

# VII

## Олимпиадная математика



С.В. Лебедева  
СГУ им. Н.Г. Чернышевского  
Саратов, 2019



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского  
Механико-математический факультет

## ОЛИМПИАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Учебно-методическое пособие

для студентов, обучающихся по направлению 44.03.01 – педагогическое  
образование, профиль – математическое образование

Саратов, 2019

*Рекомендовано к печати*

*научно-методической комиссией механико-математического факультета  
Саратовского государственного университета им. Н.Г.Чернышевского*

Л 33 Лебедева, С. В. Олимпиадная математика: учебно-методическое пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 44.03.01 – педагогическое образование, профиль – математическое образование / С. В. Лебедева. – Саратов, 2019. – 82 с.

«Олимпиадная математика» – первый модуль курса «Методика углубленного обучения математике» – имеет своей целью подготовку будущих учителей математики к организации и проведению школьных математических олимпиад. Учебно-методическое пособие позволяет организовать эту подготовку, оно предполагает самостоятельное освоение материала курса в ходе аудиторной и внеаудиторной работы.

## ВХОДНОЕ (ДИАГНОСТИЧЕСКОЕ) ТЕСТИРОВАНИЕ

Выбравшим для будущей профессиональной деятельности труд учителя математики наверняка приходилось иметь дело с различными олимпиадами по математике для школьников. Поэтому, Вам не составит труда ответить на 10 несложных вопросов, которые объединены общей темой «Что я знаю про математические олимпиады школьников?».

1. В России конкурсы по решению задач начали проводиться с

- ☐ 1894 года.
- ☐ 1886 года.
- ☐ 1902 года.
- ☐ 1914 года.

2. Основной структурной и содержательной единицей любой математической олимпиады является:

- ☐ математическая задача;
- ☐ занимательная задача, ребус или головоломка;
- ☐ математическая или практическая задача, решаемая математическими методами;
- ☐ практическая задача.

3. Под задачей математической олимпиады для школьников будем понимать

- ☐ любую задачу, включённую в содержание математической олимпиады её организаторами;
- ☐ нестандартную по формулировке и методам решения;
- ☐ стандартную (алгоритмическую) повышенной трудности, имеющую помимо стандартного, как правило, технически громоздкого решения, «красивое» оригинальное решение;
- ☐ стандартную по формулировке, но нестандартную по методам решения;
- ☐ нестандартную по формулировке, но стандартную по методам решения;
- ☐ стандартную для учащихся определённой возрастной категории (алгоритмическую) задачу повышенной трудности, имеющую помимо стандартного «красивое» оригинальное решение, и нестандартные задачи по формулировке и/или по методам их решения;
- ☐ занимательную математическую или практическую, решаемую математическими методами, задачу;
- ☐ ранее нигде не встречавшуюся математическую или практическую, решаемую математическими методами, задачу.

#### 4. Занимательные задачи в структуре математической олимпиады выполняют несколько основных функций:

- ☐ позволяют продемонстрировать уровень развития общих способностей, в том числе, уровень общелогической подготовки;
- ☐ с их помощью выявляют математически одарённых учащихся, поскольку эти задачи требуют высокого уровня развития математических способностей;
- ☐ вызывают интерес учащегося к олимпиадной деятельности;
- ☐ позволяют оценить уровень и качества (критичность, рациональность, гибкость и т.п.) мышления решающего;
- ☐ позволяют выявить умение решающего определить теоретический базис задачи (те предметные знания и умения, которые определяют метод решения);
- ☐ создают ситуацию успеха для любого участника олимпиады;
- ☐ позволяют выявить умение решающего «разработать» метод, способ или новый подход к решению.

#### 5. Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике

○ Ежегодное соревнование, которое проводится очно по восьми направлениям: математике, математическим играм, физике, астрономии и наукам о Земле, химии, биологии, истории, лингвистике и литературе. Соревнования по всем предметам проходят одновременно в разных аудиториях. Учащиеся сами решают, в каком количестве дисциплин принять участие, и по своему желанию переходят из одной аудитории в другую. Это правило не распространяется только на одиннадцатиклассников: они пишут все предметы в одном месте. Задания по всем дисциплинам выполняются письменно, устные ответы возможны только на математических играх. Победителей определяют как по отдельным направлениям, так и в многоборье, по сумме достижений в нескольких предметах.

○ Олимпиада по математике для учащихся 5-11 классов, организованная МГУ имени М. В. Ломоносова и издательским домом «Московский Комсомолец». Задания отборочного этапа размещаются в личных кабинетах участников, выполнять их можно дистанционно. Заключительный этап проводится очно в МГУ имени М. В. Ломоносова и на региональных площадках.

○ Олимпиада, игры и лекции для школьников 6-7 классов: школьников ждут нестандартные задачи, решить которые поможет воображение и смекалка; на выполнение заданий дается два часа. С 1990 года проводится в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова.

○ Олимпиада по математике для учащихся 5-11 классов, организованная МГУ механико-математическим факультетом им. М. В. Ломоносова.

## 6. Московская математическая олимпиада

- Соревнование для школьников 1-9 классов по решению старых и старинных задач и головоломок на приз Большого кованого гвоздя.

- Олимпиада по математике для учащихся 5-11 классов, организованная МГУ имени М. В. Ломоносова и издательским домом «Московский Комсомолец». Задания отборочного этапа размещаются в личных кабинетах участников, выполнять их можно дистанционно. Заключительный этап проводится очно в МГУ имени М. В. Ломоносова и на региональных площадках.

- Соревнование для школьников 8-11 классов по решению задач близких к реальной науке.

- Олимпиаде школьников по математике для учащихся 4-11 классов. При этом для 4-6 классов проводится только школьный этап, для 7-8 участие заканчивается на муниципальном этапе, во всех четырех этапах имеют возможность участвовать учащиеся 9-11 классов.

## 7. Турнир Ломоносова

- Олимпиада по математике для учащихся 5-11 классов, организованная МГУ имени М. В. Ломоносова и издательским домом «Московский Комсомолец». Задания отборочного этапа размещаются в личных кабинетах участников, выполнять их можно дистанционно. Заключительный этап проводится очно в МГУ имени М. В. Ломоносова и на региональных площадках.

- Олимпиада по математике для учащихся 5-11 классов, организованная МГУ механико-математическим факультетом им. М. В. Ломоносова.

- Олимпиада, игры и лекции для школьников 6-7 классов: школьников ждут нестандартные задачи, решить которые поможет воображение и смекалка; на выполнение заданий дается два часа. С 1990 года проводится в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова.

- Ежегодное соревнование, которое проводится очно по восьми направлениям: математике, математическим играм, физике, астрономии и наукам о Земле, химии, биологии, истории, лингвистике и литературе. Соревнования по всем предметам проходят одновременно в разных аудиториях. Учащиеся сами решают, в каком количестве дисциплин принять участие, и по своему желанию переходят из одной аудитории в другую. Это правило не распространяется только на одиннадцатиклассников: они пишут все предметы в одном месте. Задания по всем дисциплинам выполняются письменно, устные ответы возможны только на математических играх. Победителей определяют как по отдельным направлениям, так и в многоборье, по сумме достижений в нескольких предметах.



8. Олимпиада предназначена для восьмиклассников и призвана восполнить отсутствующие для них региональный и заключительный этапы Всероссийской математической олимпиады. В олимпиаде им. Эйлера могут участвовать и ученики более младших классов (однако, им надо иметь в виду, что задачи будут рассчитаны на восьмиклассников), а также школьники соответствующих классов из тех зарубежных стран, где будут организованы национальные оргкомитеты.

- Олимпиада имени Леонарда Эйлера;
- Олимпиада «Океан знаний» по математике;
- Олимпиада «Юные таланты» по математике;
- Олимпиада «Шаг в будущее» по математике.

#### 9. «Математический праздник»

○ Олимпиада, игры и лекции для школьников 6-7 классов: школьников ждут нестандартные задачи, решить которые поможет воображение и смекалка; на выполнение заданий дается два часа. С 1990 года проводится в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова.

○ Ежегодное соревнование, которое проводится очно по восьми направлениям: математике, математическим играм, физике, астрономии и наукам о Земле, химии, биологии, истории, лингвистике и литературе. Соревнования по всем предметам проходят одновременно в разных аудиториях. Учащиеся сами решают, в каком количестве дисциплин принять участие, и по своему желанию переходят из одной аудитории в другую. Это правило не распространяется только на одиннадцатиклассников: они пишут все предметы в одном месте. Задания по всем дисциплинам выполняются письменно, устные ответы возможны только на математических играх. Победителей определяют как по отдельным направлениям, так и в многоборье, по сумме достижений в нескольких предметах.

○ Олимпиада по математике для учащихся 5-11 классов, организованная МГУ имени М. В. Ломоносова и издательским домам «Московский Комсомолец». Задания отборочного этапа размещаются в личных кабинетах участников, выполнять их можно дистанционно. Заключительный этап проводится очно в МГУ имени М. В. Ломоносова и на региональных площадках.

○ Олимпиада по математике для учащихся 5-11 классов, организованная МГУ механико-математическим факультетом им. М. В. Ломоносова.

10. Если требуется представить группу школьников 6 класса к участию во Всероссийской олимпиаде школьников по математике, то

- даём задание ученикам поучаствовать в какой-нибудь интернет-олимпиаде или другом соревновании/конкурсе по математике, а затем - всех, кому понравилось, отправляем на олимпиаду;
- проводим школьную олимпиаду и выбираем лучших учеников, которых и отправляем на олимпиаду;
- отправляем на олимпиаду всех тех, кто участвовал в прошлом году и показал ненулевые результаты;
- решаем с отличниками задачи олимпиадной тематики из какого-нибудь сборника олимпиадных задач;
- разбираем со всеми желающими вариант Всероссийской олимпиады школьников по математике прошлого учебного года;
- занимаемся подготовкой к олимпиаде с членами математического кружка – решаем нестандартные задачи.

Вы должны ответить правильно на большую часть вопросов, но если этого не произошло, то Вы узнаете ответы на эти вопросы, изучив предлагаемый курс.



# ИСТОРИЯ ОЛИМПИАДНОГО ДВИЖЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

## *Лабораторное занятие 1*

Школьные математические олимпиады являются наиболее эффективным средством выявления способностей, интересов и возможностей учащихся. Олимпиады возникли в Древней Греции как состязания в ловкости, силе, красоте. Первая олимпиада состоялась в 776 г. до н. э. Олимпиады проводились в Олимпии один раз в четыре года. Различного рода состязания проводились не только в спорте. Хорошо известна любовь к состязаниям в решении задач, как на Руси, так и во многих других странах мира. Математические соревнования по решению задач также называются олимпиадами, хотя они проводятся в настоящее время с периодом не в четыре года, а, как правило, ежегодно.

В России конкурсы по решению задач начали проводиться с 1886 года, в Венгрии и Румынии – с 1894 года, в других странах – значительно позже. Особенно широкое развитие олимпиады получили в СССР за годы Советской власти. Уже в начале 30-х годов начали работать математические кружки и проводиться олимпиады в Московском и Ленинградском университетах. В 1934 году была проведена первая математическая олимпиада школьников в Ленинградском университете. С 1961 года олимпиады в масштабе всей страны стали проводиться регулярно. Они назывались Всероссийскими математическими олимпиадами с участием команд союзных республик. В последние годы проводится много различных олимпиад. Кроме традиционных проводятся также дистанционные, устные, заочные, нестандартные и другие виды олимпиад.

Математические олимпиады являются эффективным средством выявления и развития математических способностей учащихся, стимулируют углубленное изучение предмета.

Большой вклад в становление и развитие олимпиадного движения в России, в разработку методик организации и вопросов проведения олимпиад внесли такие ученые и педагоги, как П. С. Александров, И. Л. Бабинская, М. И. Баишева, М. И. Башмаков, И. М. Гельфанд, Г. И. Глейзер, Б. В. Гнеденко,

Б. Н. Делоне, О. Ю. Дмитриев, Г. В. Дорофеев, Г. И. Зубелевич,  
А. Н. Колмогоров, Н. Н. Константинов, Г. Г. Левитас, Л. А. Люстерник,  
А. И. Маркушевич, И. С. Петраков, Д. Пойа, В. Н. Рusanов, С. Л. Соболев,  
В. А. Тартаковский, Г. А. Тоноян, А. В. Фарков, Г. М. Фихтенгольц,  
П. В. Чулков, Д. О. Шклярский и др.

**Задание.** Опишите роль одного из учёных в становлении и развитии олимпиадного движения

# ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

## *Лабораторное занятие 2*

Олимпиады – это интеллектуальные соревнования для школьников. Только в России их проводится более 700. Форматов очень много: индивидуальные и командные, очные и заочные, квесты, регаты, карусели, бои и т. д.

Олимпийский принцип: «Главное – не победа, главное – участие» нашел здесь живое воплощение. Олимпиада – это не контрольная и не экзамен, за нее не ставят «двойки». Участники выполняют задания, которые подготовлены специально для них. Авторы тратят много сил и времени на то, чтобы у школьника «горели глаза», когда он увидит задачу. Кстати, сами авторы называются композиторами задач, ведь придумать интересный при этом уникальный сюжет – это целое искусство. Тем более интересно решать их одним из первых.

Например, задания математического праздника составляет комиссия, которая придумывает совершенно новые, оригинальные задачи, а не берет слегка переделанные старые. «Это многомесячная работа, в которой принимают участие математики из разных городов, и даже стран. Среди постоянных авторов последних лет — замечательный задачный композитор из Швеции Александр Шаповалов, Александр Хачатурян, Инна Раскина... Мы даже проводим специальный семинар, где несколько дней обсуждаем формулировки, чтобы они были красивыми и интересными», — рассказывает создатель математического праздника Иван Ященко.

Олимпиады дают возможность школьникам проявить себя, раскрыть таланты и расширить кругозор, определиться с интересами и развивать свои способности. Здесь ценят оригинальные идеи, нестандартное мышление и творчество.

Олимпиады, как и любые состязания, воспитывают целеустремленность, учат преодолевать стресс и не бояться неудач. Школьников привлекает и

подстегивает дух соперничества, но, несмотря на это, олимпиады – объединяют. Многие здесь встречают единомышленников и заводят новых друзей.

Общение не заканчивается вместе с олимпиадой, а переходит на качественно иной уровень. Участники ходят на дополнительные занятия, кружки, ездят в летние и зимние школы, например, в Сириус. Это дает начало замечательной дружбе и сотрудничеству в сообществе талантливых людей: школьников, учителей, ученых и даже бизнесменов. Олимпиады проводят вузы и организации, которые заинтересованы в развитии детей. Для ребят это шанс прикоснуться к научному миру уже в школе.

Для учителя олимпиады это способ заинтересовать школьников собственным предметом, продемонстрировать его с новой стороны. Подготовка к состязанию помогает закрепить и углубить знания, мотивировать учеников к дальнейшим занятиям.

**Задание 1.** Изучите материалы сайта [olimpiada.ru](http://olimpiada.ru). Охарактеризуйте наиболее интересную на Ваш взгляд олимпиаду для школьников по математике.

**Задание 2.** Приведите задания выбранной олимпиады за прошлый учебный год с возможными решениями.

## **СБОРНИКИ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ – ПРЕЦЕДЕНТНЫЕ КЛАССИФИКАТОРЫ**

### ***Лабораторное занятие 3***

Наиболее часто встречаются прецедентные классификации задач математических олимпиад для школьников. Как правило, они задают структуру соответствующего прецеденту сборника олимпиадных задач.

Например, в книге «Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993-2006: Окружной и финальный этапы»; – все задачи представлены в двух разделах «Окружной этап олимпиады» и «Заключительный этап олимпиады», каждый из которых разбит на 14 подразделов, соответствующих учебным годам, начиная с 1992-93 и заканчивая 2005-06; внутри каждого подраздела размещены тексты олимпиадных работ отдельно для учащихся 8, 9, 10 и 11 классов. На рисунке 1 приведён текст такой работы с указанием авторства каждой задачи.

Подобные классификаторы позволяют учителю в первую очередь определить уровень той или иной олимпиады, соотнести этот уровень с подготовкой учащихся и рекомендовать или не рекомендовать им участвовать в конкретной олимпиаде. Кроме того, как и любой другой сборник олимпиадных задач, прецедентный классификатор позволяет пополнить учителю банк задач для проведения занятий кружков, факультативов и спецкурсов.

Однако, работа с таким сборником требует значительных затрат времени, так как учителю самому предстоит на время этой работы стать «участником олимпиады». Связано это, прежде всего, с тем, что в сборниках, разработанных по прецедентному принципу, отсутствуют указания на принадлежность задачи к определённой теме школьного курса математики и на эффективный метод решения. Приведённые решения задач, идеи и указания к решению, а также аргументированные ответы образуют отдельный раздел и требуют специального логико-дидактического анализа.

## 1995–1996 г.

## 8 класс

**73.** Мороженое стоит 2000 рублей. У Пети имеется

$$400^5 - 399^2 \cdot (400^3 + 2 \cdot 400^2 + 3 \cdot 400 + 4)$$

рублей. Достаточно ли у Пети денег на мороженое?<sup>1</sup> (К.Клюев)

**74.** Назовем билет с номером от 000000 до 999999 *отличным*, если разность некоторых двух соседних цифр его номера равна 5. Найдите число *отличных* билетов. (А.Шаповалов)

**75.** Существует ли такой выпуклый (все углы меньше  $180^\circ$ ) пятиугольник  $ABCDE$ , что все углы  $ABD$ ,  $BCE$ ,  $CDA$ ,  $DEB$  и  $EAC$  — тупые? (К.Клюев)

**76.** На столе лежат  $n$  спичек ( $n > 1$ ). Двое игроков по очереди снимают их со стола. Первым ходом игрок снимает со стола любое число спичек от 1 до  $n - 1$ , а дальше каждый раз можно брать со стола не больше спичек, чем взял предыдущим ходом партнер. Выигрывает тот, кто взял последнюю спичку. Найдите все  $n$ , при которых первый игрок может обеспечить себе выигрыш. (Н.Рубинов)

**77.** Можно ли так расставить фишки в клетках доски  $8 \times 8$ , чтобы в любых двух столбцах количество фишек было одинаковым, а в любых двух строках — различным? (А.Шаповалов)

**78.** Точечный прожектор, находящийся в вершине  $B$  равнобедренного треугольника  $ABC$ , освещает угол  $\alpha$ . Найдите все такие значения  $\alpha$ , не превосходящие  $60^\circ$ , что при любом положении прожектора, когда освещенный угол целиком находится внутри угла  $ABC$ , из освещенного и двух неосвещенных отрезков стороны  $AC$  можно составить треугольник. (С.Дворянинов)

**79.** Незнайка написал на доске несколько различных натуральных чисел и поделил (в уме) сумму этих чисел на их произведение. После этого Незнайка стер самое маленькое число и поделил (опять в уме) сумму оставшихся чисел на их произведение. Второй результат оказался в 3 раза больше первого. Какое число Незнайка стер? (К.Бокасъ)

**80.** Имеется 4 монеты, из которых 3 — настоящие, которые весят одинаково, и одна фальшивая, отличающаяся по весу от остальных. Чашечные весы без гирь таковы, что если положить на их чашки равные грузы, то любая из чашек может перевернуться, если же грузы различны по массе, то обязательно перетягивает чашка с более тяжелым грузом. Как за три

<sup>1</sup> Напомним, что олимпиада проходила до деноминации.

Рисунок 1

Для учащихся сборники олимпиадных задач, разработанные по прецедентному принципу, — своеобразный атлас, позволяющий ориентироваться в мире математических олимпиад для школьников, оценить уровень собственной подготовки к участию в той или иной олимпиаде, средство для самообразования и источник интересных задач для математического досуга.

По прецедентному принципу организованы сборники Московских математических олимпиад, Московских математических регат, Польских



математических олимпиад, Турнира Архимеда, Санкт-Петербургской олимпиады школьников и многие другие:

– Федоров, Р.М. Московские математические олимпиады 1993-2005 г. / Р. М. Федоров и др. ; под ред. В. М. Тихомирова. – М. : МЦНМО, 2006. – 456 с.

