым пьезоактивным слоем	119
Юров В. О. О влиянии неоднородных предварительных напряжений на волновые процессы в полом цилиндре	120
Юшутин В. С. Экспериментальное исследование колебаний упругих сосудов при протекании через них неньютоновских сред	121