– Гальперин, Г. А. Московские математические олимпиады / Г. А. Гальперин, А. К. Толпыго. – М. : Просвещение, 1986. – 303 с.

– Блинков, А.Д. Московские математические регаты / А.Д. Блинков. М. : МЦНМО, 2001. – 96 с.

– Страшевич, С Польские математические олимпиады / С. Страшевич, Е.Бровкин. Перевод с польского Ю.А.Данилова. – М. : Мир, 1978. – 338 с.

– Баранова, Т. А. Олимпиада для 5-6 классов. Весенний турнир Архимеда. Задания с решениями, технология проведения / Т. А. Баранова, А. Д. Блинков, К. П. Кочетков и др. – М. : МЦНМО, 2003. – 128 с.

– Задачи Санкт-петербургской олимпиады школьников по математике 2016 года / Сост. К. П. Кохась, С. Л. Берлов, Н. Ю. Власова, Ф. В. Петров и др. – М. : МЦНМО, 2017. – 152 с.

Эти книги помимо решений не содержат никакой обучающей информации.

**Задание 1.** Дополните перечень прецедентных сборников олимпиадных задач не менее чем 10 позициями.

**Задание 2.** Проведите структурный и содержательный анализ одного сборника.

## СБОРНИКИ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ – ТЕМАТИЧЕСКИЕ КЛАССИФИКАТОРЫ

### Лабораторное занятие 4

Для сборников олимпиадных задач, не привязанных к какой-либо одной олимпиаде, характерны тематические классификации задач.

Тематический классификатор для систематизации задач математических олимпиад для школьников был применён А. А. Леманом в 1965 году при составлении сборника задач московских математических олимпиад. Собственно в части первой этого сборника классифицированы не основные задачи московских математических олимпиад, а задачи для подготовки к ним, но значение проведенной классификации от этого не уменьшается. Приведем здесь предложенный А. А. Леманом список «олимпиадных» тем:

#### Алгебра

1. Доказательство тождеств.
2. Суммирование конечных последовательностей.
3. Доказательство неравенств.
4. Решение уравнений и систем уравнений.
5. Исследование уравнений, систем уравнений и неравенств.
6. Многочлены.
7. Прогрессии.
8. Делимость чисел.
9. Задачи с целыми числами.
10. Разные задачи.

#### Геометрия

1. Задачи на вычисление.
2. Отыскание точечных множеств.
3. Задачи на доказательство: прямые и многоугольники.
4. Задачи на доказательство: окружности.
5. Задачи на построение: многоугольники, построения с ограниченными возможностями.

6. Задачи на построение: окружности.
7. Прямые и плоскости в пространстве.
8. Многогранники.
9. Поверхности и тела вращения.
10. Задачи на наибольшие и наименьшие значения.
11. Разные задачи.

Задачи комбинаторные, логические, на клетчатой бумаге и другие.

Специфической особенностью тематических сборников является включение задач, отнесённых как к школьной, так и к олимпиадной математике.

Отличительной особенностью сборника Лемана является наличие помимо подготовительных задач и задач самой олимпиады, своеобразного информационного материала – фактов, сообщаемых на консультациях и лекциях. Этот своеобразный «математический фольклор» изложен в открывающей сборник статье В. Г. Болтянского и И. М. Яглома «Школьный математический кружок при МГУ и Московские математические олимпиады». Кроме этого сборник содержит библиографический материал, обращение к которому позволит каждому желающему повысить уровень собственного математического образования.

Тематические классификаторы приводятся и в некоторых других сборниках олимпиадных задач. В сборнике задач Всесоюзных математических олимпиад рубрика «Тематический путеводитель» содержит 23 темы, которые объединяют задачи по разным признакам: по методу, используемому в решении, либо по объекту, фигурирующему в условии:

1. Метод индукции (№ 5, 15, 26, 36, 39, 52, 72, 76, 77, 90, 97, 100, 102, 110, 113, 120, 137, 142, 144, 148, 164, 176, 179, 181, 183, 193, 203, 210, 218, 223, 229, 231, 240, 246, 248, 260, 267, 345, 367, 396, 4466), включая задачи со специфической идеей многократного деления пополам или удвоения (№ 155, 200, 277).

2. Целые числа. Делимость (№ 3, 9, 16, 30, 36, 42, 46, 48, 51, 59, 68, 74, 85, 88, 89, 93, 102, 107, 122, 137, 141, 162, 190, 233, 254, 258, 260, 288, 306, 316, 322, 352, 360, 371, 386, 411, 416, 426, 436, 445, 449, 456).

3. Цифры и системы счисления (№ 3, 21, 43, 54, 85, 88, 93, 122, 32, 139, 141, 142, 144, 148, 168, 175, 197, 201, 244, 291, 294, 297, 329, 354, 396, 430, 439).

4. Числа рациональные и иррациональные (№ 94, 114, 257, 268, 303, 356, 370, 379, 422).

5. Квадратный трехчлен. Непрерывные функции, графики и корни уравнений (№ 32, 119, 149, 157, 178, 180, 206, 228, 242, 259, 264, 269, 278, 299, 308, 339, 359, 383, 400, 418).

6. Алгебра многочленов (№ 16, 24, 38, 51, 125, 142, 162, 217, 242, 251, 258, 325, 347, 439).

7. Тождества. Уравнения и системы уравнений (№ 38, 63, 98, 146, 189, 194, 243, 276, 292, 353, 357, 364, 382, 414, 460).

8. Неравенства (№ 19, 56, 95, 109, 113, 118, 127, 128, 130, 134, 169, 172, 187, 203, 208, 212, 232, 264, 267, 278, 279, 299, 308, 311, 319, 325а, 335, 341, 346, 354, 357, 365, 372, 375, 377, 392, 403, 427, 436, 452, 462).

9. Принцип Дирихле (№ 3, 4, 12, 37, 67, 72, 78, 87, 91, 110, 166, 220, 342, 367, 444, 446).

10. Комбинаторика (№ 52, 61, 76, 117, 136, 210, 231, 246, 301, 361, 439, 442).

11. Графы, отображения (№ 8, 72, 79, 111, 123, 126, 163, 176, 183, 196, 240, 290, 296, 310, 317, 421, 461).

12. Четность, раскраска. Задачи на решетках (№ 1, 17, 33, 49, 61, 72, 85, 132, 133, 142, 143, 154, 184, 235, 247, 262, 333, 364, 374, 413), включая задачи из геометрического и комбинаторного соображения, метод координат (№ 91, 96, 111, 181, 199, 207, 208, 229, 265, 275, 295, 304, 314, 349, 362, 397, 416, 425, 433, 444, 457).

13. Операции и инварианты (№ 105, 154, 214, 233, 260, 276, 321, 425), а также задачи, где требуется оценить количество операций или доказать. Что их

нельзя проделывать бесконечное число раз (№ 5, 7, 21, 44, 151, 196, 271, 283, 409).

14. Расстановки цифр и целых чисел, их преобразования. Турниры (№ 4, 37, 39, 87, 117, 143, 154, 156, 181, 200, 221, 224, 229, 231, 238, 275, 281, 300, 307, 321, 323, 337, 340, 345, 350, 385, 390, 391, 409, 413, 432, 435, 442, 456), включая задачи о турнирах объединенные спортивной тематикой (№ 28, 108, 126, 179, 218, 217, 441).

15. Планиметрия (№ 2, 13, 35, 50, 55, 58, 69, 84, 92, 103, 104, 106, 112, 114, 115, 129, 138, 145, 152, 159, 165, 166, 170, 177, 18, 195, 198, 209, 222, 237, 253, 305, 332, 378, 381, 393, 412, 428, 447, 450, 454), в отдельные группы были выделены задачи а) о правильных многоугольниках (№ 20, 99, 103, 127, 226, 398, 408, 434, 443); б) использующие понятия «геометрического места» (множества) точек (№ 6, 12, 14, 18, 20, 31, 40, 60, 69, 78, 82, 157, 202, 207, 213, 270, 424); в) на применение геометрических преобразований (поворотов, параллельных переносов, подобий и их композиций) (№ 6, 22, 45, 47, 73, 101, 112, 140, 147, 165, 182, 198, 205, 222, 253, 259, 298, 309, 315, 373, 399, 414, 460); г) задачи, в которых речь идет о площади фигур (или, как нередко бывает, площадь служит вспомогательным инструментом в решении) (№ 12, 13, 23, 29, 53, 55, 78, 106, 147, 152, 186, 204, 261, 255, 285, 312, 327, 363, 366, 384, 395, 415, 438, 458).

16. Стереометрия (№ 53, 70, 80, 82, 104, 121, 150, 188, 234, 241, 255, 266, 299, 326, 348, 358, 394, 417, 461).

17. Комбинаторная геометрия (№ 27, 49, 53, 64, 86, 147, 155, 156, 157, 164, 188, 202, 211, 215, 226, 227, 229, 230, 235, 237, 249, 255, 277, 314, 324, 338, 351, 406, 448, 461).

18. Геометрические неравенства, оценки, экстремумы (№ 23, 29, 32, 41, 62, 70, 73, 78, 82, 84, 86, 104, 115, 121, 124, 127, 131, 134, 135, 140, 167, 185, 191, 192, 193, 202, 204, 206, 213, 222, 225, 261, 266, 269, 282, 290, 287, 299, 302, 318, 320, 334, 348, 355, 365, 368, 388, 394, 420, 431, 438).

19. Векторы (№ 6, 13, 143, 193, 207, 222, 225, 234, 270, 274, 280, 293, 315, 336, 366, 373, 404, 434, 457).

20. Оценки и экстремальные задачи для наборов чисел и таблиц (№ 56, 77, 127, 232, 252, 283, 344, 354, 369, 377, 453), часто в таких задачах бывает полезным а) выбрать наибольшее или наименьшее число из набора («принцип крайнего») (№ 5, 26, 44, 72, 109, 126, 128, 156, 160, 163, 202, 219, 243, 246, 248, 283, 337, 343, 380, 401, 409); б) упорядочить числа набора по величине (№ 34, 65, 75, 153, 245, 250, 346, 410).

21. Последовательности (№ 11, 15, 25, 36, 90, 100, 11, 223, 251, 255, 257, 267, 273, 303, 313, 328, 356, 402, 405, 459), включены задачи на нахождение пределов последовательности (№ 239, 268, 300, 389, 451).

22. Игры, преследование, стратегии и алгоритмы (№ 10, 57, 60, 71, 83, 91, 110, 16, 125, 168, 174, 199, 206, 242, 250, 256, 262, 283, 330, 376, 455).

23. Интересные примеры и конструкции (№ 123, 156, 202, 208, 230, 231, 244, 257, 263, 300, 371, 398, 401, 416, 423, 444, 446, 456, 460), примеры многошаговой конструкции (№ 64, 144, 158, 183, 200, 210, 238, 272, 281, 405).

Тематические классификаторы олимпиадных задач актуальны как для учителей, так и для учащихся: в первую очередь они позволяют учителю на углубленном уровне через задачи организовать изучение, а ученику – изучить определённый раздел математики.

**Задание 1.** Составьте перечень не менее чем из 10 прецедентных сборников олимпиадных задач.

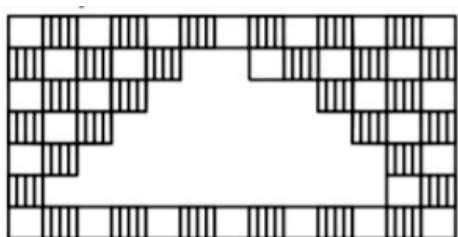
**Задание 2.** Проведите структурный и содержательный анализ одного сборника.

# ЗАДАЧИ ДЛЯ 5-6 КЛАССОВ ШКОЛЬНОГО ЭТАПА ВСОШ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО ПЕДАГОГА-МАТЕМАТИКА

## Лабораторное занятие 5 с предваряющим заданием

Умение решать олимпиадные задачи формируется только в процессе систематического обращения к таким задачам. Однако есть класс задач, которые будущий учитель математики должен решать устно. Речь идёт о задачах для учащихся 5-6 классов школьного этапа ВсОШ по математике.

**Задание 1 (предваряющее).** Предлагаем Вам продемонстрировать свои успехи в решении этих задач и за 30 минут решить как можно больше.

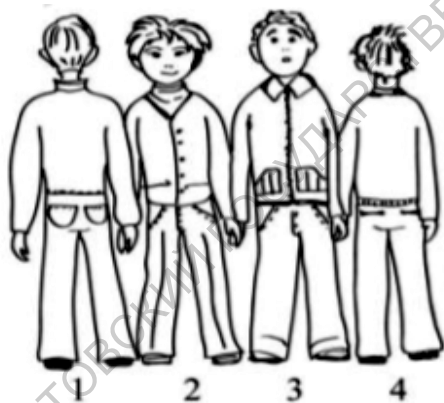


1. Плитки двух видов были выложены на стене в шахматном порядке. Несколько плиток упали со стены. Оставшиеся плитки изображены на рисунке. Сколько полосатых плиток упало?

2. Произведение  $100 \cdot 100$  представили в виде суммы десятков:  $100 \cdot 100 = 10 + 10 + \dots + 10$ .

Сколько получилось слагаемых?

3. Маугли попросил пятерых обезьян принести ему орехов. Обезьяны набрали орехов поровну и понесли Маугли. По дороге они поссорились, и каждая обезьяна бросила в каждую другую по одному ореху. В результате они принесли Маугли вдвое меньше орехов, чем собрали. Сколько орехов получил Маугли?



4. На картинке мы видим четырёх детей: Васю, Колю, Сеню и Яна. Известно, что мы видим Сеню правее Коли, а Коля дал Васе левую руку. Итак, по порядку называем имена мальчиков: \_\_\_\_\_.

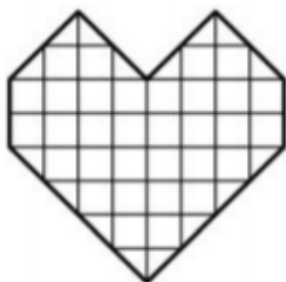
5. У продавца есть 3 пачки наклеек по 100 штук в каждой. К нему подошли трое покупателей. Первому покупателю нужно 70 наклеек, а второму и третьему — по 60 наклеек. Как продавцу отсчитать каждому покупателю нужное число наклеек за 70 секунд, если за одну секунду он отсчитывает ровно одну наклейку?

6. Впишите в квадратики числа от 1 до 5, чтобы получилось верное равенство (каждое число используется ровно один раз):  $\square + \square = \square \cdot (\square - \square)$ .

7. Два маляра красят 15-метровый коридор. Каждый из них движется от начала коридора в его конец и в какой-то момент начинает красить, пока не кончится краска. У первого маляра есть красная краска, и её хватит на покраску



9 метров коридора; у второго – жёлтая краска, и её хватит на 10 метров. Первый маляр начинает красить, когда оказывается в двух метрах от начала коридора; а второй заканчивает красить, когда находится в метре от конца коридора. Сколько метров коридора покрашено ровно в один слой?



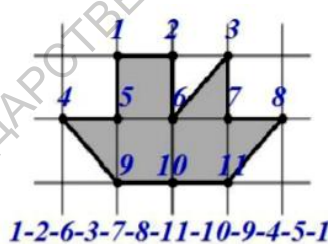
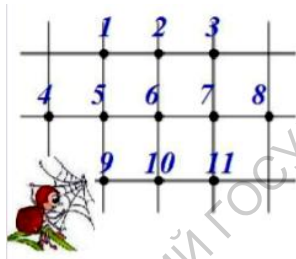
8. Лёша купил плитку шоколада в виде сердца (см. рисунок). Каждый целый маленький квадратик плитки весит 6 г. Сколько весит вся плитка?

9. Как известно, чашечные весы приходят в равновесие, когда на обеих чашах одинаковый вес. На одной чаше весов лежат 9 одинаковых алмазов, а на другой – 4 одинаковых изумруда. Если добавить один такой же изумруд к алмазам, то весы будут уравновешены. Сколько алмазов уравновесят один изумруд?

10. Шесть гномов сидят за круглым столом. Известно, что ровно два гнома всегда говорят правду, и они сидят рядом. Кроме этого, ровно два гнома всегда врут, и они тоже сидят рядом. Оставшиеся два гнома могут, как врать, так и говорить правду, и они не сидят рядом. Искатель сокровищ ходит вокруг стола и спрашивает гномов, где они спрятали золото. Первый гном сказал, что в пещере. Второй сказал – на дне озера. Третий сказал – в замке. Четвёртый сказал – в сказочном лесу. Пятый сказал – на дне озера. Где гномы спрятали золото?

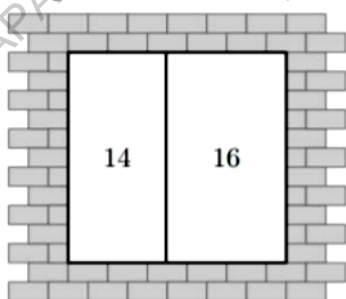
11. Девочка заменила каждую букву в своем имени её номером в русском алфавите. Получилось число 13322131. Как ее зовут?

12. Продавец закупил партию ручек и продал их. При этом некоторые покупатели купили одну ручку за 10 рублей, а некоторые купили 3 ручки за 20 рублей. Оказалось, что с каждой покупки продавец получал одинаковую прибыль. Найдите цену, по которой продавец закупил ручки.



13. Паучок-ученик натянул паутину между 11 точками так, чтобы его паутинки нигде не пересекались, и в конце вернулся в исходную точку. Паук-учитель его похвалил, и лишь заметил, что настоящие мастера соблюдают эти же условия, но

натягивают «правильную» паутину, у которой никакие отрезки не лежат на одной прямой. Помогите паучку соединить все 11 точек на рисунке «правильной» паутиной.



14. Квадратный оконный проем образован двумя прямоугольными рамами. Внутри каждой из них написали число, равное периметру рамы. Чему равна сторона квадрата всего оконного проема?

15. К числу прибавили сумму его цифр и получили 2019. Приведите пример такого числа.

16. Замените звёздочки цифрами так, чтобы равенство стало верным и все семь цифр были различными:  $*** - ** = 23$ .

17. Петя в три раза старше Ани, а Аня на 8 лет младше Пети. Сколько лет Пете, а сколько Ане?

18. В мешке лежат 15 шариков трёх цветов: жёлтого, зелёного и красного. Два из трёх утверждения верны, а одно неверно: жёлтых шариков на один больше, чем красных; красных и зелёных шариков поровну; жёлтых шариков на 5 больше, чем зелёных. Сколько красных шариков, жёлтых и зелёных шариков?

19. Четыре девочки поют песни, аккомпанируя друг другу. Каждый раз одна из них играет на фортепиано, а остальные три поют. Вечером они посчитали, что Аня спела 8 песен, Таня – 6 песен, Оля – 3 песни, Катя – 7 песен. Сколько раз аккомпанировала каждая девочка?

20. Жучка тяжелее кошки в 3 раза, мышка легче кошки в 10 раз, репка тяжелее мышки в 60 раз. Во сколько раз репка тяжелее Жучки?

21. На прямой отмечены четыре точки А, В, С, D так, что  $AB = 10$  см,  $AC = 3$  см,  $BD = 5$  см,  $DC = 8$  см. Зная это, определите расстояния AD и BC.

22. Каждому из двух муравьёв, Толстому и Тонкому, нужно перенести по 150 г груза, из точки А (где они сейчас находятся) в точку В, расстояние между которыми равно 15 метров. Толстый муравей ходит со скоростью 3 м/мин, но может унести 5 г груза, Тонкий – со скоростью 5 м/мин, но может унести лишь 3 г груза. Скорость муравья с грузом не отличается от скорости муравья без груза. Кто из них быстрее доставит весь свой груз в точку В?

23. Белоснежка вошла в комнату, где вокруг круглого стола стояло 30 стульев. На некоторых из стульев сидели гномы. Оказалось, что Белоснежка не может сесть так, чтобы рядом с ней никто не сидел. Какое наименьшее число гномов могло быть за столом?

24. Папа, Маша и Яша идут в школу. Пока папа делает 3 шага, Маша делает 5 шагов. Пока Маша делает 3 шага, Яша делает 5 шагов. Маша и Яша посчитали, что вместе они сделали 400 шагов. Сколько шагов сделал папа?

25. В двух аквариумах вместе 100 рыбок. Когда из первого аквариума отселили 30 рыбок, а из второго 40, то в аквариумах осталось поровну рыбок. Сколько рыбок было первоначально в первом аквариуме, а сколько во втором?

26. Три гнома: Ели, Пили и Спали; – нашли в пещере алмаз, топаз и медный таз. У Ели капюшон красный, а борода длиннее, чем у Пили. У того, кто нашел таз, самая длинная борода, а капюшон синий. Гном с самой короткой бородой нашел алмаз. Кто что нашел?

27. Напишите через запятую и пробел такие семь последовательных натуральных чисел, чтобы среди цифр в их записи было ровно 16 двоек.

|     |    |   |
|-----|----|---|
| 415 | 43 | 7 |
| 8   | 74 | 3 |

28. На карточках записаны числа 415, 43, 7, 8, 74 и 3. Расположите карточки в ряд так, чтобы получившееся десятизначное число было наименьшим из возможных.

29. Одну сторону прямоугольника увеличили в 3 раза, а другую уменьшили в 2 раза и получили квадрат. Чему равна сторона квадрата, если площадь прямоугольника  $54 \text{ м}^2$ ?

30. На доске записано число 61. Каждую минуту число стирают с доски и записывают на это место произведение его цифр, увеличенное на 13. То есть, через одну минуту на доске будет записано 19 ( $6 \cdot 1 + 13 = 19$ ). Какое число можно будет прочитать на доске через час?

**Задание 2.** Разработайте на материале этих задач тематический классификатор *Олимпиадных задач для учеников 5 класса*.

**Задание 3.** Предложите всевозможные способы решения любых 5 задач из решённых Вами в задании 1.

Напомним, что математические олимпиадные задачи сформулированы в терминах одной теории и решаются методами нескольких теорий, поэтому имеют несколько вариантов решения. Задача участника олимпиады найти «самое красивое».

Задача 1 (4/5 класс). Некоторое число уменьшили на 7, потом уменьшили в 10 раз и получили число, которое на 34 меньше исходного. Найти исходное число.

Решение 1 (типичное «школьное» – алгебраическое)

Пусть  $x$  – исходное число, которое уменьшили на 7 и получили  $(x - 7)$ , затем уменьшили в 10 раз и получили  $(x - 7) : 10$ , которое на 34 меньше исходного  $x$ , то есть  $(x - 7) : 10 = x - 34$ . Осталось решить уравнение:

$$x - 7 = 10 \cdot (x - 34)$$

$$x - 7 = 10x - 340 \text{ (нахождение неизвестного уменьшаемого)}$$

$$10x = x - 7 + 340$$

$$10x = x + 340 - 7$$

$$10x = x + 333 \text{ (выражение известного слагаемого)}$$

$$10x - x = 333$$

$$(10 - 1) \cdot x = 333$$

$$9x = 333$$

$$x = 37$$

### Решение 2 (мысленный анализ данных)

(1) Наше число больше 34.

(2) Оно же без 7 делится нацело на 10, т.е. наше число оканчивается на 7.

Первое же число удовлетворяющее условиям (1) и (2) – 37.

Проверим: 37 уменьшили на 7 (получили 30), потом уменьшили в 10 раз (получили 3) и получили число 3, которое на 34 меньше исходного числа 37.

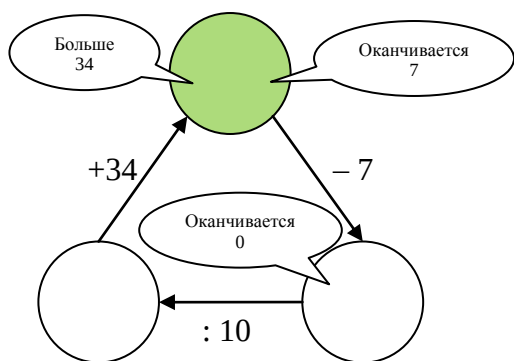


Рисунок 3. Информационная модель задачи 1

Решение 3 (практическое, перебор вариантов).

Строим информационную модель (подобную рисунку 3) и перебираем всевозможные варианты; с учётом анализа данных «ищем» среди чисел: 37, 47, 57 и т.д.

Решение 4 (геометрическое, в «отрезках»).

Построение лучше вести на клетчатой бумаге, тогда чертёж (эскиз геометрической модели задачи) в полной мере будет удовлетворять принципу наглядности – рисунок 4.

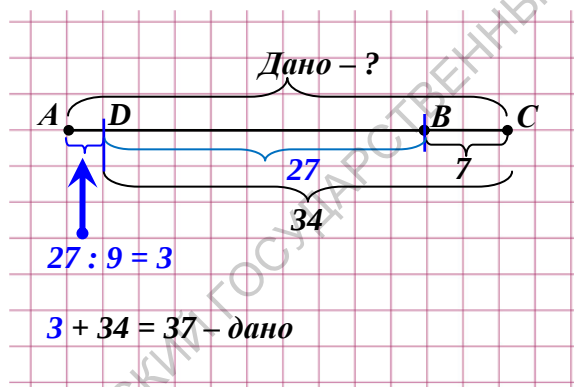


Рисунок 4. Геометрическая модель (эскиз) задачи 1

Начинаем построение с учётом того, что некоторый отрезок АВ разделили на 10 равных частей. Достаиваем этот отрезок до АС, с учётом того, что ВС = 7, а АС нужно найти.

Переведём задачу на геометрический язык: Отрезок АС разделили точкой В на две части: отрезок АВ и отрезок ВС = 7.

Отрезок АВ разделили на 10 равных частей/ Одна часть – отрезок AD в сумме с отрезком DC даёт 34. Найти АС.

Решение сводится к вычислению длин отрезков, лежащих на одной прямой:  $AC = AD + DB + BC$ .

$$DB + BC = 34, BC = 7 \Rightarrow DB = 27$$

$$AD : DB = 1 : 9$$

$$DB = 9 \cdot AD, DB = 27 \Rightarrow AD = 3$$

$$AC = AD + (DB + BC) = 3 + 34 = 37$$

Вычисления можно провести устно.

Ответ: 37.

Все четыре варианта решения доступны учащимся 5-6 класса, а 2-4 варианты – учащимся начальной школы. Самое красивое – очевидное, наглядное – геометрическое!

Сложнее всего ученикам 5-6 класса довести до конца алгебраическое решение (придётся использовать: правило нахождения делимого, распределительный закон умножения относительно вычитания, правило нахождения уменьшаемого, правило сложения числа с разностью, правило выражения вычитаемого через уменьшаемое и разность, распределительный закон умножения относительно вычитания «в обратную сторону», правило нахождения неизвестного множителя). Однако, именно алгебраическую модель начинает строить большинство решающих.

# КНИГИ ПО ПОДГОТОВКЕ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ ОЛИМПИАДАМ ШКОЛЬНИКОВ

## Лабораторное занятие 6

Одним из способов углубленной математической подготовки предоставляют книги по подготовке к математическим олимпиадам школьников.

В Сборнике задач для подготовки к математическим олимпиадам (Бугулов, Е. А. Сборник задач для подготовки к математическим олимпиадам / Е. А. Бугулов, Б. А. Толасов. – Орджоникидзе : Сев.-Осет. кн. изд-во, 1962. – 226 с.) всё содержание разбито на 4 главы – по числу разделов школьного курса математики, каждая глава – на темы.

Так в первой главе «Арифметика» выделены две темы – раздела: «Арифметические и логические задачи» и «Элементы теории чисел». Типичной задачей первого раздела можно считать задачу № 1: «Требуется между тремя лицами разделить поровну 24 бочонка, из которых 5 полных, 11 полуполных и 8 пустых. (Переливание не допускается)». Кроме того, задачи №№ 56-66 – историко-математические, например, № 63 – задача из «Курса математики» французских авторов Аллез, Билли, Пюиссан и Будро (XIX в.): «Желая определить среднюю дальность полёта из некоторого артиллерийского орудия, сделали 100 пробных выстрелов и нашли, что 18 выстрелов дали дальность 632 м, 25 выстрелов – 628 м, 53 выстрела – 620 м, 4 выстрела – 640 м. Какова средняя дальность полёта снаряда?». Включение историко-математических задач в структуру сборника является его специфической особенностью.

Примерами типичных задач второго раздела могут быть:

№ 1: «Если остаток от деления некоторого целого числа на 9 есть одно из чисел 2, 3, 5, 6 и 8, то это число не может быть точным квадратом. Доказать»

№ 65 – задачи выдающегося немецкого математика И. Ламберта (1728-1777): «1). Показать, что всякий нечётный квадрат, уменьшенный на 1, всегда делится на 8; 2). Показать, что любой нечётный квадрат (некратный 9), уменьшенный на 1, даёт результат, кратный 24».

Первый раздел «О тождественных преобразованиях» второй главы «Алгебра» содержит необходимые для решения задач теоретические положения, которые могут быть описаны следующей логико-дидактической схемой: тождественность двух многочленов – метод неопределённых коэффициентов – разложение многочлена на множители – примеры решения задач.

Так же устроен и второй раздел «Метод математической индукции», логико-дидактическая схема которого такова: индукция и дедукция – полная математическая индукция – примеры применения метода математической индукции к решению задач (от доказательства формулы общего члена арифметической прогрессии  $a_n = a_1 + d(n - 1)$  до доказательства формулы Моавра  $(\cos a + i \sin a)^n = \cos na + i \sin na$ ).

И только с третьего раздела «Упражнения на тождественные преобразования» авторы обращаются непосредственно к задачам для самостоятельного решения. Приведём формулировки первой и последней задачи раздела:

№ 1. Упростить выражение  $(x + a)(x^2 + a^2)(x^4 + a^4)(x^8 + a^8) \dots$  ( ).

№ 107. Задача французского математика Софьи Жериен (1778-1830). Разложить на множители выражение  $n^4 + 4$ .

Анализ первых разделов сборника даёт полное представление о его структуре и содержании.

**Задание 1.** Составьте перечень не менее чем из 10 книг по подготовке к математическим олимпиадам.

**Задание 2.** Проведите структурный и содержательный анализ одной книги.



## ЭВРИСТИЧЕСКИЕ КЛАССИФИКАТОРЫ

### *Методический практикум-1*

Книга А. Я. Канель-Белова, А. К. Ковальджи «Как решают нестандартные задачи» выдержала 9 переизданий (1-е издание 1997 года, 3-е издание 2004 года, 4-е издание 2008 года, 9-е издание 2015 года, последнее издание вышло в 2018 году).

Обратимся к первому изданию. Оно открывается предисловием и статьей «Как работать с книгой», в которых авторы описывают:

– **цели** математических олимпиад для школьников – решение олимпиадных задач служит хорошей подготовкой к будущей научной деятельности;

– **принцип отбора содержания** – на основе опыта работы в Вечерней математической школе отобраны задачи, часто используемые на занятиях математических кружков; эти задачи, интересные и сами по себе, служат материалом для описания ряда общематематических идей решения задач;

– **структуру сборника**: в части I описаны классические идеи решения олимпиадных задач, к которым подобраны примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения; в части II приведены задачи олимпиадного и исследовательского типов, которые сгруппированы по классам, а внутри классов – по возрастанию трудности (разделы А, В, С, D); кроме задач и идей решения, в книге есть словарь математических понятий и советы участникам олимпиады;

– **характеристику задачного материала**: задачи из разделов А нетрудные, для их решения достаточно смекалки, логики и пространственного воображения; для решения задач из разделов В и С хватает некоторого опыта, интуиции и наблюдательности, но постепенно возрастает роль технических средств и умения организовать работу над задачей; решение серьезных задач из разделов D приближает читателя к реальным научным проблемам; такие задачи не решаются сразу, а требуют определенной техники и поиска подхода к



решению (прояснить ситуацию, выявить круг идей, подобрать удобный «язык»);

– **два способа организации работы с книгой:** 1) сначала прочитать описание идеи, потом разобрать примеры, решать задачи на эту тему, 2) сразу начать с подборки задач, чтобы самым уловить идею, а уже потом прочитать комментарии и разобрать примеры;

– **общие рекомендации для читателя:** решать задачи из части II следует не все подряд, а те, которые интересны; если какая-то задача особенно понравилась, то, решив ее, стоит для себя понять: какие идеи привели к решению, чем эта задача похожа или не похожа на другие задачи; где в решении использованы те или иные данные, перестанет ли утверждение быть верным, если какое-то условие убрать или ослабить; можно ли данные и ответ поменять ролями, т.е. верно ли обратное утверждение; можно ли обобщить задачу или вывести интересные следствия. «Не стремитесь решать много задач. Если вы решите за день одну-две задачи и хорошо все продумаете, то это будет лучше, чем решить десять задач поверхностно. Важно не количество решенных задач, а то новое, что удалось понять. Если у вас после решения хорошей задачи поднимается настроение – это признак успешной работы» (стр. 5).

Структура сборника позволяет сделать вывод о классифицировании задач по идее (путь к решению задачи) и методу (алгоритму) решения. Авторы выделяют следующие

идеи (эвристики):

– поиск родственных задач показан на примере задачи: «В угловой клетке таблицы  $5 \times 5$  стоит плюс, а в остальных клетках стоят минусы. Разрешается в любой строке или любом столбце поменять все знаки на противоположные. Можно ли за несколько таких операций сделать все знаки плюсами?». Начинать решение рекомендуется с решения задачи для меньшего квадрата, например,  $2 \times 2$  (один плюс и три минуса). Ответим на вопрос: можно ли сделать все знаки плюсами? Нельзя. Теперь воспользуемся этим результатом: выделим в квадрате  $5 \times 5$  квадрат  $2 \times 2$ , содержащий один плюс. Про него уже известно, что сделать

все знаки плюсами нельзя. Значит, в квадрате  $5 \times 5$  и подавно. На освоение этой идеи даётся 5 задач;

– причёсывание задачи (если можно считать, что ...) подразумевает её переформулирование; можно переформулировать условие в терминах векторной алгебры, теории графов и т.д.; можно разбить задачу на ряд более простых; свести общий случай к частному и т.д. такие преобразования сопровождаются фразами: «в силу симметрии ...», «явно не хуже ...», «для определённости ...», «не нарушая общности ...», «можно считать, что ...». В качестве одного из примеров приводится задача: «Каждый ученик класса ходил хотя бы в один из двух походов. В каждом походе мальчиков было не больше  $\frac{2}{5}$ . Докажите, что во всем классе мальчиков не больше  $\frac{4}{7}$ ». «Лобовое» решение состоит в рассмотрении количеств мальчиков, ходивших только в первый поход, ходивших только во второй поход, ходивших в оба похода, то же для девочек, составлении и решении системы уравнений и неравенств. Этого делать не хочется, поэтому будем избавляться от лишних параметров, сводя задачу к ее частному случаю. Мы проделаем это в несколько шагов. После каждого шага упрощения становится очевидным следующий шаг. Будем увеличивать число мальчиков в классе, не изменяя числа девочек и не нарушая условия задачи. 1 шаг. «Впишем» всех девочек в число участников обоих походов. От этого доля мальчиков в классе не изменится, а в походах – уменьшится. Итак, можно считать, что все девочки ходили в оба похода. 2 шаг. Если мальчик ходил в первый поход, то освободим его от посещения второго. Доля мальчиков в походе уменьшится. Итак, можно считать, что каждый мальчик ходил только в один поход. 3 шаг. Если в одном походе было меньше мальчиков, чем в другом, то добавим в класс мальчиков. Доля мальчиков в походах останется не больше  $\frac{2}{5}$ , а доля мальчиков в классе увеличится. Можно считать, что мальчиков было в походах поровну. 4 шаг. Задача стала тривиальной: в обоих походах были все девочки и ровно половина мальчиков. Обозначим число девочек  $3x$ , тогда мальчиков в походах было не больше  $2x$ , а

во всем классе – не больше  $4x$ . Максимальное число мальчиков в классе  $4x$ , а это ровно  $4/7$  класса. На освоение этой идеи даётся 6 задач;

– соответствие демонстрируется на примере решения задачи: «Придворный астролог царя Гороха называет время суток хорошим, если на часах с центральной секундной стрелкой при мгновенном обходе циферблата по ходу часов минутная стрелка встречается после часовой и перед секундной. Какого времени в сутках больше: хорошего или плохого?». Основная идея – использование взаимоисключающих понятий *хорошее – плохое*: если стрелки показывают хорошее время, то их зеркальное отражение показывает плохое, и наоборот. В полночь стрелки совпадают. Если пустить часы назад, то стрелки, будут показывать какое-то вчерашнее время, а их расположение будет зеркально симметричным расположению стрелок на обычных часах. Итак, каждому хорошему моменту сегодня соответствует плохой момент вчера. Причем интервалу хорошего времени соответствует интервал плохого. Значит, хорошего времени сегодня столько же, сколько было плохого вчера. Поэтому хорошего и плохого времени в сутках поровну;

– правило крайнего: рассматривая наибольшее число, ближайшую точку, угловую точку, вырожденную окружность, предельный случай, можно найти путь решения задачи. В качестве одного из примеров приводится решение задачи: «На шахматной доске расставлены числа, каждое из которых равно среднему арифметическому своих соседей. Докажите, что все числа равны». Рассматривая наибольшее из возможных чисел, делаем вывод, что оно равно своим соседям, а так как любые два числа соединяются цепочкой соседних чисел, то все числа равны;

методы: доказательство от противного, чётность, обратный ход, подсчёт двумя способами, графы, инварианты, принцип Дирихле, математическая индукция, делимость и остатки, алгоритм Евклида, покрытия и упаковки, разрезания и замощения, раскраски, игры, процессы и операции.

**Педагогическая задача 1.** Привести решение 5 задач на каждую эвристику (идею) из 4-го издания книги.

## Методический практикум-2

Вернёмся к первому изданию книги «Как решают нестандартные задачи».

Раздел «Задачи» предваряется обращением к читателю: «*Старайтесь решать задачи красиво, без лишних выкладок и перебора случаев. Для математика важна не сумма методов решения задач, но, прежде всего, математическая интуиция, которая ведет к цели. Давид Гильберт говорил, что тот, кто может решить следующую задачу в уме без вычислений, – тот прирожденный математик. Пример. Из чашки с кофе в чашку с молоком перелили ложку кофе, затем такую же ложку смеси перелили обратно. Чего больше: молока в чашке с кофе или кофе в чашке с молоком?*» (стр. 50).

Далее идёт решение задачи с демонстрацией применения рассмотренных ранее идей и методов.

**Решение.** Попробуем угадать ответ. Для этого рассмотрим **крайний случай** (это первая идея). Пусть в чашках налито по одной ложке, тогда заберем весь кофе и получим равномерную смесь. Кофе и молока будет поровну. Всегда ли будет поровну? Поскольку перелили «туда» и обратно одну ложку, то (вторая идея – **метод инвариантов**) объем жидкости в чашках не изменился. Следовательно, (третья идея – **соответствие**) сколько кофе убыло – столько молока прибыло. Объемы кофе и молока в чашках могут быть неравными, можно переливать ложку туда и обратно хоть десять раз, можно плохо размешивать перелитую ложку – все равно молока в кофе будет столько же, сколько кофе в молоке!

Далее идёт подборка задач для учащихся различных возрастов:

| Класс | Число задач |              |               |                |
|-------|-------------|--------------|---------------|----------------|
|       | тип А       | тип Б        | тип С         | тип D          |
| 8     | № 1-13 (13) | № 14-26 (13) | № 27-40 (14)  | № 41-51 (11)   |
| 9     | № 1-15 (15) | № 16-64 (49) | № 65-104 (40) | № 105-140 (36) |
| 10    | № 1-7 (7)   | № 8-14 (7)   | № 15-22 (8)   | № 23-28 (6)    |
| 11    | № 1-10 (10) | № 11-23 (13) | № 24-81 (58)  | № 82-148 (67)  |

В приложения сборника вынесены:

советы участнику олимпиады;

критерии оценки работ;

математический словарь, содержащий 40 терминов, не входящих в курс общего среднего образования (сред них – определение олимпиадных задач: *«Это тип задач, занимающих промежуточное положение между школьными задачами и научными проблемами. Поскольку время на олимпиаде ограничено, желательно, чтобы отыскание пути к решению было главной трудностью, а оформление решения не требовало больших усилий»* (стр. 88]);

обозначения;

книги для чтения – рубрика «Советуем почитать», включающая книги о математике и математиках, книги для первого чтения, книги для продвинутых читателей и сборники олимпиадных задач.

Как и пособие 1962 года книга А. Я. Канель-Белова, А. К. Ковальджи ориентирована, прежде всего, на повышение уровня математической подготовки и развитие математических способностей учащихся, увлечённых математикой.

**Педагогическая задача 2.** На основе информационного подхода дать полную характеристику задач типов А, В, С и D.

**Педагогическая задача 3.** Решить по 5 задач типа А для каждого класса из рассматриваемой книги.

**КНИГА СЕРИИ БИБЛИОТЕКА УЧИТЕЛЯ**  
**«1001 ОЛИМПИАДНАЯ И ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ ЗАДАЧИ ПО**  
**МАТЕМАТИКЕ»**

***Методический практикум-3***

Книга *Балаян, Э. Н. 1001 олимпиадная и занимательная задачи по математике. – Ростов н/Д : Феникс, 2008.* – яркий пример литературы для подготовки к олимпиадам нового XXI века. Помимо внушительного объема в 364 страницы её отличают:

– разноуровневость заданий для разновозрастной категории учащихся: рассмотрены различные методы решения олимпиадных задач разного уровня сложности для учащихся 5-11 классов;

– целевые установки: «Роль олимпиад становится все более значимой. Не случайно многие технические вузы проводят математические олимпиады, преследуя цель – привлечь школьников в данный вуз. Следует заметить, что форма проведения этих олимпиад весьма близка к форме и содержанию вступительных экзаменов. Эти вузы устанавливают льготы для победителей и призеров различного уровня олимпиад» (стр. 3); и «Автор ставит своей целью пробудить интерес к изучению математики. Радость открытия – одна из величайших радостей мыслящего человека. Книга поможет вам более успешно усваивать школьную программу, и, возможно, для некоторых из вас, математика станет делом всей жизни» (стр. 4);

– структура книги: помимо традиционных для олимпиадной литературы двух разделов: условия задач (первый раздел) и ответы, указания и решения ко многим задачам (второй раздел); содержит третий раздел, который содержит «занимательные задачи творческого характера, направленные на формирование у детей навыков самостоятельной работы и приемов умственной деятельности, таких как анализ, синтез, аналогия, обобщение и др.» (стр. 4). Его включение в структуру сборника и описание, данное выше, вызывает некоторое недоумение: неужели для «формирования у детей навыков самостоятельной работы и приемов умственной деятельности» недостаточно олимпиадных задач?

– отсутствие ссылок на прецедент (неясен первоисточник задач, исключение составляют авторские задачи, отмеченные знаком А);

– раздел «Литература» представлен 9 наименованиями то ли использованных для составления сборника работ, то ли рекомендованных читателям для самостоятельного изучения.

Приведём примеры задач для 5 класса.

Первые задачи первой страницы первого раздела «Условия задач»:

№ 1. Можно ли число 2007 представить в виде суммы нескольких натуральных чисел так, чтобы произведение всех этих чисел тоже было равно 2007?

№ 2. Четыре утенка и пять гусят весят 4 кг 100 г, а пять утят и четыре гусенка весят 4 кг. Сколько весит 1 утенок?

№ 3. У каждого марсианина по 3 руки. Могут ли 13 марсиан взяться за руки так, чтобы не оставалось свободных рук?

№ 4. Существуют ли такие натуральные числа  $m$  и  $n$ , что  $mn(m-n) = 2007$ ?

№ 5.  $x, y, z$  – три различные цифры. Если сложить все шесть трехзначных чисел, которые можно записать с их помощью, не повторяя одну и ту же цифру в числе дважды, то получим 5328. Найти эти цифры.

№ 6. В числе 3 728 954 106 зачеркнуть три цифры так, чтобы оставшиеся цифры в том же порядке составили бы наименьшее семизначное число.

№ 7. Вместо букв поставьте цифры так, чтобы получилось верное равенство.

Первые страницы второго раздела «Ответы. Указания. Решения» с решениями выбранных нами задач первого раздела:

№ 1. Решение. Можно. Поскольку  $2007 = 669 \cdot 3 = 223 \cdot 9$ ,  
то  $2007 = 9 + 223 + 1 + 1 + \dots + 1 = 9 \cdot 223 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1 =$   
 $= 3 + 669 + 1 + 1 + \dots + 1 = 3 \cdot 669 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1$

№ 2. Решение. Условие задачи коротко запишем так:

$$4y + 5z = 4100$$

$$5y + 4z = 4000$$

Вес 9 утят и 9 гусят будет равен  $4100 + 4000 = 8100$  г, значит, вес 1 утенка и 1 гусенка равен  $8100 : 9 = 900$  г, тогда вес 4 утят и 4 гусят будет  $900 \times 4 = 3600$  г. Сравнение полученного результата со вторым условием показывает, что 1 утенок весит  $4000 - 3600 = 400$  г.

№ 3. Решение. Нет. В каждом рукопожатии используют две руки, значит, общее число рук должно быть четным, но у 13 марсиан  $3 \times 13 = 39$  рук – число нечетное.

№ 4. Решение. Не существуют. Поскольку произведение трех множителей – нечетное число, то каждый из множителей должен быть нечетным, но если  $m$  и  $n$  – нечетны, то  $(m - n)$  – четно. Противоречие.

№ 5. Решение. Всякое трехзначное число можно записать в виде  $100a + 10b + c$ , где  $a$  – цифра сотен,  $b$  – десятков,  $c$  – единиц. Согласно условию задачи имеем:  $222(x + y + z) = 5328$ , откуда  $x + y + z = 24$ . Заметим, что существует единственная тройка различных однозначных чисел, сумма которых равна 24. Это числа 7, 8, 9.

№ 6. 2854106. Указание. Удобно предварительно рассмотреть случаи, когда зачеркивается одна или две цифры.

№ 7. Ответ:  $125 \times 125 = 15625$ .

Приведём примеры разнообразных по фабуле и содержанию занимательных, по определению автора, задач творческого характера из третьего раздела «Удивительные равенства»:

№ 1. Число Шехерезады 1001. С точки зрения математики оно обладает целым рядом интереснейших свойств:

1) это наименьшее натуральное четырехзначное число, которое можно представить в виде суммы кубов двух натуральных чисел:  $1001 = 10^3 + 1^3$ ;

2) число 1001 состоит из 77 чертовых дюжин:  $1001 = 77 \cdot 13$ , из 91 одиннадцаток или 143 семерок ( $7$  – магическое число):  $1001 = 91 \cdot 11$ ;  $1001 = 143 \cdot 7$ ;



3) если считать, что год равен 52 неделям, то 1001 ночь состоит:  $1+1+1/2+1/4$  года ( $52 \cdot 7 + 52 \cdot 7 + 26 \cdot 7 + 13 \cdot 7$ );

4) на свойствах числа 1001 основан признак делимости на 7, на 11 и на 13.

Проведём содержательный анализ выбранных задач.

Информационная составляющая задачи №1 (это историко-математическая задача) третьего раздела без сомнения велика, но ученики 5 класса не оценят по достоинству её информационный потенциал. Творческая составляющая задачи не выявлена.

№ 3. Игра с цифрами.

$123 - 45 - 67 + 89 = 100$  (минимальное число знаков 3).

$98 - 76 + 54 + 3 + 21 = 100$  (минимальное число знаков 4).

Задача № 3 вообще задачей не является, поскольку не содержит ни условия, ни требования, поэтому оценить её творческий потенциал не представляется возможным.

№ 6. Любопытное тождество:

$$\frac{a^3 + b^3}{a^3 + (a-b)^3} = \frac{a+b}{a+(a-b)}$$

Правая часть тождества содержит те же буквы и те же математические знаки, но не содержит показателей степени. Например:

$$\frac{25^3 + 11^3}{25^3 + (25-11)^3} = \frac{25+11}{25+(25-11)} = \frac{36}{39} = \frac{12}{13}.$$

Равенство верное, хотя так сокращать нельзя. В чем же тогда проблема?

Некорректная формулировка требования задачи № 6 ограничивает деятельность решающего попытками ответить на бессмысленный вопрос.

№ 8. Записать число 65636, используя одну цифру и одно действие.

$$65636 = 2^{2^{2^2}}$$

Ответ содержит ошибку:  $65636 = 2^{2^{2^2}} = 2^{2^4} = 2^{16} = 65536$ , значит, исходная задача не имеет решения.

№ 13. Арифметический курьез:  $2^5 \times 9^2 = 2592$ .

№ 14(А). Свойство числа  $803 : 803 = (8 + 0 + 3)(8^2 + 0^2 + 3^2)$ . Существует ли еще трехзначное число, обладающее указанным свойством?

Задача № 14(А) содержит требование, позволяющее отнести её к категории исследовательских, однако указаний к её нетривиальному решению нет.

Более удачный вариант – задача № 31 (Интересное произведение).  $6 \times 21 = 126$  – произведение записано цифрами сомножителей, но в обратном порядке. Аналогично  $3 \times 51 = 153$ . Существуют ли аналогичные произведения?

Наибольший интерес вызывает математический софизм:

№ 29 (А)  $12 = 13$ ?

Рассмотрим верное равенство:  $24 + 36 - 60 = 26 + 39 - 65$ , или  $12 \times (2 + 3 - 5) = 13 \times (2 + 3 - 5)$ . Так как произведения равны и вторые сомножители равны, то  $12 = 13$ . Где же ошибка?

Прежде чем предлагать подобные задания нужно ввести понятие софизма как умышленно ложного умозаключения, которое имеет видимость правильного. Он обязательно содержит одну или несколько замаскированных ошибок. Особенно часто в математических софизмах выполняются «запрещенные» действия, не учитываются условия применимости формул и правил.

Все остальные задачи третьего раздела (всего 121 задача) аналогичны выделенным нами для анализа; их подавляющее большинство не позволяют организовать творческое исследование.

**Педагогическая задача 4.** Решить не менее 10 задач из этой книги. Проанализировать информацию соответствующего раздела «Ответы. Указания. Решения». Выяснить, как можно использовать информацию этого раздела для организации деятельности учащихся по решению выбранных задач?

**Педагогическая задача 5.** Выяснить, как можно использовать информацию раздела «Удивительные равенства»? Разработать три фрагмента занятий, в содержание которых включены «задачи» этого раздела.

## СТРУКТУРНЫЙ И СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КНИГ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ ОЛИМПИАДАМ

### *Методический практикум-4*

**Педагогическая задача 6.** Выбрать книгу для подготовки к математическим олимпиадам; провести её структурный и содержательный анализ; дать развёрнутую аннотацию-рекомендацию книги.

**Педагогическая задача 7.** На основании одной из эвристик и в контексте дипломного исследования разработать задачную конструкцию, позволяющую учащимся в полной мере овладеть этой эвристикой.

**Педагогическая задача 8.** Привести решение каждой задачи конструкции, снабдив его необходимыми комментариями и указаниями.

## ЭВРИСТИЧЕСКИЙ КЛАССИФИКАТОР

### *Методический практикум-5*

**Педагогическая задача 9.** Вернуться к лабораторной работе № 2:

**Задание 1.** Изучите материалы сайта [olimpiada.ru](http://olimpiada.ru). Охарактеризуйте наиболее интересную на Ваш взгляд олимпиаду для школьников по математике.

**Задание 2.** Приведите задания выбранной олимпиады за прошлый учебный год с возможными решениями.

и выяснить, на каких эвристиках строится решение выбранных олимпиадных задач? Переструктурировать решения с учётом использованных эвристик.

## ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНОГО УРОВНЯ

### *Методический практикум-6 с предваряющим заданием*

Школьная математическая олимпиада является первым этапом (туром) участия школьников в математических олимпиадах (далее следуют: районный, областной, государственный (федеральный, заключительный Всероссийской олимпиады) этапы и международные олимпиады). Подготовка и участие в школьной математической олимпиаде формируют у учащихся мотивацию к учению, стимулируют углубленное изучение предмета, развивают интерес к математике, выявляют одаренных, способных учащихся, а также способствуют созданию необходимых условий для поддержки одаренных, способных детей.

Сначала будем рассматривать школьную математическую олимпиаду в структуре Всероссийской олимпиады школьников по математике, опираясь на методические рекомендации по её проведению (ежегодно актуализуются, например, в 2018-19 учебном году действуют рекомендации, утвержденные на заседании Центральной предметно-методической комиссии Всероссийской олимпиады школьников по математике (протокол № 2 от 13.06.2018 г.)).

Приведём цитату из указанных выше рекомендаций, которой открывается раздел «Основные задачи» методических рекомендаций по разработке заданий и требований к проведению школьного этапа:

«Одной из важнейших задач Олимпиады на начальных этапах является развитие интереса у обучающихся к математике, формирование мотивации к систематическим занятиям математикой на кружках и факультативах, повышение качества математического образования. Важную роль здесь играет свойственное подростковому периоду стремление к состязательности, к достижению успеха. Квалифицированно составленные математические олимпиады являются соревнованиями, где в честной и объективной борьбе обучающийся может раскрыть свой интеллектуальный потенциал, соотнести свой уровень математических способностей с уровнем других учащихся школы. Кроме того, привлекательными для участников являются нестандартные условия задач, предлагаемых на олимпиадах. Они заметно отличаются от

обязательных при изучении школьного материала заданий, направленных на отработку выполнения стандартных алгоритмов (например, решения квадратных уравнений), и требуют демонстрации креативности участников олимпиады. Наконец, первые олимпиадные успехи важны для самооценки учащегося, а также, в ряде случаев, изменения отношения к нему учителей, возможно недооценивавших его способности. Нередки случаи, когда способный и даже талантливый обучающийся допускает при выполнении стандартной школьной контрольной работы арифметические ошибки, либо выполняет ее с не устраивающей учителя аккуратностью. Необходимость решения сформулированных выше задач формирует подход к порядку проведения и характеру заданий на школьном этапе Олимпиады» (стр. 4).

Несмотря на стабильный интерес к олимпиадной тематике до сих пор остаются открытыми проблемы структуры, содержания и организации подготовки школьников к математическим олимпиадам различного уровня. Кроме того, школьные олимпиады практически не освещаются в научно-методической литературе и, как следствие, не организуются в большинстве школ России (а заменяются на участие в различных международных и других олимпиадах и интернет-конкурсах).

Школьным олимпиадам посвящены работы, относящиеся к концу XX-началу XXI века и переизданные (две последние) в 2007-08 гг.:

1     Петраков, И. С. Математические олимпиады школьников : Пособие для учителей / И. С. Петраков. – М. : Просвещение, 1982. – 96 с.

2     Русанов, В. Н. Математические олимпиады младших школьников : Кн. для учителя : Из опыта работы (в сел. р-нах) / В. Н. Русанов. – М. : Просвещение, 1990. – 73 с.

4     Чулков, П. В. Математика : Школьные олимпиады : Метод, пособие. 5-6 кл. / П. В. Чулков. – М. : Изд-во НЦ ЭНАС, 2007. – 88 с.

5     Фарков, А. В. Математические олимпиады в школе. 5-11 классы / А. В. Фарков. – М. : Айрис-пресс, 2008. – 175 с.

**Педагогическая задача 10 (предваряющее задание).** Найти и прочитать одну из перечисленных книг. Выписать специфические особенности содержания, организации и проведения школьных математических олимпиад.

### Школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

По инициативе и под эгидой Министерства образования и науки Российской Федерации ежегодно проводится Всероссийская олимпиада школьников. Основными целями и задачами олимпиады являются: выявление и развитие у обучающихся творческих способностей и интереса к научно-исследовательской деятельности, создание необходимых условий для поддержки одаренных детей, пропаганда научных знаний, привлечение ученых и практиков соответствующих областей к работе с одаренными детьми, отбор наиболее талантливых обучающихся в состав сборных команд Российской Федерации для участия в международных олимпиадах по общеобразовательным предметам.

**Всероссийская олимпиада школьников по математике** проводится в четыре этапа, последовательно охватывая образовательное пространство Российской Федерации на разных уровнях: школьный, муниципальный, региональный, заключительный. Организатором олимпиады является Минобрнауки России, утверждающий состав Центрального оргкомитета и составы Центальных предметно-методических комиссий.

В состав Центральной предметно-методической комиссии по математике Всероссийской олимпиады школьников (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 20 января 2014 г. № 27) входит Дмитриев Олег Юрьевич – старший преподаватель кафедры дифференциальных уравнений и прикладной математики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего ФГБОУ ВО «Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского».

Школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике проводится для учащихся 4-11 классов. Конкретные сроки и места проведения

школьного этапа олимпиады по математике устанавливаются органом местного самоуправления, осуществляющим управление в сфере образования.

В Саратовской области Всероссийскую олимпиаду школьников (далее – ВсОШ) курирует Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Саратовский областной институт развития образования» (СОИРО – <https://olymp.soiro.ru>).

В соответствии с Порядком проведения всероссийской олимпиады школьников, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 18.11.2013 № 1252 работниками СОИРО утверждён порядок регистрации в школьном этапе ВсОШ: «На школьном этапе олимпиады на добровольной основе принимают индивидуальное участие обучающиеся 4-11 классов организаций, осуществляющих образовательную деятельность по образовательным программам начального общего, основного общего и среднего общего образования. Участники школьного этапа олимпиады вправе выполнять олимпиадные задания, разработанные для более старших классов по отношению к тем, в которых они проходят обучение. В случае прохождения на последующие этапы олимпиады данные участники выполняют олимпиадные задания, разработанные для класса, который они выбрали на школьном этапе олимпиады.

Для участия в школьном этапе всероссийской олимпиады школьников по общеобразовательным предметам обучающийся заявляет о своем желании представителю оргкомитета в образовательной организации не менее, чем за 10 рабочих дней до начала школьного этапа олимпиады.

Родитель (законный представитель) обучающегося, заявившего о своем участии в олимпиаде, в срок не менее чем за 10 рабочих дней до начала школьного этапа олимпиады в письменной форме подтверждает ознакомление с Порядком проведения всероссийской олимпиады школьников и предоставляет организатору школьного этапа олимпиады согласие на публикацию олимпиадной работы своего несовершеннолетнего ребенка, в том

числе в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»» (информация с сайта СОИРО – <https://olymp.soiro.ru/node/18>).

Олимпиада для учащихся всех школ муниципального образования проводится по единым заданиям, разработанным для каждой из параллелей 4-11 классов муниципальной предметно-методической комиссией, назначаемой органом местного самоуправления, осуществляющим управление в сфере образования.

В олимпиаде имеет право принимать участие каждый обучающийся (далее – Участник), в том числе вне зависимости от его успеваемости по предмету. Рекомендуемое время проведения олимпиады: для 4 класса – 1-2 урока, для 5-6 классов – 2 урока, для 7-8 классов – 3 урока, для 9-11 классов – 3-4 урока.

После опубликования предварительных результатов проверки олимпиадных работ Участники имеют право ознакомиться со своими работами, в том числе сообщить о своем несогласии с выставленными баллами. После повторного рассмотрения работы членом жюри оценка по работе может быть изменена, если запрос Участника об изменении оценки признается обоснованным.

По результатам олимпиады создается итоговая таблица по каждой параллели. Количество победителей и призеров школьного этапа Олимпиады определяется, исходя из квоты победителей и призеров, установленной организатором школьного этапа Олимпиады, в каждой из параллелей победителями могут стать несколько участников.

**Педагогическая задача 11 (для подгрупп в 5-7 человек).** Мы составляем школьное методическое объединение учителей математики и планируем организовать участие учеников нашей школы в школьном этапе ВсОШ по математике. Нужно составить детальную программу ваших действий.

**Педагогическая задача 12 (индивидуальная).** Я – учитель математики в \_\_\_\_ (выберите самостоятельно) классе. Один ученик из класса планирует участвовать в олимпиаде. Как мне подготовить его к участию?



**Педагогическая задача 13 (индивидуальная).** Я – учитель математики в \_\_\_\_ (выберите самостоятельно) классе. Семь учеников из класса планируют участвовать в олимпиаде. Как подготовить их к участию?

**Педагогическая задача 14 (индивидуальная).** Я – учитель математики в \_\_\_\_ (выберите самостоятельно) классе. Все учащиеся планируют участвовать в олимпиаде. Как подготовить их к участию?

## ОРГАНИЗАЦИЯ ШКОЛЬНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД

Предлагаемая далее организационная модель школьной математической олимпиады разработана в рамках дипломного исследования З. Р. Хасахановой – выпускницей 2019 года механико-математического факультета СГУ им. Н.Г. Чернышевского.

### *Методический практикум-7*

1 этап – создание в начале учебного года:

**организационного комитета** из числа: заместителя директора (председатель оргкомитета), председателя школьного методического объединения учителей математики (заместитель председателя оргкомитета), учителя математики (члены оргкомитета), старшеклассники (члены оргкомитета). В обязанности оргкомитета входит: формирование жюри и различных групп и комиссий, определение числа и порядка проведения олимпиады и других сопутствующих мероприятий в школе, контроль проведения олимпиады на всех этапах; создание банка данных математически одарённых учащихся и учащихся, проявивших углубленные знания и заинтересованность в области математики;

**Формирование жюри** для проверки и оценки работ участников олимпиады происходит из числа учителей школы, преподавателей вузов, студентов вузов, проходящих практику в школе, старшеклассников (для проведения олимпиад в младших классах). Председателем жюри чаще всего выбирается руководитель школьного методического объединения учителей математики (или заведующий базовой кафедры).

**Формирование различных групп и комиссий** необходимо для успешной работы оргкомитета через распределение обязанностей её членов. Напомним, что комиссия формируется исключительно из членов оргкомитета для выполнения каких-либо определённых функций или проведения специальных мероприятий, связанных непосредственно с олимпиадой, в то время, как группа формируется из числа волонтеров и функционирует под руководством члена

оргкомитета. В таблице 1 приведены возможные комиссии и группы и описаны их функциональные обязанности.

| Таблица 1. Комиссии и группы, участвующие в подготовке и проведении школьной олимпиады по математике |                                  |             |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                               |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| №                                                                                                    | Название                         | Численность | Функциональные обязанности                                                                                                                                                   | Примечания                                                                                                                                                                                                    |
| 1                                                                                                    | Предметная комиссия              | 3-5         | Подготовка задачного материала                                                                                                                                               | Действует согласно Положению с учётом особенностей школы и региона                                                                                                                                            |
| 2                                                                                                    | Приёмная комиссия                | 3           | Составление списков участников, ознакомление родителей с Порядком проведения всероссийской олимпиады школьников, получение согласия на публикацию олимпиадной работы ребёнка | Целесообразно в эту комиссию назначить учителей математики                                                                                                                                                    |
| 3                                                                                                    | Программная комиссия             | 2-3         | Составление программы Математической олимпиады в школе: определение числа и порядка проведения олимпиады и других сопутствующих мероприятий                                  | В случае, если школа не ограничивается проведением только школьного тура ВсОШ, а организует математические бои, турниры и прочие состязания                                                                   |
| 4                                                                                                    | Счётная комиссия                 | 3           | На основании протоколов жюри подводит результаты олимпиады, составляет разнообразные отчёты                                                                                  |                                                                                                                                                                                                               |
| 5                                                                                                    | Наградная комиссия               | 3           | Поощрение победителей, оформление и предоставление заявки на участие в олимпиадах более высокого уровня (в соответствии со сроками и квотами)                                | Продвижение участников по олимпиадной лестнице                                                                                                                                                                |
| 6                                                                                                    | Медиа-группа                     | 3-5         | Освещение хода и результатов олимпиады и сопутствующих мероприятий                                                                                                           | Выпуск заметок в школьный орган печати, подготовка интервью и репортажей и т.п.                                                                                                                               |
| 7                                                                                                    | Группа материального обеспечения | 3-5         | Подготовка и тиражирование материалов, канцелярских принадлежностей и т.п.                                                                                                   | Отвечает также за подготовку аудиторий                                                                                                                                                                        |
| 8                                                                                                    | Рекламная группа                 | 3           | Подготовка объявлений, листовок, «зазывалок» и т.п. Работают в тесном сотрудничестве с медиа-группой                                                                         | Осуществляют рекламу путём привлечения дополнительного интереса к математическому олимпийскому движению                                                                                                       |
| 9                                                                                                    | Творческая группа аниматоров     | 5-7         | Подготовка и проведение сопутствующих мероприятий                                                                                                                            | Целесообразно привлекать членов различных школьных клубов и студий                                                                                                                                            |
| 10                                                                                                   | Апелляционная комиссия           | 3           | Проведения апелляции и, при необходимости, анализ материалов олимпиады                                                                                                       | Апелляция на олимпиаде школьников подается после ознакомления участника с мотивированным решением, в рамках которого были выставлены баллы.                                                                   |
| 11                                                                                                   | Арбитраж (спорная комиссия)      | 3-5         | Урегулирование споров между участниками образовательных отношений. Комиссия работает в течение всего учебного года.                                                          | Целесообразно в состав этой комиссии назначить завуча по воспитательной работе, социального педагога, школьного психолога, председателя родительского комитета или попечительского совета, старшего вожатого. |

2 этап – работа программной комиссии состоит в проектировании программы Математической олимпиады в школе: определение числа и порядка проведения олимпиады и других сопутствующих мероприятий.

Рассмотрим ситуацию, при которой школьное математическое сообщество не ограничивается участием во Всероссийской олимпиаде, а организует другие школьные математические олимпиады.

Кроме того ограничимся возрастом участников, соответствующим 4-7 классам общеобразовательной школы.

Некоторые отличия и специфика проведения олимпиад в разных классах приводят к возможным различиям в содержании и форме проведения олимпиад, поэтому 4-7 классах применимы две формы проведения олимпиад. Одну можно назвать соревнованием команд по решению задач, а другую – конкурсом учащихся по решению задач. В течение года в этих классах целесообразно провести обе олимпиады: одну в середине, а вторую в конце учебного года. Причем в середине учебного года проводится конкурс по решению задач, а в конце учебного года – соревнование команд. В остальных классах проводится одна олимпиада зимой – конкурс по решению задач.

Получаем предварительный график школьных олимпиад:

- 1 четверть – школьный тур ВсОШ,
- 2 четверть – участие в MATHS-старт «Кенгуру для всех-всех-всех» (знакомство с «Кенгуру» для взрослых и детей!),
- 3 четверть – конкурс по решению задач «Умники и умницы» в рамках недели математики,
- 4 четверть – Математические бои учащихся 5-7 классов.

Программный комитет составляет расписание консультаций и мастер-классов с указанием фамилий людей их проводящих (это могут быть, помимо школьных учителей, преподаватели колледжей и вузов, студенты и родители, особенно работающие в области математической науки). Это расписание является частью Программы. Программа дополняется сопутствующими

мероприятиям: выставками, математическими квестами и театральными постановками, вечерами, междисциплинарными конкурсами и т.п.

Разработанная Программа доводится до сведения всех членов оргкомитета, при необходимости корректируется, после чего утверждается председателем и передаётся в медиа-группу для широкой огласки.

Возможный вариант Программы школьной олимпиады по математике учащихся подросткового возраста представлен в приложении.

### 3 этап – работа предметной комиссии – включает:

- поиск, адаптацию (вариации задачи), в первую очередь, к возрастным особенностям участников, конструирование конкурсных задач и подготовительных задач;

- решение несколькими способами конкурсных задач и формулировка рекомендаций по их оцениванию (определяется число очков за правильное решение каждого задания, определяет число очков, которое снижается при наличии в решении тех или иных недочётов, а также число очков, которое может быть иногда поставлено за оригинальное обоснование или особо рациональные преобразования);

- передача конкурсных задач с решениями на хранение председателю оргкомитета;

- передача подготовительных задач медиа-группе и рекламной группе для афиширования.

Задания обычно подбираются для каждой параллели классов, но отдельные задачи могут быть или близки по условию, или совпадать. Задачи можно подобрать из книг серии «Библиотека физико-математической школы», журналов «Квант» и «Математика в школе», пособий для факультативных занятий, учебников, сборников олимпиадных материалов.

Следующие 4-9 этапы образуют цикл, запускаемый для каждой школьной олимпиады.

### 4 этап – работа приемной комиссии, медиа-группы и рекламной группы.

Цель этого этапа – провести специальную подготовительную работу,

содержание и формы которой в значительной степени должны помочь достижению целей проведения олимпиад, а также обеспечить лучшие результаты соревнований учащихся (не принимавших участия в работе математических кружков):

– вывешиваются красочные объявления об олимпиаде, призывы к учащимся подготовиться и принять участие в олимпиаде, красочно оформленные подготовительные задачи по разным классам и группе классов, рекомендации о том, как готовиться к олимпиаде, какие можно использовать книги, к кому обращаться за советами

приёмная комиссия ведёт учёт всем участникам каждого мероприятия (т.е. для участия нужно пройти обязательную запись/регистрацию).

5 этап – консультации и мастер-классы.

6 этап – проведение сопутствующих мероприятий (работа творческой группы аниматоров).

В 4-7 классах школы целесообразно подготовить к олимпиаде выставку математического творчества учащихся. Во многих школах на выставку поступают пособия, изготовленные учащимися в период между олимпиадами. На выставке могут быть модели различных фигур, изготовленные учащимися для иллюстрации математических понятий, теорем, формул, изучаемых в курсе математики, модели, раскрывающие смысл той или иной задачи и принцип ее решения. Могут быть представлены и математические темы, работы учащихся: решения задач, различные доклады на математические темы, наиболее интересные задачи, составленные самими учащимися, и т. п. материалы. Все материалы, представляемые на выставку, должны быть в возможно более изящном оформлении и иметь определенное математическое содержание, математический смысл. Математическое содержание может быть различным. В выставке могут участвовать учащиеся всех классов. По окончании олимпиады материалы выставки будут прекрасным пополнением кабинетов математики школы.

7 этап – проведение олимпиады в установленной форме (в том числе, работа группы материального обеспечения, жюри, медиа-группы).

Члены жюри распределяются по классам. Группа членов жюри по соответствующим классам проверяет работы учащихся этих классов, подводит общие итоги соревнований учащихся, докладывает результаты соревнований на общем заседании жюри. У членов жюри по классам могут возникнуть разногласия в оценках отдельных работ. Эти работы и их оценки рассматриваются на общем заседании жюри.

Каждую работу проверяют два члена жюри, а работу, претендующую на призовое место, – трое. Основное внимание при этом следует обращать на ход мысли ученика, даже в том случае, когда решение неаккуратно записано.

Оценивание олимпиадных работ учащихся должно основываться на критериях оценки олимпиадной деятельности учащихся, а именно:

- 1) оценка собственных достижений – использование знаний внешкольной программы данного возраста;
- 2) эрудиция ученика в области олимпиадной математики – использование известных научных фактов;
- 3) защита результатов олимпиадной работы – четкая логика изложения, аргументированное обоснование решений, оригинальность рассуждений, умение защитить свою точку зрения при проведении апелляции.

Жюри олимпиады необходимо обратить внимание на работы:

- в которых видно, что участник не знал данного материала, но в процессе решения олимпиадной задачи открыл его для себя, при этом он может выражать свои мысли в необычной форме;
- в которых участник искал оптимальное, в каком-либо смысле, решение.

Результаты проверки следует оформить протоколом, имеющим форму таблицы (для облегчения проведения апелляции следует все замечания по письменному решению задачи фиксировать в соответствующем столбце), и сразу же передать председателю жюри, и далее – счётной комиссии.

Протокол проверки письменных конкурсных работ учащихся  
 Проверяющий \_\_\_\_\_

класса

должность, Ф.И.О., дата проверки \_\_\_\_\_

| Участник (полностью<br>Ф.И.О.) |  | Номер задач конкурса «...» |   |   |   |   | Замечания |
|--------------------------------|--|----------------------------|---|---|---|---|-----------|
|                                |  | 1                          | 2 | 3 | 4 | 5 |           |
| 1                              |  |                            |   |   |   |   |           |
| 2                              |  |                            |   |   |   |   |           |
| 3                              |  |                            |   |   |   |   |           |
| 4                              |  |                            |   |   |   |   |           |
| 5                              |  |                            |   |   |   |   |           |
|                                |  |                            |   |   |   |   |           |

В протоколе ставится: прочерк, если записи по решению задачи отсутствуют (участник не приступил к решению), 0 баллов, если записи по решению задачи имеются, но в них нет элементов правильного решения, высший балл, задача решена правильно и полностью, оформлено без замечаний и в надлежащем виде (этот вид определяется предметной комиссией – составителями конкурсных задач, которые формулируют критерии полноты решения для каждой задачи).

По результатам проверки членами жюри работ участников, то есть на основании протоколов, счётной комиссией составляется общий протокол, учитывающий результаты двух-трёх проверок; общий протокол составляется в среде электронных таблиц, позволяющей ранжировать результаты.

Общий протокол, ранжированный по рейтингу участников (то есть первыми в протоколе будут отражены результаты проверки абсолютного победителя олимпиады), распечатывается и передаётся в жюри олимпиады.

Общий протокол проверки письменных конкурсных работ учащихся \_\_\_\_\_ класса

| №<br>п/п | Участник<br>(полностью Ф.И.О.) | Проверка | Номер задач конкурса «...» |   |   |   |   | Фамилия<br>проверяющего |
|----------|--------------------------------|----------|----------------------------|---|---|---|---|-------------------------|
|          |                                |          | 1                          | 2 | 3 | 4 | 5 |                         |
| 1        |                                | Первая   |                            |   |   |   |   |                         |
|          |                                | Вторая   |                            |   |   |   |   |                         |
|          |                                | Третья   |                            |   |   |   |   |                         |
|          |                                | Итого    |                            |   |   |   |   |                         |
| 2        |                                | Первая   |                            |   |   |   |   |                         |
|          |                                | Вторая   |                            |   |   |   |   |                         |
|          |                                | Третья   |                            |   |   |   |   |                         |
|          |                                | Итого    |                            |   |   |   |   |                         |
| 3        |                                |          |                            |   |   |   |   |                         |
|          |                                | Первая   |                            |   |   |   |   |                         |
|          |                                | Вторая   |                            |   |   |   |   |                         |
|          |                                | Итого    |                            |   |   |   |   |                         |
|          |                                |          |                            |   |   |   |   |                         |



**8 этап – подведение итогов олимпиады** (в том числе, работа общего заседания жюри, счётной, апелляционной, наградной комиссий, медиа-группы).

Результаты олимпиады оформляются в виде решения оргкомитета или жюри, утвержденного приказом директора школы. Результаты олимпиады доводятся до сведения всех учащихся школы и заносятся в личное дело каждого ученика, успешно выступившего на олимпиаде. По окончании учебного года эти успехи отмечаются в характеристиках учащихся.

На школьных олимпиадах целесообразно установить три степени поощрения. Их можно назвать первой, второй и третьей премиями или первым, вторым и третьим местами. Если есть возможность всем успешно прошедшим олимпиаду вручить премии, то тогда естественно поощрения назвать премиями. Причем в качестве премий лучше всего давать математические книги. Обычно в школе на одну премию дают одну книгу. На разные премии вручаются разные книги. На каждой книге делается соответствующая надпись, подпись директора школы и председателя оргкомитета, на подписях ставится гербовая печать школы.

Если школа не имеет материальных возможностей для приобретения премий, то итоги олимпиады можно подвести, определив успехи каждого участника как первое, второе и третье места на олимпиаде. Тогда участники получают грамоты с соответствующей записью. Грамоты целесообразно вручать и при награждении книгами.

Итоги участия школьников в выставках и других междисциплинарных конкурсных мероприятиях наряду с результатами олимпиады оценивается наградной комиссией (согласно соответствующему положению о конкурсе): победители награждаются и отмечаются в приказе директора школы.

**9 этап – разбор задач – подведение итогов олимпиады членами математических кружков.**

**Последний – 10 этап – подведение итогов школьной математической олимпиады текущего учебного года** – начинается с работы счётной комиссии, составляющей сводный отчёт о числе участников, победителей и призёров;

выявляющей «безусловных» лидеров и активистов школьного олимпиадного движения и т.п. Наградная комиссия готовит свидетельства и другие документы для включения в личные портфолио учеников. Определяется лучший учитель-консультант и лучший тренер и т.п. Завершается этап торжественной линейкой, на которой чествуются лучшие ученики- «олимпиадники» и их тренеры и консультанты.

В методическом объединении учителей математики:

- делаются организационные выводы;
- намечаются направления работы с выявленными математически-одарёнными учащимися и учениками, проявившими интерес к занятиям математикой;
- выясняются возможные причины снижения результатов учащихся ранее успешных в решении конкурсных математических задач и другие «отрицательные» результаты и т.п.

**Педагогическая задача 15.** Нам предстоит, разбившись на группы, организовать школьную олимпиаду для учеников 4-7 классов (роль которых будут выполнять студенты младших курсов).

## **ПРОВЕДЕНИЕ ШКОЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ ДЛЯ МЛАДШИХ ПОДРОСТКОВ**

### **Методический практикум-8**

**Педагогическая задача 16.** Нам предстоит воплотить свои замыслы, то есть провести олимпиаду для учеников 4-7 классов (роль которых будут исполнять студенты 1-2 курсов; студенты 1 курса – учащиеся 4-6 классов, 2 курса – ученики 7 класса).

Время и место проведения:

- 1 курс – кураторский час (согласно расписанию, по согласованию с куратором),
- 2 курс – занятие по элементарной математике или методике обучения математике (согласно расписанию, по согласованию с преподавателем).

## ОЛИМПИАДНАЯ ЗАДАЧА КАК ОСНОВНАЯ СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ЕДИНИЦА ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ

Основной содержательной единицей школьной математической олимпиады, как и математической олимпиады более высокого уровня, является олимпиадная задача. Разберёмся с этим понятием подробнее.

В таблице приведены различные определения олимпиадной задачи, в том числе задачи для школьной олимпиады по математике.

| Таблица. Определение олимпиадной задачи (задачи математической олимпиады школьников) |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Автор                                                                                | Издание    | Определение/классификация задач                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| И. С. Петраков                                                                       | [1, с. 7]  | Из 5 задач, предполагаемых каждому участнику олимпиады, примерно:<br>1-2 задачи – посильны для большинства участников олимпиады, на школьных олимпиадах это примерно задачи на уровне наиболее сложных задач текущих контрольных работ;<br>2-3 задачи – повышенной трудности; их может решить не более половины участников;<br>1-2 задачи – сложные «с изюминкой», требующие очень хорошей математической подготовки, более широкого математического кругозора, особой математической смекалки и твёрдых навыков в решении нестандартных задач.<br>Для школьной олимпиады подбирают задачи с учётом общего математического развития, качества математической подготовки соответствующего класса/школы                                                                   |
|                                                                                      | [1, с. 12] | Задачи школьной олимпиады для 4/5 класса «более близкие к программному материалу, к тематике тех задач, которые дети решали в течение учебного года в классе. Но в задачах должны быть и элемент занимательности, новизны, оригинальности и своеобразия»                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| В. Н. Русанов                                                                        | [2, с. 5]  | Задачи не должны дублировать материал учебника и во многих случаях они носят нестандартный характер и иногда могут соответствовать принципу опережающего обучения.<br>Эффективны простые задачи, требующие неожиданного поворота мысли.<br>В комплекте из 4 задач пара задач, нетрудных для большинства учащихся, и одна – потруднее, с «изюминкой». Расчёт такой: каждый участник решил хотя бы одну задачу, большинство справились бы с двумя, и несколько решили все задачи.<br>Нужны достаточно интересные задачи: практические задания или задачи отвлечённого характера полезные для дальнейшего умственного развития. Целесообразно в задачах прибегать к образам из окружающего мира, а иногда к сказочным сюжетам. Не надо пренебрегать и игровыми ситуациями. |
| А. Н. Саженков,<br>Т. В. Саженкова                                                   | [3, с. 4]  | Ряд классических результатов элементарной математики                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|                                                                                      |            | Классификация задач по идее (путь к решению задачи) и методу (алгоритму) решения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

|                   |               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-------------------|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| П. В Чулков       | [4, с. 5]     | <p>1) задачи разного уровня трудности, чтобы каждый мог что-то решить;</p> <p>2) задачи, при всей их нестандартности и занимательности, должны опираться на пройденный школьниками программные материалы и быть достаточно разнообразными по тематике, чтобы учащиеся могли сделать выбор с учетом своих пристрастий. В 5 классе это задачи на действия с натуральными числами с небольшими вкраплениями «олимпиадных» идей: принципа Дирихле, четности, логики, разрезание и т. д. В 6 классе – примеры на: делимость, дроби и проценты, задачи на движение и процессы, пропедевтика геометрии.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| П. М. Горев       | [5, с. 3]     | <p>Большинство задач командной (команды по 3 человека) олимпиады по геометрическому конструированию носят творческий характер и являются заданиями открытого (имеют размытые условия, из которых недостаточно ясно как действовать, что использовать при решении, но в общем виде понятен требуемый результат) или частично открытого типа.</p> <p>Такие задачи предполагают разнообразие путей решения, которые не являются линейными: двигаясь по ним, попутно приходится преодолевать возникающие препятствия.</p> <p>Вариантов решений много, они либо применимы к достижению требуемого результата, либо нет.</p> <p>Учебные задачи частично открытого типа в школьной практике встречаются как задачи «под звездочкой» или как задачи творческого характера. В задачах указанного типа может встречаться закрытый характер условия, решения и ответа вместе, а может – каждого по отдельности.</p>                |
| Л. П. Квашко      | [6, с. 60]    | <p>Эти задачи имеют нестандартную форму или содержание, неизвестные школьникам способы решения или область применения.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| А. О. Келдибекова | [7, с. 40,45] | <p>Олимпиадные – задачи с неизвестным способом решения, нестандартные, содержание которых соответствует логической структуре математической компетентности творческого уровня (охватывает все стадии познавательного процесса таксономии Блума: знание – понимание – применение – анализ – синтез – оценка):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составленные на основе программ по математике для общеобразовательных учебных учреждений, в качестве сложных допускаются задачи, тематика которых входит в программы кружков и школы олимпийского резерва;</li> <li>– разного уровня сложности из разделов школьной математики, изученных к моменту проведения олимпиады: арифметика, алгебра, тригонометрия, комбинаторика, теория чисел, геометрия, математический анализ;</li> <li>– задачи с нарастающим уровнем сложности;</li> <li>– на построение новых для ученика логических конструкций.</li> </ul> |
| С.В. Лебедева     | [8, с. 95]    | <p>Под задачей математической олимпиады для школьников будем понимать стандартную для учащихся определённой возрастной категории (алгоритмическую) задачу повышенной трудности, имеющую помимо стандартного «красивое» оригинальное решение, и нестандартные задачи по формулировке и/или по методам их решения.</p> <p>Выделяют, таким образом:</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

|                                      |              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                      |              | <ul style="list-style-type: none"> <li>– стандартные (алгоритмические) повышенной трудности, имеющие помимо стандартного, как правило, технически громоздкого решения, «красивое» оригинальное решение;</li> <li>– нестандартные по формулировке, но стандартные по методам решения;</li> <li>– стандартные по формулировке, но нестандартные по методам решения;</li> <li>– нестандартные по формулировке и методам решения;</li> <li>– занимательные задачи.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| А. В. Фарков                         | [9, с. 278]  | <p>Под олимпиадными задачами по математике будем понимать задачи повышенной трудности, нестандартные по формулировке или по методам их решения.</p> <p>Типология олимпиадных задач проводится в зависимости, от того, какой материал используется при их решении: (1) Задачи на применение специальных методов решения; (2) Задачи, использующие программный материал, но повышенной трудности; (3) Комбинированные задачи, которые используют программный материал и идеи, изучаемые на кружках, факультативах</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| А.Я. Канель-Белов,<br>А.К. Ковальджи | [10, с. 88]  | <p>Это тип задач, занимающих промежуточное положение между школьными задачами и научными проблемами. Поскольку время на олимпиаде ограничено, желательно, чтобы отыскание пути к решению было главной трудностью, а оформление решения не требовало больших усилий</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| Н. Г. Куприна                        | [11, с. 122] | <p>Создание ситуаций, моделирующих творческую, исследовательскую деятельность и позволяющих ребенку проявить самостоятельность, выступает важнейшим условием диагностики одаренности. Соответственно, олимпиадные задания, нацеленные на выявление и поддержку одаренных детей должны мотивировать детей к самостоятельным суждениям, творческому осмыслению заявленных вопросов.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| С. Б. Забелина,<br>Н. А. Казаков     | [12, с. 332] | <p>Рассмотрим специфику математических олимпиадных задач. Важной особенностью любой из таких задач является то, что для её решения не требуется знаний, выходящих за рамки школьной программы. Внешняя простота условий некоторых задач олимпиадного типа обманчива. Решение олимпиадных задач требует не только отличного знания предмета, но и наличие гибкого и развитого мышления. Любая олимпиадная задача должна носить творческий характер, и проверять не степень усвоения участником олимпиады различных разделов школьной математики, а его способность к нахождению решений новых для него задач. В олимпиаду должны входить задачи различной сложности, чтобы каждый участник мог проявить максимально свои способности. Формулировка олимпиадной задачи должна быть привлекательной, но очевидной для восприятия (иметь чёткую формулировку)</p> |
| А. Р. Тугузбаева                     | [13, с. 708] | <p>Олимпиадная задача по математике представляет собой задачу повышенного уровня трудности, нестандартной как по формулировке, так и по методикам решения. Решение олимпиадных задач принципиальным образом отличается от решения общешкольных, даже очень сложных задач. Что обусловлено наличием разнообразных разделов: теорию игр, графы, уравнений в целых числах, принцип Дирихле, элементов теории чисел, четности, логических задач. Кроме,</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |

|                  |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|------------------|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                  |      | того с каждым годом олимпиадные задания усложняются из-за возрастания значения межпредметных связей, что влияет на необходимость обладания учеником не только теоретическими знаниями и практическими умениями, но и техническими знаниями и экспериментальными навыками и т.д. Олимпиадные задачи требуют нестандартного, комбинированного подхода в решении.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| З. Р. Хасаханова | [14] | <p>Анализируя понятия «задача математической олимпиады школьников» и «задача школьной математической олимпиады», можно сформулировать следующие выводы:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– задача школьной математической олимпиады обладает всеми признаками задачи математической олимпиады школьников</li> <li>– задача школьной математической олимпиады обладает специфической особенностью: подбирается с учётом уровня общего математического развития и качества математической подготовки конкретного класса/школы. Именно эта особенность позволяет выделить важнейшую функцию задач школьной математической олимпиады – служить индикатором уровня сформированности познавательного интереса к математике школьников (позволяет выявить математически одарённых учащихся) и индикатором качества работы учителя математики.</li> </ul> <p>Кроме того, задач школьной математической олимпиады позволяют и должны: повысить интерес к предмету, расширить сферу использования математики в жизни школьников, отработать на практике и проверить знание предмета, показать взаимосвязь между разными разделами математики; а сами школьные математические олимпиады – увлекать математикой всё новых и новых школьников, а, возможно, и их родителей (культурно-просветительская функция школьных математических олимпиад).</p> |

#### Список использованных источников:

1. Петраков, И. С. Математические олимпиады школьников : Пособие для учителей / И. С. Петраков. – М. : Просвещение, 1982. – 96 с.
2. Русанов, В. Н. Математические олимпиады младших школьников : Кн. для учителя : Из опыта работы (в сел. р-нах) / В. Н. Русанов. – М. : Просвещение, 1990. – 73 с.
3. Саженов, А. Н. Теория и практика решения олимпиадных задач по математике : Учебное пособие / А. Н. Саженов, Т. В. Саженова. – Барнаул : Изд-во Алтайского гос. ун-та, 2016. – 130 с.
4. Чулков, П. В. Математика : Школьные олимпиады : Метод, пособие. 5-6 кл. / П. В. Чулков. – М. : Изд-во НЦ ЭНАС, 2007. – 88 с.

5. Горев, П. М. Командная олимпиада по геометрическому конструированию в 8-9-х классах средней школы / П. М. Горев // Научно-методический электронный журнал Концепт. – 2016. – № 4. – С. 49-55.

6. Квашко, Л. П. Математическая олимпиада для школьников в вузе / Л. П. Квашко // Естественно-гуманитарные исследования. – 2016. – № 11 (1). – С. 59- 64.

7. Келдибекова, А. О. Компетентностный подход к содержанию школьных олимпиадных задач по математике / А. О. Келдибекова // Международный журнал экспериментального образования. – 2017. – № 8. – С. 39-45.

8. Лебедева, С. В. Задачи математических олимпиад для школьников / С. В. Лебедева // Вестник современных исследований. – 2018. – № 7.1 (22). – С. 94- 103.

9. Фарков, А. В. Типология олимпиадных задач по математике / А. В. Фарков // Задачи в обучении математике, физике и информатике: теория, опыт, инновации : Материалы II Международной научно-практической конференции, посвященной 125-летию П.А. Ларичева. – 2017. – С. 277- 279.

10. Канель-Белов, А. Я. Как решают нестандартные задачи. 60-я Московская математическая олимпиада. Подготовительный сборник / А.Я. Канель-Белов, А.К. Ковальджи. – М. : МЦНМО, 1997. – 96 с.

11. Куприна, Н. Г. Школьная олимпиада как форма выявления и поддержки детской одаренности / Н. Г. Куприна // XXI век : итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2013. – № 7 (11). – С. 121-125.

12. Забелина, С. Б. Методы решения олимпиадных задач / С. Б. Забелина, Н. А. Казаков // Актуальные вопросы научной и научно-педагогической деятельности молодых учёных : сборник научных трудов III Всероссийской заочной научно-практической конференции. под общ. ред. Е.А. Певцовой. – 2016. – С. 331-340.

13. Тугузбаева, А. Р. Обучение решению олимпиадных задач школьников 5-6 классов / А. Р. Тугузбаева // Аллея науки. – 2018. – Т. 2. – № 3 (19). – С. 708-710.

14. Хасаханова, З. Р. Олимпиадная задача как основная содержательная единица школьной математической олимпиады / З. Р. Хасаханова // Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки. Выпуск 19. – Саратов : ИЦ «Наука», 2019.

### ***Методический практикум-9***

***Педагогическая задача 17.*** Рассматривая задачу школьной математической олимпиады в качестве индикатора уровня сформированности познавательного интереса к математике школьников, проанализировать работы двух участников школьной олимпиады и определить уровень сформированности их познавательного интереса

***Педагогическая задача 18.*** Проанализировать результаты проведённой олимпиады в контексте качества работы учителя математики.



## ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ СОСТАВЛЕНИЯ НАБОРОВ ЗАДАЧ

Основные принципы составления наборов задач для школьных олимпиад младших подростков хорошо описаны и иллюстрированы на примере Кубка Урала (зародившись как домашний турнир ФМЛ № 31, он расширил свою географию и стал открытым для многих школ Тобольска, Белорецка, Озёрска, Снежинска, Магнитогорска, Екатеринбурга, Уфы, Тюмени и Челябинска) в статье «Олимпиадные задачи кубка Урала» (Дмитриев, О. Ю. Олимпиадные задачи Кубка Урала / О. Ю. Дмитриев, Р. Г. Женодаров // Учим математике 5. – М. : МЦНМО. – 2015. – С. 117-123.):

- наличие простых и сложных задач в варианте,
- вариация условий задачи в зависимости от класса,
- задачи с несколькими случаями (чтобы осваивали метод перебора),
- задачи с несколькими ответами (чтобы дети не считали первый найденный ответ единственно верным),
- возможность частично правильного (частного) решения,
- введение, хотя бы в одной задаче, новых понятий,
- модернизация классических задач.

В той же статье определена и тематика олимпиадных задач:

- классические темы (числовые ребусы, задачи с числами и т.п.),
- логические парадоксы
- обязательность комбинаторики,
- обязательность геометрии (хотя бы разрезания),
- использование задач на принцип крайнего, принцип Дирихле, «оценку + пример» (специальное математическое рассуждение, которое применяется в некоторых задачах на нахождение наибольших или наименьших значений) и т.п. задачи традиционной олимпиадной тематики.

Эти же принципы можно использовать при разработке подготовительных задач для участников олимпиады.

Кроме того, подготовительные задачи целесообразно объединять в серии по следующим признакам: принадлежности к одной сюжетной линии (например, в Кубке Урала, это реальные и виртуальные персонажи: Тёма, СеГе, ГуРу, ОлЮр), к определённым датам и числам (например, в задачах этого учебного года в качестве «центральных» могут выступать числа 2019 и 2020) и т.п.

**Педагогическая задача 19.** Прочитать статьи, посвящённые Кубку Урала. Отметить специфические особенности этой олимпиады.

**Педагогическая задача 20.** Разработать серии подготовительных задач:

А) серийный признак – принадлежность к одной сюжетной линии, в центре которой – некоторый персонаж,

Б) серийный признак – принадлежность к одной сюжетной линии с числом 2019 и/или 2020.

## ВНЕАУДИТОРНАЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ

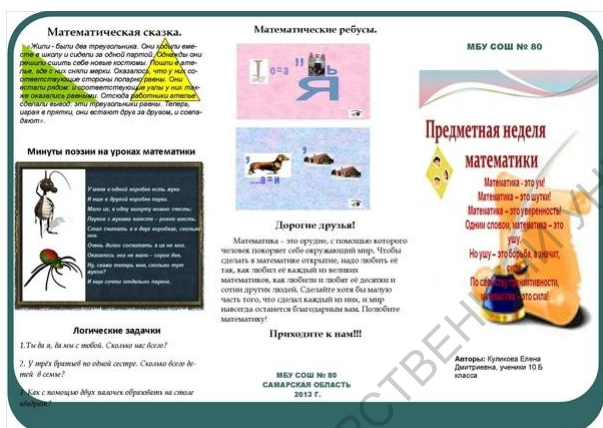
### Задание 1. Задачные конструкции подготовительного этапа.

Разработайте задачные конструкции для самостоятельной подготовки учащихся младшего подросткового возраста к участию в олимпиаде. Результаты оформите в форме пособия (книги) для школьников; продумайте идею и дизайн пособия; подготовьте макет для издания.

### Задание 2. Информационный материал к Неделе математики.

Подготовьте разнообразный раздаточный материал, связанный с олимпиадной математикой (интересные задачи и приёмы решения, факты из истории математических олимпиад, информацию о конкурсах и мастер-классах и т.п.). Оформите результаты в виде:

– буклетов (рекламных и просветительских), созданных в приложении Microsoft Publisher



– лэпбука (lapbook) – тематической интерактивной папки – это бумажная книжечка с кармашками, дверками, окошками, подвижными деталями, которые можно доставать, переключивать, складывать по своему усмотрению; в ней собирается материал по какой-то определенной теме.



– информационного полуправильного многогранника и/или флексора (на гранях которых содержится какая-либо информация: тексты и решение задачи и т.п.)



### Задание 3. Олимпиадная математика в контексте темы бакалаврской работы.

Если исследование по теме бакалаврской работы предусматривает обращение к материалам олимпиадной математики, то Вы можете предоставить результаты этого исследования, оформив их в виде статьи.

### Задание 4. Муниципальные олимпиады школьников по математике.

Изучив Методические рекомендации по разработке заданий и требований к проведению школьного и муниципального этапов Всероссийской олимпиады школьников по математике в текущем учебном году, проведите анализ результатов «последнего» муниципального этапа ВсОШ по математике Вашего муниципального образования. Ниже они даны в извлечениях из *Методических рекомендаций по разработке заданий и требований к проведению школьного и муниципального этапов всероссийской олимпиады школьников в 2019/2020*

*учебном году по математике / Утверждены на заседании центральной предметно-методической комиссии всероссийской олимпиады школьников по математике (протокол № 2 от 25.06.2019 г.).*

### Основные задачи муниципального этапа ВсОШ по математике

На муниципальном этапе происходят изменения в целях Олимпиады. Она теперь направлена не только на популяризацию математики и математических знаний. Анализ ее результатов позволяет сравнивать качество работы с учащимися в различных школах, устанавливать уровень подготовки учащихся всего региона, определять направления работы с одаренными школьниками в регионе. При этом усиливается мотивирующая роль Олимпиады, когда у ее участников появляется возможность сравнения своих математических способностей и олимпиадных достижений не только с учащимися своей школы. Участники получают дополнительные стимулы для регулярных занятий математикой в кружках и на факультативах. Кроме того, муниципальный этап олимпиады является серьезным отборочным соревнованием, поскольку по его итогам из большого числа сильнейших школьников различных муниципальных образований формируется состав участников регионального этапа.

Соответственно меняется и характер заданий олимпиады. Они предполагают знакомство участников со спецификой олимпиадных задач по математике: умение строить цепочки логических рассуждений, доказывать утверждения. Стилистически задания еще в большей, по сравнению со школьным этапом, степени начинают отличаться от заданий повышенной трудности, включаемых в школьные учебники по математике, что предполагает психологическую готовность участников олимпиады к таким заданиям. Наконец, большое количество обладающих математическими способностями участников муниципального этапа олимпиады (в особенности в крупных муниципальных образованиях) предполагает заметно более высокий уровень сложности заданий.

Таким образом, основными целями муниципального этапа олимпиады являются формирование и закрепление интереса математически способных обучающихся к регулярным дополнительным занятиям математикой; повышение качества работы учителей математики в школах и развитие системы работы с одаренными детьми в регионе, отбор наиболее способных школьников в каждом муниципальном образовании, формирование регионального списка наиболее одаренных учащихся. 35 Необходимость решения сформулированных выше задач формирует подход к порядку проведения и характеру заданий на муниципальном этапе Олимпиады.

### Принципы составления олимпиадных заданий и формирования комплектов олимпиадных заданий для муниципального этапа

Задания муниципального этапа олимпиады должны удовлетворять следующим требованиям:

1. Задания должны носить творческий характер и проверять не степень усвоения участником олимпиады различных разделов школьной математики, а

его способность к нахождению решений новых для него задач. Большая часть заданий должна включать в себя элементы (научного) творчества.

2. В задания нельзя включать задачи по разделам математики, не изученным в соответствующем классе к моменту проведения олимпиады.

3. Задания олимпиады должны быть различной сложности для того, чтобы, с одной стороны, предоставить большинству Участников возможность выполнить наиболее простые из них, с другой стороны, достичь одной из основных целей олимпиады – определения наиболее способных Участников. Желательно, чтобы с первым заданием успешно справлялись около 70% участников, со вторым – около 50%, с третьим – 20%-30%, а с последними – лучшие из участников олимпиады.

4. В задания должны включаться задачи, имеющие привлекательные, запоминающиеся формулировки.

5. Формулировки задач должны быть корректными, четкими и понятными для участников. Задания не должны допускать неоднозначности трактовки условий. Задания не должны включать термины и понятия, не знакомые учащимся данной возрастной категории.

6. Вариант по каждому классу должен включать в себя 4-6 задач. Тематика заданий должна быть разнообразной, по возможности охватывающей все разделы школьной математики: арифметику, алгебру, геометрию. Варианты также должны включать в себя логические задачи (в среднем звене школы), комбинаторику. Так в варианты для 6 класса рекомендуется включать задачи по арифметике, логические задачи, задачи по наглядной геометрии, задачи, использующие понятие четности; в 7-8 классах добавляются задачи, использующие для решения преобразования алгебраических выражений, задачи на делимость, геометрические задачи на доказательство, комбинаторные задачи; в 9-11 последовательно добавляются задачи на свойства линейных и квадратичных функций, задачи по теории чисел, неравенства, задачи, использующие тригонометрию, стереометрию, математический анализ, комбинаторику.

7. Желательно составление заданий олимпиады из новых задач, специально подготовленных методической комиссией для олимпиады. В случае, если задания олимпиады подбираются из печатных изданий и Интернет-ресурсов, необходимо, чтобы эти источники были неизвестны участникам Олимпиады. При этом задания олимпиады не должны составляться на основе одного источника, с целью уменьшения риска знакомства одного или нескольких ее участников со всеми задачами, включенными в вариант. Олимпиада должна выявлять не энциклопедичность знаний Участника, а его математические способности. Методика оценивания выполнения

Помимо этого:

а) любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других



решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты;

б) олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;

в) баллы не выставляются «за старание Участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи;

г) победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов, поэтому не следует в обязательном порядке «разводить по местам» лучших участников олимпиады.

Для выполнения заданий олимпиады каждому участнику требуются отдельные листы бумаги формата А4. Для черновиков выдаются отдельные листы. Записи на черновиках не учитываются при проверке выполненных олимпиадных заданий. Черновики сдаются вместе с выполненными заданиями. Участники используют свои письменные принадлежности: авторучка с синими, фиолетовыми или черными чернилами, циркуль, линейка, карандаши. Запрещено использование для записи решений ручек с красными или зелеными чернилами.

Участникам во время проведения олимпиады в аудитории запрещено иметь при себе средства связи, электронно-вычислительную технику, фото-, аудио- и видеоаппаратуру, справочные материалы, письменные заметки и иные средства хранения и передачи информации.

#### Тематика заданий муниципального этапа олимпиады

### **VI-VII КЛАССЫ**

**Числа и вычисления.** Натуральные числа и нуль. Десятичная система счисления. Арифметические действия с натуральными числами. Представление числа в десятичной системе. Делители и кратные числа. Простые и составные числа. НОК и НОД. Понятие о взаимно простых числах. Разложение числа на простые множители. Четность. Деление с остатком. Признаки делимости на 2, 3, 5, 6, 9. Обыкновенные дроби. Сравнение дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Десятичные дроби. Отношения. Пропорции. Основное свойство пропорции. Прямая и обратная пропорциональность величин. Проценты. Положительные и отрицательные числа. Модуль числа. Сравнение положительных и отрицательных чисел. Арифметические действия с положительными и отрицательными числами, свойства арифметических действий. Целые числа. Рациональные числа.

**Уравнения.** Уравнение с одной переменной. Корни уравнения. Линейное уравнение.

**Функции.** Функция. График функции. Функции:  $y=kx$ ,  $y=kx+b$ . Текстовые задачи, сводящиеся к решению уравнений.

**Представление о начальных понятиях геометрии, геометрических фигурах.** Равенство фигур. Отрезок. Длина отрезка и ее свойства. Расстояние

между точками. Угол. Виды углов. Смежные и вертикальные углы и свойства. Пересекающиеся и параллельные прямые. Перпендикулярные прямые. Треугольник и его элементы. Признаки равенства треугольников. Сумма углов треугольника. Представление о площади фигуры.

**Специальные олимпиадные темы.** Числовые ребусы. Взвешивания. Логические задачи. Истинные и ложные утверждения. «Оценка + пример». Построение примеров и контрпримеров. Инвариант. Принцип Дирихле. Разрезания. Раскраски. Игры.

## VIII-IX КЛАССЫ

**Числа и вычисления.** Натуральные числа и нуль. Десятичная система счисления. Арифметические действия с натуральными числами. Представление числа в десятичной системе. Делители и кратные числа. Простые и составные числа. Взаимно простые числа. Разложение числа на простые множители. Четность. Деление с остатком. Признаки делимости на  $2^k$ ,  $3$ ,  $5^k$ ,  $6$ ,  $9$ ,  $11$ . Свойства факториала. Свойства простых делителей числа и его степеней. Обыкновенные дроби. Сравнение дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Десятичные дроби. Отношения. Пропорции. Основное свойство пропорции. Прямая и обратная пропорциональность величин. Проценты. Положительные и отрицательные числа. Модуль числа. Сравнение положительных и отрицательных чисел. Арифметические действия с положительными и отрицательными числами, свойства арифметических действий. Целые числа. Рациональные числа. Понятие об иррациональном числе. Изображение чисел точками на координатной прямой. Числовые неравенства и их свойства. Операции с числовыми неравенствами. Квадратный корень.

**Выражения и их преобразования.** Степень с натуральным показателем и ее свойства. Многочлены. Формулы сокращенного умножения. Разложение многочленов на множители. Теорема Безу. Квадратный трехчлен: выделение квадрата двучлена, разложение на множители. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

**Уравнения и неравенства.** Уравнение с одной переменной. Корни уравнения. Линейное уравнение. Квадратное уравнение. Формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Решение рациональных уравнений. Уравнение с двумя переменными. Система уравнений. Решение системы двух линейных уравнений с двумя переменными. Решение простейших нелинейных систем. Графическая интерпретация решения систем уравнений с двумя переменными. Неравенства. Линейные неравенства с одной переменной и их системы. Неравенства второй степени с одной переменной. Неравенства о средних. Текстовые задачи, сводящиеся к решению уравнений, неравенств, систем уравнений.

**Функции.** Прямоугольная система координат на плоскости. Функция. Область определения и область значений функции. График функции. Возрастание функции, сохранение знака на промежутке. Функции:  $y=kx$ ,  $y=kx+b$ ,  $y=k/x$ ,  $y=x^2$ ,  $y=x^3$ ,  $y=ax^2+bx+c$ ,  $y=|x|$ . Преобразование графиков



функций. Свойства квадратного трехчлена. Геометрические свойства графика квадратичной функции.

**Планиметрия.** Треугольник и его элементы. Признаки равенства треугольников. Сумма углов треугольника. Подобие треугольников. Признаки подобия треугольников. Неравенство треугольника. Средняя линия треугольника и ее свойства. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Свойства равнобедренного и равностороннего треугольников. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора. Решение прямоугольных треугольников. Четырехугольники. Параллелограмм, его свойства и признаки. Прямоугольник, ромб, квадрат и их свойства. Трапеция. Средняя линия трапеции и ее свойства. Площади четырехугольников. Понятие о симметрии. Окружность и круг. Касательная к окружности и ее свойства. Центральные и вписанные углы. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник. Угол между касательной и хордой. Пропорциональные отрезки в окружности. Задачи на построение с помощью циркуля и линейки Вектор. Угол между векторами. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Скалярное произведение векторов.

**Специальные олимпиадные темы.** Логические задачи. Истинные и ложные утверждения. «Оценка + пример». Построение примеров и контрпримеров. Принцип Дирихле. Разрезания. Раскраски. Игры. Инвариант. Элементы комбинаторики. Диофантовы уравнения (уравнения в целых числах).

## Х-ХІ КЛАССЫ

**Числа и вычисления.** Делимость. Простые и составные числа. Разложение числа на простые множители. Четность. Деление с остатком. Признаки делимости на  $2^k$ , 3,  $5^k$ , 6, 9, 11. Свойства факториала. Свойства простых делителей числа и его степеней. Взаимно простые числа. Целые числа. Рациональные числа. Иррациональные числа. Число  $\pi$ .

**Выражения и их преобразования.** Многочлены. Формулы сокращенного умножения. Разложение многочленов на множители. Теорема Безу. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Корень  $n$ -й степени и его свойства. Свойства степени с рациональным показателем.

**Тригонометрия.** Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Преобразования тригонометрических выражений. Свойства тригонометрических функций: ограниченность, периодичность.

**Уравнения и неравенства.** Уравнения с одной переменной. Квадратные уравнения. Теорема Виета. Иррациональные уравнения. Показательные и логарифмические уравнения, их системы. Тригонометрические уравнения. Неравенства с одной переменной. Решение неравенств методом интервалов. Показательные и логарифмические неравенства. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. Простейшие уравнения, неравенства и системы с параметрами. Неравенства второй степени с одной переменной. Неравенства о средних. Системы уравнений. Текстовые задачи, сводящиеся к решению уравнений, неравенств, систем уравнений.

**Функции.** Числовые функции и их свойства: периодичность, четность и нечетность, экстремумы, наибольшее и наименьшее значения, промежутки знакопостоянства, ограниченность. Понятие об обратной функции. Свойство графиков взаимно обратных функций. Тригонометрические функции числового аргумента: синус, косинус, тангенс, котангенс. Свойства и графики тригонометрических функций. Показательная функция, ее свойства и график. Логарифмическая функция, ее свойства и график. Степенная функция, ее свойства и график. Производная, ее геометрический и механический смысл. Применение производной к исследованию функций, нахождению их наибольших и наименьших значений и построению графиков. Построение и преобразование графиков функций. Касательная и ее свойства.

**Планиметрия.** Признаки равенства треугольников. Признаки подобия треугольников. Неравенство треугольника. Площадь треугольника. Многоугольники. Правильные многоугольники. Окружность. Касательная к окружности и ее свойства. Центральные и вписанные углы. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник. Угол между касательной и хордой. Пропорциональные отрезки в окружности. Вектор. Свойства векторов.

**Стереометрия.** Взаимное расположение прямых в пространстве. Свойства параллельности и перпендикулярности прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Свойства параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах. Взаимное расположение двух плоскостей. Свойства параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный и многогранный углы. Линейный угол двугранного угла. Параллелепипед. Пирамида. Призма. Декартовы координаты в пространстве. Расстояние между точками. Вектор в пространстве.

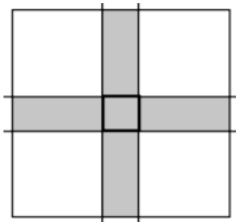
**Специальные олимпиадные темы.** «Оценка + пример». Построение примеров и контрпримеров. Принцип Дирихле. Раскраски. Игры. Метод математической индукции. Геометрические свойства графиков функций. Элементы комбинаторики. Диофантовы уравнения (уравнения в целых числах).

#### Типовые задания муниципального этапа олимпиады

Приведенные типовые задания муниципального этапа олимпиады не могут в одинаковой степени устанавливать планку сложности для всех регионов, в силу заметной разницы в уровне развития в различных регионах олимпиадного движения, наличия или отсутствия развитой системы городских математических кружков, наличия в городах сильных математических школ и т.п.. Региональным методическим комиссиям при разработке заданий Олимпиады следует учитывать уровень математического образования в территории. Предлагаемые задания демонстрируют типовую структуру заданий муниципального этапа олимпиады, примерный (усредненный) уровень их сложности, тематику.

## 6 класс

6.1. В числовом примере  $ABV+9=GDE$  буквы А, Б, В, Г, Д и Е обозначают шесть разных цифр. Какая цифра обозначена буквой Д?



6.2. Прямые, параллельные сторонам квадрата, образуют квадратик, центр которого совпадает с центром исходного квадрата. Известно, что площадь креста, образованного квадратиком (см. рис.) в 17 раз больше площади квадратика. А во сколько раз площадь исходного квадрата больше площади квадратика?

6.3. Мальчики принесли в класс конфеты и раздали их девочкам. Петя сказал, что он принёс ровно половину общего числа конфет. Коля сказал, что он принёс ровно треть общего числа конфет, и отдал свои конфеты только Маше и Тане, причём Маше досталось на 3 конфеты больше, чем Тане. Докажите, что кто-то из ребят ошибся.

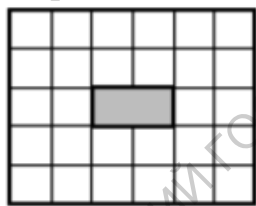
6.4. Вася выписал на доску 999 произведений:  $1 \cdot 2, 2 \cdot 3, 3 \cdot 4, \dots, 999 \cdot 1000$ . Верно ли, что сумма каких-то двух из этих произведений равна 20000?

6.5. В комнате 10 человек – лжецы и рыцари (лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду). Первый сказал: «В этой комнате, по крайней мере, 1 лжец». Второй сказал: «В этой комнате, по крайней мере, 2 лжеца». Третий сказал: «В этой комнате, по крайней мере, 3 лжеца». И так далее до десятого, который сказал: «В этой комнате все лжецы». Сколько лжецов могло быть среди этих 10 человек?

## 7 класс

7.1. Расставьте по кругу 6 ненулевых цифр (не обязательно различных) так, чтобы каждая из них равнялась последней цифре суммы своих соседей.

7.2. Петя, Коля и Вася собирали грибы. Петя сказал, что он нашёл на 7 грибов меньше, чем суммарно нашли Коля и Вася, а Коля сказал, что он нашёл на 10 грибов меньше, чем суммарно нашли Петя и Вася. Докажите, что кто-то из ребят ошибся.



7.3. Из клетчатого прямоугольника  $6 \times 5$  вырезали в центре прямоугольник  $2 \times 1$ , как показано на рисунке. Можно ли получившуюся фигуру разрезать на 6 треугольников?

7.4. В десятичной записи 13 чисел используется одна и та же цифра N и не используются никакие другие цифры. Может ли сумма этих чисел равняться 8900098?

7.5. По кругу стоят 100 человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец (лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду). Каждый из стоявших сказал: «У меня есть сосед лжец». Найдите минимальное возможное число лжецов среди этих 100 человек.

## 8 класс

8.1. Четырём девочкам дали конфеты. Маша сказала: «У нас с Катей на 12 конфет больше, чем у Лены с Олей», а Катя сказала: «У нас с Леной на 7 конфет меньше, чем у Маши с Олей». Докажите, что одна из девочек ошиблась.

8.2. На переменах школьники играли в настольный теннис. Любые два школьника играли друг с другом не более одной игры. В конце недели оказалось, что Петя сыграл половину, Коля – треть, а Вася – пятую часть от числа всех проведённых за неделю игр. Какое количество игр могло быть сыграно за неделю, если известно, что Вася не играл ни с Петей, ни с Колей?

8.3. На сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CA$  треугольника  $ABC$  выбраны соответственно точки  $D$ ,  $E$  и  $F$  так, что  $BE = BD$  и  $AF = AD$ . Известно, что  $ED$  – биссектриса угла  $BEF$ . Докажите, что  $FD$  – биссектриса угла  $AFE$ .

8.4. Сумма двух целых чисел равна 100, и сумма двух других целых чисел тоже равна 100. Числа в первой паре перемножили и сложили с произведением чисел во второй паре. Могла ли сумма этих двух произведений равняться 1001?

8.5. На шахматную доску  $8 \times 8$  поставили  $k$  ладей и  $k$  коней так, что ни одна из фигур не бьёт никакую другую. При каком наибольшем  $k$  такое возможно?

#### 9 класс

9.1. Даны положительные числа  $p$  и  $q$ . Пусть  $f(x)$  и  $g(x)$  – линейные функции с корнями  $p$  и  $q$ . Найдите все корни уравнения  $f(x) \cdot g(x) = f(0) \cdot g(0)$ .

9.2. На переменах школьники играли в настольный теннис. Любые два школьника играли друг с другом не более одной игры. В конце недели оказалось, что Петя сыграл половину, Коля – треть, а Вася – пятую часть от числа всех проведённых за неделю игр. Какое количество игр могло быть сыграно за неделю, если известно, что по крайней мере в двух играх не участвовали ни Вася, ни Петя, ни Коля?

9.3. Из точки  $A$  проведены касательные  $AB$  и  $AC$  к окружности с центром  $O$  ( $B$  и  $C$  – точки касания). Окружность, проходящая через точку  $B$ , касается прямой  $AC$  в точке  $A$  и пересекает отрезок  $AO$  в точке  $M$ . Докажите, что точка  $M$  – середина отрезка  $AO$ .

9.4. К числу  $A$ , состоящему из восьми ненулевых цифр, прибавили семизначное число, состоящее из одинаковых цифр, и получили восьмизначное число  $B$ . Оказалось, что число  $B$  может быть получено из числа  $A$  перестановкой некоторых цифр. На какую цифру может начинаться число  $A$ , если последняя цифра числа  $B$  равна 5?

9.5. На клетчатой доске  $8 \times 8$  размещены 8 клетчатых кораблей размера  $1 \times 3$  так, что ни у каких двух клеток, занятых разными кораблями, нет общих точек. Одним выстрелом разрешается прострелить целиком все 8 клеток одной строки или одного столбца. Какого минимального количества выстрелов хватит, чтобы гарантированно ранить хотя бы один корабль?

#### 10 класс

10.1. Пусть  $f(x) = x^2 + 2ax + b$ . Известно, что уравнение  $f(x) = 0$  имеет два корня. Докажите, что тогда при любом положительном  $k$  уравнение  $f(x) + k(x+a)^2 = 0$  также имеет два корня.

10.2. Окружность, проходящая через вершины  $A$ ,  $B$ ,  $D$  трапеции  $ABCD$ , пересекает её боковую сторону  $CD$  в точке  $K$ . Докажите, что окружность, описанная около треугольника  $BCK$ , касается прямой  $AB$ .

10.3. На клетчатой доске  $8 \times 8$  размещён один клетчатый корабль размера  $1 \times 3$ . Одним выстрелом разрешается прострелить целиком все 8 клеток одной строки или одного столбца. Какого минимального количества выстрелов хватит, чтобы гарантированно ранить корабль?

10.4. Верно ли, что любое чётное число, большее 1000, можно представить в виде  $n(n+1)(n+2) - m(m+1)$ , где  $m$  и  $n$  – натуральные числа?

10.5. Можно ли выбрать число  $n \geq 3$  и так заполнить таблицу  $n \times n$  различными натуральными числами от 1 до  $n^2$ , чтобы в каждой строке нашлись три числа, одно из которых равно произведению двух других?

**11 класс**

11.1. Известно, что  $\sin x \cdot \cos y = \cos x \cdot \sin y = 1/2$ . Найдите  $\cos 2x - \sin 2y$ .

11.2. Числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют неравенству  $x > y > \frac{2}{x-y}$ . Докажите, что  $x^2 > y^2 + 4$ .

11.3. Около основания  $n$ -угольной пирамиды можно описать окружность. Известно, что центр этой окружности равноудалён от всех середин боковых рёбер пирамиды. Докажите, что длины всех боковых рёбер пирамиды равны.

11.4. Верно ли, что любое делящееся на 6 число, большее 1000, можно представить в виде  $n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4) - m(m+1)(m+2)$ , где  $m$  и  $n$  – натуральные числа?

11.5. Можно ли выбрать число  $n \geq 3$  и так заполнить таблицу  $n \times (n+3)$  ( $n$  строк и  $n+3$  столбца) различными натуральными числами от 1 до  $n(n+3)$ , чтобы в каждой строке нашлись три числа, одно из которых равно произведению двух других?

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Разработка содержания школьной олимпиады по математике

Задание 1. Разработайте содержание школьной математической олимпиады по математике для учащихся 2-6 классов (или 7 классов, 8 классов, 9 классов – в соответствии с темой дипломной работы).

Задание 2. Приведите всевозможные варианты решения задач.

Задание 3. Укажите систему оценивания заданий.

Задание 4. Приведите аннотированный список использованных источников.



## ИТОГОВЫЙ ТЕСТ

1. По инициативе и под эгидой Министерства образования и науки Российской Федерации ежегодно проводится Всероссийская олимпиада школьников. Основными целями и задачами олимпиады являются:

- ☐ выявление и развитие у обучающихся творческих способностей и интереса к научно-исследовательской деятельности,
- ☐ создание необходимых условий для поддержки одаренных детей,
- ☐ пропаганда научных знаний, привлечение ученых и практиков соответствующих областей к работе с одаренными детьми
- ☐ отбор наиболее талантливых обучающихся в состав сборных команд Российской Федерации для участия в международных олимпиадах
- ☐ формирование у учащихся мотивации к учению, стимулирование углубленного изучения предмета
- ☐ развитие интереса к математике

2. Для участия в олимпиаде, организованной в этой форме, достаточно иметь компьютер с доступом в интернет.

Назовите форму проведения \_\_\_\_\_.

3. В сборниках, разработанных по ... (какому?) принципу, отсутствуют указания на принадлежность задачи к определённой теме школьного курса математики и на эффективный метод решения. Приведённые решения задач, идеи и указания к решению, а также аргументированные ответы образуют отдельный раздел и требуют специального логико-дидактического анализа

- ☐ прецедентному
- ☐ тематическому
- ☐ эвристическому
- ☐ возрастному (указывается класс: 5, 6 и т.д.)

4. Специфической особенностью этих сборников является включение задач, отнесённых как к школьной, так и к олимпиадной математике.

- ☐ тематических
- ☐ прецедентных
- ☐ эвристических

5. Подобные классификаторы позволяют учителю в первую очередь определить уровень той или иной олимпиады, соотнести этот уровень с подготовкой учащихся и рекомендовать или не рекомендовать им участвовать в конкретной олимпиаде.

- ☐ прецедентный
- ☐ тематический
- ☐ эвристический

6. За отведённое для олимпиады время участник решает 3 серии (трёх уровней сложности) по 3 задачи. Каждую решённую задачу участник представляет жюри – рассказывает решение, на что ему даётся 3 попытки. Во время такой беседы члены жюри могут лучше понять ход мысли школьников, отметить нестандартный подход или оригинальное решение.

Назовите форму проведения олимпиады \_\_\_\_\_.

7. Рекомендуемое время проведения олимпиады:

для 4 класса \_\_\_\_\_

для 5-6 классов \_\_\_\_\_

для 7-8 классов \_\_\_\_\_

для 9-11 классов \_\_\_\_\_

8. Квалифицированно составленные математические олимпиады являются соревнованиями, где в честной и объективной борьбе обучающийся

- ☐ может раскрыть свой интеллектуальный потенциал,
- ☐ соотнести свой уровень математических способностей с уровнем других учащихся школы
- ☐ может повысить свою оценку по предмету
- ☐ повышает собственную самооценку

9. Важнейшими задачами Олимпиады на начальных этапах являются:

- ☐ выявление и развитие у обучающихся творческих способностей и интереса к научно-исследовательской деятельности,
- ☐ повышение качества математического образования
- ☐ пропаганда научных знаний, привлечение ученых и практиков соответствующих областей к работе с одаренными детьми
- ☐ отбор наиболее талантливых обучающихся в состав сборных команд Российской Федерации для участия в международных олимпиадах
- ☐ формирование мотивации к систематическим занятиям математикой на кружках и факультативах
- ☐ развитие интереса у обучающихся к математике

10. Положение о школьных предметных олимпиадах регулирует

- ☐ цели и задачи олимпиады
- ☐ порядок организации и проведения олимпиады,
- ☐ права и ответственность участников олимпиады
- ☐ структуру и содержание олимпиад
- ☐ форму проведения

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Программа школьной олимпиады по математике учащихся подросткового возраста

| Время                                                  | Место               | Организационные сведения                                                                                                                                                                 | Ведущие                                              | Программа мероприятия                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Открытие Олимпиады</i>                              |                     |                                                                                                                                                                                          |                                                      |                                                                                                                                        |
| 8 сентября<br>13.00-14.00                              | Актный зал          | Приглашаются все желающие                                                                                                                                                                | Председатель оргкомитета                             | Поздравления, пожелания удачи в интеллектуальном состязании, знакомство с Программой и основными положениями, работой комиссий и групп |
| <i>Первая смена</i>                                    |                     |                                                                                                                                                                                          |                                                      |                                                                                                                                        |
| 8-14 сентября, в течение учебного дня                  | Учительская         | Приглашаются все желающие участвовать в мероприятиях 1 смены и школьном этапе ВсОШ                                                                                                       | Приёмная комиссия                                    | Запись на мероприятия 1 смены                                                                                                          |
| 15 сентября, 12.00-12.45                               | Кабинет математики  | Мастер-класс «Такая легкая сложная задача» для учащихся начальной школы                                                                                                                  | Победитель олимпиады прошлого года – ученик 5 класса | Разбор задач школьного тура ВсОШ                                                                                                       |
| 15 сентября, 13.00-13.45                               | Кабинет математики  | Мастер-класс «Такая сложная легкая задача» для учащихся 5-6 классов                                                                                                                      | Победитель олимпиады прошлого года – ученик 7 класса | Разбор задач школьного тура ВсОШ                                                                                                       |
| 15 сентября, 14.00-14.45                               | Кабинет математики  | Мастер-класс «Олимпиадная задача» для учащихся 7 классов                                                                                                                                 | Победитель олимпиады прошлого года – ученик 8 класса | Разбор задач школьного тура ВсОШ                                                                                                       |
| 22 сентября                                            | Кабинеты математики | Аукцион «Старинные занимательные задачи» (кабинеты математики)                                                                                                                           | Творческая группа аниматоров                         | Согласно сценарию, решение старинных занимательных задач                                                                               |
| <i>Школьный тур Всероссийской олимпиады школьников</i> |                     |                                                                                                                                                                                          |                                                      |                                                                                                                                        |
| 24 сентября, 2-4 уроки                                 | Учебные кабинеты    | 4 классы – 2-3 уроки по расписанию,<br>5 классы – 2-3 уроки по расписанию,<br>6 классы – 2-3 уроки по расписанию,<br>7 классы – 2-4 уроки по расписанию                                  | Члены жюри                                           | Решение конкурсных задач                                                                                                               |
| 25 сентября, 13.00-14.00                               | Учительская         | В 9.00 на пресс-центрах и на сайте школы (раздел «Олимпиады») размещаются результаты решения конкурсных задач. Все несогласные с решением жюри могут обратиться в апелляционную комиссию | Апелляционная комиссия                               | Обращение участников по пересмотру решения жюри                                                                                        |
| 29 сентября, 13.00-13.45                               | Актный зал          | Всеобщий сбор – торжественная линейка                                                                                                                                                    | Председатель жюри, председатель наградной комиссии   | Подведение итогов, награждение победителей                                                                                             |



| Время                                                                                                  | Место              | Организационные сведения                                                                                                                                             | Ведущие                                                | Программа мероприятия                                                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Вторая смена</i>                                                                                    |                    |                                                                                                                                                                      |                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 6 ноября,<br>в течение<br>учебного дня                                                                 | Учительская        | Приглашаются все желающие участвовать в мероприятиях 2 смены                                                                                                         | Приёмная комиссия                                      | Запись на мероприятия 2 смены                                                                                                                                                                                                                                          |
| 10 ноября<br>12.00-12.40<br>13.00-13.40                                                                | Компьютерный класс | <b>Maths-старт № 1 «Кенгуру для всех-всех-всех»</b>                                                                                                                  | Предметная комиссия                                    | Решение заданий прошедших мероприятий на сайте конкурса ( <a href="http://mathkang.ru/content/m-start">http://mathkang.ru/content/m-start</a> ), с последующим разбором задач                                                                                          |
| 17 ноября<br>12.00-12.40<br>13.00-13.40                                                                | Компьютерный класс | <b>Maths-старт № 2 по следам «Кенгуру-2017»</b>                                                                                                                      | Предметная комиссия                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 24 ноября<br>12.00-12.40<br>13.00-13.40                                                                | Компьютерный класс | <b>Maths-старт, эпизод 3</b>                                                                                                                                         | Предметная комиссия                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 1 декабря<br>12.00-12.40<br>13.00-13.40                                                                | Компьютерный класс | <b>Maths-старт, эпизод 3.5 по следам «Кенгуру-2018»</b>                                                                                                              | Предметная комиссия                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 8 декабря<br>12.00-12.40<br>13.00-13.40                                                                | Компьютерный класс | <b>Maths-старт «Кенгуру для всех-всех-всех. Эпизод 4»</b>                                                                                                            | Предметная комиссия                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 22 декабря<br>15.00-16.00                                                                              | Фойе               | Иммерсивный спектакль «Новогодние математические приключения» (всех желающих ждут в фойе школы)                                                                      | Творческая группа аниматоров                           | Театрализованное квест-представление, включающее решение занимательных логических загадок и практических задач                                                                                                                                                         |
| <i>MATHS-старт «Кенгуру для всех-всех-всех»</i>                                                        |                    |                                                                                                                                                                      |                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 15 декабря<br>после уроков:<br>12.00-12.40<br>13.00-13.40<br>14.00-14.40<br>15.00-15.40<br>16.00-16.40 | Фойе школы         | Приглашаются все желающие, в том числе, родители                                                                                                                     | Предметная комиссия                                    | На организованной площадке участники получают листки с задачами, решают их, пообщаются с организаторами и унесут домой памятные призы                                                                                                                                  |
| <i>Третья смена</i>                                                                                    |                    |                                                                                                                                                                      |                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| В дни зимних каникул                                                                                   | Фойе               | Игра «Поле математических чудес»<br>Приглашаются все желающие (предварительная запись на мероприятие на сайте школы). День и час согласуется со всеми записавшимися. | Творческая группа аниматоров                           | Число туров определяется числом участников $N$ и равно $\approx \sqrt[3]{N}$ . Каждый вопрос адресуется тройке игроков. Содержание вопросов: историко-математический материал, числовые ребусы, математические эпизоды в кино и литературе, живописи и окружающем мире |
| 9 января,<br>в течение<br>учебного дня                                                                 | Учительская        | Приглашаются все желающие участвовать в мероприятиях 3 смены                                                                                                         | Приёмная комиссия                                      | Запись на мероприятия 3 смены                                                                                                                                                                                                                                          |
| 12 января<br>13.00-14.00                                                                               | Кабинет математики | Открытое занятие математического кружка: приглашаются все желающие                                                                                                   | Руководитель кружка                                    | Мастер-класс по одной из тем олимпиадной математики, например, «Принцип Дирихле»                                                                                                                                                                                       |
| 19 января<br>14.00-15.00                                                                               | Кабинет математики | Мастер-класс по решению олимпиадных задач от преподавателя вуза                                                                                                      | Преподаватель вуза по приглашению программной комиссии | Определяется приглашенным преподавателем                                                                                                                                                                                                                               |

| Время                       | Место                           | Организационные сведения                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                     | Ведущие                                                     | Программа мероприятия                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 26 января<br>13.00-14.00    | Кабинет математики              | «А в наше время решали так...» – мастер-класс от родителей – участников олимпиад по математике |                                                                                                                                                                                                                                                     | Родители по приглашению программной комиссии                | Определяется приглашенными родителями                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 2 февраля<br>13.00-14.00    | Кабинет математики              | Открытое занятие математического кружка: приглашаются все желающие                             |                                                                                                                                                                                                                                                     | Руководитель кружка                                         | Мастер-класс по одной из тем олимпиадной математики, например, «Задачи на переливание»                                                                                                                                                                                                    |
| 4 февраля<br>14.00-15.00    | Кабинет математики              | Неделя математики                                                                              | Клуб весёлых математиков (математический КВН). Требуется зарегистрировать свою команду (разновозрастная команда из учеников 4-7 классов) и подготовить ряд конкурсов (инсценировка и конкурс капитанов)                                             | Творческая группа аниматоров                                | Разминка; Задачи-смекалки; Математический гейм; Инсценировка; Логические задачи; Конкурс капитанов. После мероприятия идет подведение итогов, награждение победителей                                                                                                                     |
| 5 февраля<br>17.00-18.00    | Актный зал                      |                                                                                                | Семейный конкурс «Логический марафон». К участию приглашаются семейные команды в составе 4 человек                                                                                                                                                  | Творческая группа аниматоров                                | Решение логических и комбинаторных задач реальной математики                                                                                                                                                                                                                              |
| 6 февраля                   | 2 этаж – место для афиширования |                                                                                                | Конкурс математических ребусов и загадок: 1 этап                                                                                                                                                                                                    | Творческая группа аниматоров                                | Составление математических ребусов и загадок                                                                                                                                                                                                                                              |
| 7 февраля, большая перемена | 2 этаж                          |                                                                                                | Конкурс математических ребусов и загадок: 2 этап                                                                                                                                                                                                    | Творческая группа аниматоров                                | Решение математических ребусов и загадок                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 7 февраля, после уроков     | 2 этаж                          |                                                                                                | Конкурс математических ребусов и загадок: 3 этап                                                                                                                                                                                                    | Наградная комиссия                                          | Объявление победителей конкурса в различных номинациях                                                                                                                                                                                                                                    |
| 8 февраля, на переменах     | Фойе                            |                                                                                                | Математические фокусы                                                                                                                                                                                                                               | Творческая группа аниматоров и члены математического кружка | Демонстрация математических фокусов на отгадывание чисел                                                                                                                                                                                                                                  |
| 9 февраля, 17.00-18.00      | Столовая                        |                                                                                                | Математическое кафе – праздник для всех желающих!<br><i>Распорядитель кафе предложит вам и вашим друзьям столик и математическое меню. Выбор того или иного блюда позволит вам познакомиться с различными математическими загадками и историями</i> | Творческая группа аниматоров и члены математического кружка | Члены математического кружка готовят «математические блюда» (истории, сказки, загадки, ребусы, задачи, софизмы и т.п.), дают им соответствующие названия и включают в меню. Выбор посетителем блюда означает выступление его создателя. По завершении вечера посетители оценивают «блюда» |

| Время                                                   | Место                                                         | Организационные сведения                                                                    | Ведущие                                                                                                                    | Программа мероприятия                                                                                                                                                                                                                                                |
|---------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Конкурс по решению задач «Умники и умницы»</i>       |                                                               |                                                                                             |                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 7-9 февраля,<br>урок<br>математики                      | Учебные<br>кабинеты<br>согласно<br>расписанию                 | 1 тур – отборочный:<br>участвуют все ученики<br>4-7 классов                                 | Учитель<br>математики                                                                                                      | Решение конкурсных<br>задач отборочного тура,<br>разбор задач,<br>награждение<br>победителей,<br>определение участников<br>второго тура                                                                                                                              |
| 10 февраля<br>(воскресенье)<br>11.00-14.00              | Кабинет<br>математики                                         | 2 тур – в финальный тур<br>выходят участники,<br>набравшие наибольшее<br>количество баллов  | Программная<br>комиссия<br>Жюри                                                                                            | Решение конкурсных<br>задач финального тура                                                                                                                                                                                                                          |
| 11 февраля<br>13.00-14.00                               | Актальный зал                                                 | Всеобщий сбор –<br>торжественная линейка                                                    | Председатель<br>жюри,<br>председатель<br>наградной<br>комиссии                                                             | Подведение итогов<br>Недели математики, в<br>том числе итогов<br>конкурса, награждение<br>победителей                                                                                                                                                                |
| 16 февраля<br>12.00-13.00<br>13.00-14.00<br>14.00-15.00 | Кабинеты<br>математики:<br>4 классы<br>5-6 классы<br>7 классы | Мастер-класс по решению<br>олимпиадных задач от<br>победителей школьного<br>тура ВсОШ       | Жюри и<br>победители<br>школьного<br>тура ВсОШ                                                                             | Решение задач<br>школьного тура ВсОШ<br>различными способами                                                                                                                                                                                                         |
| 2 марта<br>13.00-14.00                                  | Кабинет<br>математики                                         | Открытое занятие<br>математического кружка:<br>приглашаются все<br>желающие                 | Руководитель<br>кружка                                                                                                     | Мастер-класс по одной<br>из тем олимпиадной<br>математики, например,<br>«Задачи на разрезание»                                                                                                                                                                       |
| 9 марта                                                 | Кабинет<br>математики                                         | «Умеете ли вы считать?»<br>Мастер-класс по вопросам<br>рациональных и быстрых<br>вычислений | Члены<br>математическо<br>го кружка                                                                                        | Различные способы<br>вычислений                                                                                                                                                                                                                                      |
| 16 марта                                                | Кабинет<br>математики                                         | «Геометрия на клетчатой<br>бумаге» – мастер-класс                                           | Члены<br>математическо<br>го кружка                                                                                        | Построение чертежей на<br>клетчатой бумаге                                                                                                                                                                                                                           |
| 21 марта<br>10.00-11.15                                 | Учебные<br>кабинеты по<br>расписанию 4-7<br>классов           |          | Приёмная<br>комиссия<br>(согласно<br>правилам<br>конкурса<br>заявка на<br>участие может<br>быть подана в<br>день конкурса) | Заполнение личных<br>данных в бланках<br>ответов.<br>Решение конкурсных<br>задач.<br>Занесение ответов в<br>бланк.<br>Отправка работ в<br>Региональный<br>оргкомитет конкурса<br>( <a href="https://mathkang.ru/page/rules-k">https://mathkang.ru/page/rules-k</a> ) |

| Время                                   | Место                 | Организационные сведения                                                                     | Ведущие                            | Программа мероприятия                                                                           |
|-----------------------------------------|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Четвертая смена                         |                       |                                                                                              |                                    |                                                                                                 |
| 8 апреля,<br>в течение<br>учебного дня  | Учительская           | Приглашаются все<br>желающие участвовать в<br>мероприятиях 4 смены                           | Приёмная<br>комиссия               | Запись на мероприятия<br>4 смены                                                                |
| 13 апреля<br>13.00-14.00                | Кабинет<br>математики | Консультация по вопросам<br>олимпиадной математики                                           | Учитель<br>математики              | Консультирование<br>учащихся                                                                    |
| 20 апреля<br>13.00-14.00                | Кабинет<br>математики | Консультация по вопросам<br>олимпиадной математики                                           | Учитель<br>математики              | Консультирование<br>учащихся                                                                    |
| 27 апреля                               | 2 этаж                | Конкурс газет<br>«Математика – это ...».                                                     | Творческая<br>группа<br>аниматоров | Подведение итогов<br>конкурса, объявленного<br>8 апреля                                         |
| Математические бои учащихся 5-7 классов |                       |                                                                                              |                                    |                                                                                                 |
| 26 апреля<br>13.00-14.00                | Учебные<br>кабинеты   | Четверть финала (8 команд<br>по 5 человек), 4 аудитории                                      | Жюри                               | Решение задач,<br>предложенных жюри,<br>согласно Правилам<br>проведения<br>математических боёв. |
| 27 апреля<br>13.00-14.00                | Учебные<br>кабинеты   | Полуфинал (4 команды),<br>2 аудитории                                                        | Жюри                               |                                                                                                 |
| 28 апреля<br>11.00-13.00                | Учебные<br>кабинеты   | Четверть финала<br>(2 команды, в состав<br>которых вводится один<br>«взрослый»), 2 аудитории | Жюри                               |                                                                                                 |
| Закрытие Олимпиады                      |                       |                                                                                              |                                    |                                                                                                 |
| 18 мая<br>13.00-14.00                   | Актный зал            | Приглашаются все<br>желающие                                                                 | Председатель<br>оргкомитета        | Подводятся общие итоги<br>школьного<br>олимпийского движения                                    |

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                                                                                     |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ВХОДНОЕ (ДИАГНОСТИЧЕСКОЕ) ТЕСТИРОВАНИЕ .....                                                                                                        | 3  |
| История олимпиадного движения по математике .....                                                                                                   | 8  |
| Особенности математических олимпиад для школьников .....                                                                                            | 10 |
| Сборники олимпиадных задач – прецедентные классификаторы .....                                                                                      | 12 |
| Сборники олимпиадных задач – тематические классификаторы .....                                                                                      | 15 |
| Задачи для 5-6 классов школьного этапа ВсОШ по математике как<br>показатель уровня математической подготовки будущего педагога-<br>математика ..... | 20 |
| Книги по подготовке к математическим олимпиадам школьников .....                                                                                    | 26 |
| Эвристические классификаторы.....                                                                                                                   | 28 |
| Книга серии библиотека учителя «1001 олимпиадная и занимательная<br>задачи по математике».....                                                      | 34 |
| Структурный и содержательный анализ книг для подготовки к<br>математическим олимпиадам.....                                                         | 39 |
| Эвристический классификатор (продолжение) .....                                                                                                     | 39 |
| Олимпиады школьного уровня .....                                                                                                                    | 40 |
| Организация школьных математических олимпиад .....                                                                                                  | 46 |
| Проведение школьной олимпиады для младших подростков.....                                                                                           | 54 |
| Олимпиадная задача как основная содержательная единица школьной<br>математической олимпиады .....                                                   | 55 |
| Основные принципы составления наборов задач .....                                                                                                   | 61 |
| ВНЕАУДИТОРНАЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ .....                                                                                                | 63 |
| КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА.....                                                                                                                             | 73 |
| ИТОГОВЫЙ ТЕСТ .....                                                                                                                                 | 74 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ. Программа школьной олимпиады по математике<br>учащихся подросткового возраста.....                                                      | 76 |

Учебно-методическое пособие

Светлана Владимировна Лебедева

## ОЛИМПИАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Работа издана в авторской редакции

На обложке – репродукция с картины «Юность», Зинов Виктор Семёнович  
(Россия, 1908-1991)

---

Подписано в печать  
Усл. печ. л. 5,125

Формат  $60 \times 84 \frac{1}{16}$   
Гарнитура Times

---